

УДК 539.18

## **ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ УПРУГОМ СТОЛКНОВЕНИИ АТОМОВ С ОБРАЗОВАНИЕМ РЕЗОНАНСА ФЕШБАХА В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Э.А. ГАЗАЗЯН, А.Д. ГАЗАЗЯН, В.О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

(Поступила в редакцию 22 декабря 2010 г.)

Рассмотрено резонансное рассеяние атомов с образованием резонанса Фешбаха при наличии лазерного излучения, связывающего уровни двух связанных атомов (молекулы). Лазерное поле приводит ко второму резонансу в рассеянии и уширению резонансов, что упрощает возможность экспериментального наблюдения асимметрии полного поперечного сечения рассеяния, из-за интерференции резонансного и потенциального рассеяний. Исследованы эффекты, связанные с интерференцией двух каналов распада связанной системы двух атомов (молекулы) в лазерном поле. Получено выражение для длины рассеяния при столкновении двух холодных атомов в поле лазерного излучения.

### **1. Введение**

Понятие резонанса Фешбаха, развитое в теории ядерных реакций [1], имеет важное значение при исследовании столкновения атомов с образованием связанного состояния (молекулы), что является важным для понимания процессов в квантовой системе конденсата Бозе–Эйнштейна. Этим обусловлены многочисленные исследования в этой области (см. [2-4] и ссылки в них).

Резонанс Фешбаха проявляется, когда энергия связанного молекулярного состояния в закрытом канале близка к энергии распадного состояния в открытом канале. Тогда слабая связь может привести к сильному смешиванию между каналами. Разность энергий, в частности, может быть контролирурована посредством магнитного поля. Альтернативным способом контроля фешбаховского резонанса является оптический метод. С этой точки зрения, исследование резонанса Фешбаха с образованием квазисвязанного состояния (молекулы) в поле лазерного излучения представляет определенный интерес. Лазерное излучение связывает молекулярное состояние с состоянием падающего атома. В этом случае формируется квазисвязанное состояние сталкивающихся атомов в открытом канале. Промежуточное связанное состояние имеет конечное время жизни и может распадаться в исходном канале или в других каналах при взаимодействии с континуумом.

Рассеяние холодных атомов в поле лазерного излучения рассмотрено в работе [5] без учета дополнительного канала распада, индуцированного лазер-

ным излучением. Влияние нерезонансного излучения на длину рассеяния, а также образование холодных молекул рассмотрено в [6,7]. В работе [8] исследовано вынужденное рамановское рассеяние в переменном магнитном поле. Явление STIRAP между колебательными уровнями в фешбаховском резонансе изучено в [9].

В данной работе рассмотрены эффекты, связанные с интерференцией двух каналов распада связанной системы двух холодных атомов в поле лазерного излучения. Подбором параметров лазерного поля (частоты, интенсивности) можно эффективно свести резонансную часть полного сечения при наличии лазерного поля к сечению на одном резонансном уровне, ширина которого будет пропорциональна интенсивности лазерного поля. Рассмотрено также влияние резонансного лазерного поля на длину рассеяния при наличии дополнительного канала распада.

## 2. Формирование резонанса Фешбаха в поле резонансного лазерного излучения

Рассмотрим формирование резонанса Фешбаха при наличии дополнительного канала распада в поле резонансного лазерного излучения (рис.1). Лазерное поле с частотой Раби  $\Omega$  связывает стабильное состояние  $|1\rangle$  с квазисвязанным состоянием  $|2\rangle$ , а также с гладким континуумом  $|E\rangle$ . Частота резонансного электромагнитного излучения близка к частоте перехода между уровнями 1 и 2. Взаимодействие  $U$  связывает дискретное состояние  $|2\rangle$  с континуумом  $|E\rangle$ .

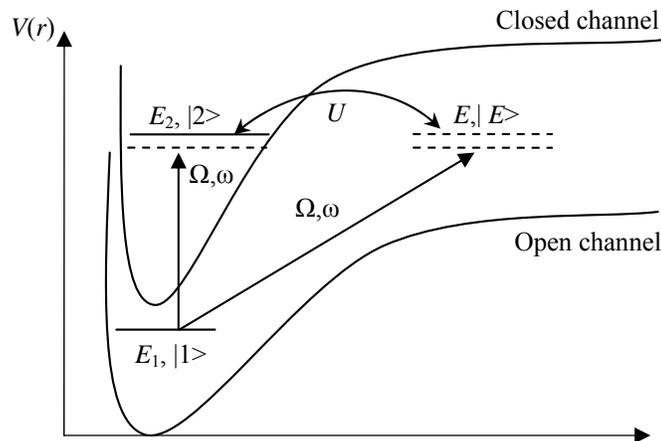


Рис.1. Схема образования резонанса Фешбаха в поле лазерного излучения.

Гамильтониан для рассматриваемого процесса (рис.1) представим в виде

$$H = H^{(1)} + H^{(2)}, \quad (1a)$$

$$H^{(1)} = H_0^{(1)} + \Omega(t)|2\rangle\langle 1| + \Omega^*(t)|1\rangle\langle 2|, \quad (1b)$$

$$H^{(2)} = H_0^{(2)} + \int [\Omega_E(t)|E\rangle\langle 1| + \Omega_E^*(t)|1\rangle\langle E| + U_E|E\rangle\langle 2| + U_E^*|2\rangle\langle E|] dE, \quad (1c)$$

где  $\Omega(t)$  – частота Раби для перехода  $2 \rightarrow 1$ ,  $\Omega_E(t)$  и  $U_E$  – соответственно, матричные элементы перехода из дискретных состояний  $|1\rangle$  и  $\langle 2|$  в континуум (рис.1),

$$\Omega(t) = \Omega e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

Свободный гамильтониан  $H_0$  имеет дискретный ( $H_0^{(1)}$ ) и непрерывный ( $H_0^{(2)}$ ) спектры:

$$H_0 = H_0^{(1)} + H_0^{(2)}, \quad (3a)$$

$$H_0^{(1)} = E_1|1\rangle\langle 1| + E_2|2\rangle\langle 2|, \quad (3b)$$

$$H_0^{(2)} = \int E|E\rangle\langle E| dE. \quad (3c)$$

В качестве базисных волновых функций для дискретного спектра с гамильтонианом  $H^{(1)}$  выбираем квазиэнергетические волновые функции  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  при адиабатическом включении взаимодействия  $\Omega(t)$ :

$$\varphi_1(t) = e^{-i\lambda_1 t} (\alpha_1|1\rangle + \beta_1 e^{-i\omega t}|2\rangle), \quad (4a)$$

$$\varphi_2(t) = e^{-i(\lambda_1 - \omega)t} (\alpha_2|1\rangle + \beta_2 e^{-i\omega t}|2\rangle), \quad (4b)$$

где  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $E_{1,2}$  – соответственно, волновые функции и энергии невозмущенных состояний:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \sqrt{\frac{\mu_{2,1}}{\mu_{1,2} - \mu_{2,1}}}, \quad \beta_{1,2} = \pm \frac{\Omega}{|\Omega|} \sqrt{\frac{\mu_{2,1}}{\mu_{1,2} - \mu_{2,1}}}, \\ \varepsilon &= E_2 - E_1 - \omega, \\ \mu_{1,2} &= \frac{1}{2} \left( \varepsilon \mp \sqrt{\varepsilon^2 + 4|\Omega|^2} \right), \\ \lambda_1 &= E_1 + \mu_1, \quad \lambda_2 = E_1 + \mu_2 + \omega. \end{aligned} \quad (5)$$

Пренебрегая влиянием лазерного излучения на непрерывный спектр в качестве базисных волновых функций, выбираем невозмущенные функции непрерывного спектра.

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) представим в виде

$$\Phi(t) = \sum_k C_k(t) |\varphi_k(t)\rangle + \int b_E(t) |E\rangle e^{-iEt} dE. \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в уравнение Шредингера, после преобразования Фурье для фурье-компонент коэффициентов разложения, получим следующую систему уравнений:

$$(\lambda - \lambda_1 - \omega)C_1(\lambda) = \int W_{E,1}^* b_E(\lambda) dE, \quad (7a)$$

$$(\lambda - \lambda_2)C_2(\lambda) = \int W_{E,2}^* b_E(\lambda) dE, \quad (7b)$$

$$(\lambda - E)b_E(\lambda) = W_{E,1}C_1(\lambda) + W_{E,2}C_2(\lambda), \quad (7c)$$

где

$$W_{E,i} = \alpha_i \Omega_E + \beta_i U_E \quad (i=1,2). \quad (8)$$

Если ввести ширины  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , обусловленные, соответственно, распадом под действием лазерного излучения и взаимодействием  $U$ :

$$\Gamma_1 = 2\pi|\Omega_E|^2, \quad \Gamma_2 = 2\pi|U_E|^2, \quad (9)$$

то

$$2\pi\left(|W_{E,1}|^2 + |W_{E,2}|^2\right) = \Gamma_1 + \Gamma_2. \quad (10)$$

Из уравнения (7c) мы имеем [10]:

$$b_E(\lambda) = B(\lambda) \left( \frac{P}{\lambda - E} + \pi z(\lambda) \delta(\lambda - E) \right), \quad (11a)$$

где

$$B(\lambda) = \sum_v W_{E,v} C_v(\lambda), \quad (11b)$$

а  $z(\lambda)$  – произвольная функция, которая будет определена в дальнейшем,  $P$  означает главное значение.

Подставляя (11) в уравнения (7a,b), получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{k'} [\bar{\lambda}_{k'} \delta_{k,k'} + \Delta_{k,k'}(\lambda)] C_{k'}(\lambda) + z(\lambda) W_{\lambda,k}^* \sum_{k'} W_{\lambda,k'} C_{k'}(\lambda) = \lambda C_k(\lambda) \quad (k, k' = 1, 2), \quad (12)$$

где

$$\bar{\lambda}_1 = \lambda_1 + \omega, \quad \bar{\lambda}_2 = \lambda_2, \quad (13)$$

и

$$\Delta_{k,k'}(\lambda) = P \int \frac{W_{E,k}^* W_{E,k'}}{\lambda - E} dE. \quad (14)$$

После диагонализации матрицы  $\|\bar{\lambda}_{k'} \delta_{k,k'} + \Delta_{k,k'}(\lambda)\|$  получим следующую систему уравнений [10]:

$$(\lambda - \tilde{\lambda}_\mu) \tilde{C}_\mu(\lambda) = z(\lambda) \tilde{W}_{\mu,\lambda}^+ \sum_v \tilde{W}_{\lambda,v} \tilde{C}_v(\lambda), \quad (15)$$

где знак  $\sim$  означает унитарно преобразованные величины при диагонализации. Из уравнения (15) для  $z(\lambda)$  получим выражение

$$z(\lambda) = \left[ \sum_v \frac{\tilde{\Gamma}_v/2}{\lambda - \tilde{\lambda}_v} \right]^{-1}, \quad (16)$$

где

$$\tilde{\Gamma}_k = 2\pi |\tilde{W}_{\lambda,k}|^2. \quad (17)$$

После подстановки (11а) в (6) для квазиэнергетической волновой функции получим следующее выражение:

$$\Phi_\lambda(t) = \sum_k C_k(\lambda) \phi_k(t) + \int B(\lambda) \left( \frac{P}{\lambda - E} + \pi z(\lambda) \delta(\lambda - E) \right) |E\rangle dE. \quad (18)$$

где для  $B(\lambda)$  из условия ортонормировки квазиэнергетической функции (18) имеем:

$$B(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{z^2(\lambda) + 1}} \quad (19)$$

Задавая асимптотическое выражение волновой функции непрерывного спектра  $|E\rangle$  на больших расстояниях, вектор состояния представим в виде суперпозиции квазиэнергетических волновых функций (18) при  $r \rightarrow \infty$  ( $\varphi_k = 0$ ):

$$\Phi_\lambda(r, \Theta) \propto \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_l \frac{\pi}{\sin \eta_l} \frac{B_l(\lambda)}{k(\lambda)r} \sin \left( k(\lambda)r + \delta_l + \eta_l - \frac{l\pi}{2} \right) P_l(\cos \Theta), \quad (20)$$

где  $\delta_l$  – фаза потенциального (нерезонансного) рассеяния, а  $\eta_l$  – фаза, обусловленная резонансным рассеянием с образованием резонанса Фешбаха:

$$\tan \eta_l = -\frac{1}{z_l(\lambda)}. \quad (21)$$

Исходя из выражений (19) и (21) будем иметь:

$$B_l(\lambda) = -\frac{\sin \eta_l}{\pi}. \quad (22)$$

Из требования, чтобы в выходящем канале присутствовала только расходящаяся волна, следует

$$A_l = i^l e^{i(\delta_l + \eta_l)}. \quad (23)$$

Для асимптотического выражения вектора состояния резонансного рассеяния получим выражение:

$$\Phi_\lambda(r, \Theta) \propto \frac{1}{k(\lambda)r} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left[ i^l \sin \left( k(\lambda)r - \frac{l\pi}{2} \right) - \frac{1}{2i} e^{ik(\lambda)r} (1 - S_l) \right] P_l(\cos \Theta), \quad (24)$$

где  $S_l$  – оператор рассеяния:

$$S_l = e^{2i(\delta_l + \eta_l)}. \quad (25)$$

Из выражения (24) для амплитуды резонансного рассеяния будем иметь следующее выражение:

$$f_{res}(\Theta) = \frac{1}{2ik(\lambda)} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(S_l - 1)P_l(\cos \Theta). \quad (26)$$

Из разложения (26) выделим резонансное состояние с орбитальным моментом  $L$  и полную амплитуду рассеяния представим в виде

$$f(\Theta) = f_{pot}(\Theta) + f_{res}(\Theta). \quad (27)$$

Здесь

$$f_{pot}(\Theta) = \frac{1}{2ik(\lambda)} \sum_{l \neq L} (2l+1)(e^{2i\delta_l} - 1)P_l(\cos \Theta), \quad (28a)$$

$$f_{res}(\Theta) = \frac{1}{2ik(\lambda)} (2L+1)(e^{2i(\delta_L + \eta_L)} - 1)P_L(\cos \Theta).$$

Введем также величину  $f_{nonres}(\Theta)$  – парциальную амплитуду рассеяния для углового момента  $L$  в отсутствие резонансного состояния:

$$f_{nonres}(\Theta) = \frac{1}{2ik(\lambda)} (2L+1)(e^{2i\delta_L} - 1)P_L(\cos \Theta). \quad (28b)$$

Полное сечение рассеяния имеет вид

$$\sigma_{tot} = \sigma_{pot} + \sigma_{res}, \quad (29)$$

где

$$\sigma_{pot} = \frac{4\pi}{k^2(\lambda)} \sum_{l \neq L} (2l+1) \sin^2 \delta_l, \quad (30a)$$

$$\sigma_{res} = \frac{4\pi}{k^2(\lambda)} (2L+1) \sin^2(\delta_L + \eta_L).$$

С учетом формулы (28b) получим

$$\sigma_{nonres} = \frac{4\pi}{k^2(\lambda)} (2L+1) \sin^2 \delta_L. \quad (30b)$$

Исходя из выражений (30), полное сечение рассеяния можно представить в виде

$$\sigma_{tot} = \sigma_{pot} + \sigma_{nonres} \frac{\sin^2(\delta_L + \eta_L)}{\sin^2 \delta_L}. \quad (31)$$

Для поперечного сечения резонансного рассеяния двух атомов при наличии резонансного лазерного излучения получаем следующее выражение:

$$\sigma_{res} = 4\pi \frac{2L+1}{k^2(\lambda)} \left| \frac{(\tilde{\Gamma}_1/2)(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + (\tilde{\Gamma}_2/2)(\lambda - \tilde{\lambda}_1)}{(\lambda - \tilde{\lambda}_1)(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + i(\tilde{\Gamma}_1/2)(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + i(\tilde{\Gamma}_2/2)(\lambda - \tilde{\lambda}_1)} \right|^2. \quad (32)$$

Здесь  $k(\lambda) = \sqrt{m\lambda/\hbar^2}$ , где  $m$  – масса отдельного атома.

По аналогии с профилем Фано [10] можно ввести величину [11]

$$F(\lambda) = \sigma_{res} / \sigma_{nonres} = (\sin^2(\delta_L + \eta_L)) / \sin^2 \delta_L. \quad (33)$$

Полное сечение рассеяния окончательно будет иметь следующий вид:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{nonres}^{tot} + \sigma_{nonres} F(\lambda), \quad (34)$$

где

$$\sigma_{nonres}^{tot} = \sigma_{pot} + \sigma_{nonres}, \quad (35)$$

а

$$F(\lambda) = (\chi_L^2 + 2\chi_L z_L(\lambda) - 1) / (1 + z_L^2(\lambda)), \quad (36)$$

где

$$\chi_L = -\text{ctg} \delta_L. \quad (37)$$

Функция  $F(\lambda)$  описывает интерференцию между нерезонансным и резонансным рассеяниями при наличии лазерного поля. В зависимости от  $x = (\lambda - \tilde{\lambda}_2) / (\tilde{\Gamma}_2/2)$  для  $\tilde{\Gamma}_2/2 = 1$ ,  $\tilde{\Gamma}_1/2 = 0.1$ ,  $\Omega = 1$ ,  $\varepsilon = 0$  (все величины приведены в единицах  $\tilde{\Gamma}_2/2$ ) при значениях  $\chi = 0, 0.25, 1, 2, 3$  графическое представление функции  $F(x)$  приведено на рис.2.

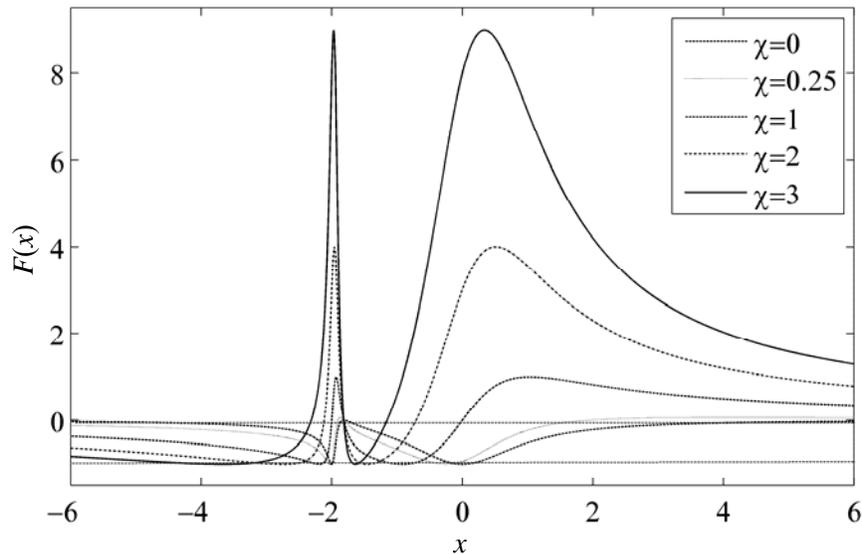


Рис.2. Графическое представление функции  $F(x)$ .

Появление двух пиков в интерференционной картине на рис.2 обусловлено открытием дополнительного канала при наличии внешнего электромагнитного поля и приводит к асимметрии в полном сечении.

Открытие новых каналов распада при наличии лазерного поля приводит также к интерференционным явлениям между этими каналами. Выполнение условия сужения резонансов

$$\varepsilon = (q/2)(\Gamma_{conf} - \Gamma_{laser}) - (\Delta_{conf} - \Delta_{laser}), \quad (38)$$

где  $q$  – параметр Фано [10], а  $\Gamma_{conf,laser}$  и  $\Delta_{conf,laser}$  – ширины и сдвиги, соответственно, конфигурационного и лазерного взаимодействия, приводит к выражению для сечения рассеяния на одном изолированном уровне с шириной  $\Gamma = \Gamma_{conf} + \Gamma_{laser}$ .

Эффективную длину рассеяния можно определить как

$$a_{eff}(\lambda) = -\delta_{tot}(k)/k, \quad (39)$$

где

$$\delta_{tot}(k) = \delta_l(k) + \eta_l(k). \quad (40)$$

Исходя из выражений (16), (21), (39) и (40), для эффективной длины рассеяния получаем следующее выражение:

$$a_{eff}(\lambda) = a_l(\lambda) + \frac{1}{k(\lambda)} \arctan \left[ \frac{\tilde{\Gamma}_1/2}{\lambda - \tilde{\lambda}_1} + \frac{\tilde{\Gamma}_2/2}{\lambda - \tilde{\lambda}_2} \right], \quad (41)$$

где  $a_l(\lambda)$  – длина фонового рассеяния.

В случае холодных атомов, когда  $k \rightarrow 0$  ( $\lambda \rightarrow 0$ ) и орбитальный момент  $L=0$  (рассеяние  $S$ -волны), можно ввести "приведенную ширину"  $\gamma$ , не зависящую от  $k$ :

$$\tilde{\Gamma}_i = 2\tilde{\gamma}_i k. \quad (42)$$

Тогда поперечное сечение резонансного рассеяния (32) при столкновении холодных атомов ( $k \rightarrow 0$ ) в поле лазерного излучения принимает вид

$$\sigma_{res} = 4\pi a_{res}^2, \quad (43)$$

где  $a_{res}$  – длина резонансного рассеяния:

$$a_{res} = -\lim_{k \rightarrow 0} \left| \frac{\tilde{\gamma}_1(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + \tilde{\gamma}_2(\lambda - \tilde{\lambda}_1)}{(\lambda - \tilde{\lambda}_1)(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + i[\tilde{\gamma}_1(\lambda - \tilde{\lambda}_2) + \tilde{\gamma}_2(\lambda - \tilde{\lambda}_1)]k} \right|. \quad (44)$$

Для длины рассеяния, исходя из (41) и (44), получим следующее выражение:

$$a = a_0 - (\tilde{\gamma}_1/\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\gamma}_2/\tilde{\lambda}_2). \quad (45)$$

### 3. Заключение

Получено поперечное сечение столкновения двух атомов в поле лазерного излучения. Показано, что наличие лазерного поля в интерференционной картине резонансных и нерезонансных процессов приводит к появлению двух пиков и к асимметрии в полном сечении.

В случае столкновения холодных атомов в поле лазерного излучения получены поперечное сечение резонансного рассеяния с образованием резонанса Фешбаха и длина рассеяния в поле лазерного излучения. Полученные результаты будут использованы в дальнейшем, в частности, для рассмотрения процессов, в конденсате Бозе–Эйнштейна.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта №11-1с-124 Гос. Комитета по науке Министерства образования и науки Республики Армения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **H.Feshbach.** Ann. Phys. (N.Y.), **19**, 287 (1962).
2. **E.Timmermans, P.Tommasini, M.Hussein, A.Kerman.** Phys. Rep., **315**, 199 (1999).
3. **R.A.Duine, H.T.C.Stoof.** Phys. Rep., **396**, 115 (2004).
4. **Ch.Chin, R.Grimm, P.Julienne, E.Tiesinga.** Rev. Mod. Phys., **82**, 1225 (2010).
5. **S.E.Harris.** Phys. Rev. A, **66**, 010701 (R) (2002).
6. **J.L.Bohn, P.S.Julienne.** Phys. Rev. A, **56**, 1486 (1997); *ibid.*, **54**, R4637 (1996); *ibid.*, **60**, 414 (1999).
7. **Y.B.Band, P.S.Julienne.** Phys. Rev. A, **51**, R4317 (1995).
8. **S.J.J.M.F.Kokkelmans, H.M.J.Vissers, B.J.Verhaar.** Phys. Rev. A, **63**, 031601 (2001)
9. **K.Winkler, F.Lang, G.Thalhammer, P.v.d.Straten, R.Grimm, J.Hecker Denschlag,** Phys. Rev. Lett., **98**, 043201 (2007).
10. **U.Fano.** Phys. Rev., **124**, 1866 (1961).
11. **H.Messy.** Negative Ions. Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1976.

#### INTERFERENCE PHENOMENA AT THE ELASTIC COLLISION OF ATOMS WITH FORMATION OF THE FESHBACH RESONANCE IN THE PRESENCE OF A LASER RADIATION FIELD

E.A. GAZAZYAN, A.D. GAZAZYAN, V.O. CHALTYKYAN

Resonant scattering of atoms with formation of the Feshbach resonance in the presence of a laser radiation, coupling the levels of two bound atoms (a molecule), is considered. The laser field leads to a second resonance in scattering and to broadening of resonances, which facilitates the possibility of experimental observation of asymmetry of the total scattering cross-section, arising because of interference between resonant and potential scatterings. The effects associated with interference of the two channels of decay of a bound system of two atoms (a molecule) in the laser field are studied. An expression is obtained for the scattering length in collision of two cold atoms in the field of laser radiation.