Известия НАН Армении, Физика, т.46, №4, с.278-282 (2011)

УДК 621.372.8

ТЕ МОДЫ В ВОЛНОВОДАХ С ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Т.Н. ПОГОСЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 15 марта 2011 г.)

В адиабатическом приближении получены дисперсионные уравнения для ТЕ и ТМ мод в ограниченных по ширине волноводах, образованных параллельными цилиндрическими поверхностями. Показано, что основная мода TE_{01} сильно локализована по центру волновода.

1. Введение

Развитие терагерцовой (ТГц) техники и ее применение в спектроскопии, зондировании и отображении, высокоскоростной передаче информации и ее обработке связано с проблемой создания адекватных волноведущих структур (ВС). Такие ВС должны обладать рядом свойств – малыми потерями, отсутствием дисперсии, возможно высокой концентрацией потока мощности, высокой эффективностью возбуждения, гибкостью.

В последние годы были предложены и исследованы различные ВС, поддерживающие распространение широкополосных ТГц волн, такие как металлические проволоки [1,2], диэлектрические волокна и стержни [3,4], фотонические структуры [5] и т.д., обладающие теми или иными преимуществами. Однако проблема создания ТГц ВС, удовлетворяющих всем требованиям, остается открытой. С этой точки зрения перспективными ВС для ТГц диапазона представляются волноводы, образованные двумя параллельными плоскими поверхностями (ППП) [6,7]. Являясь разновидностью многосвязных линий передач, эти волноводы могут поддерживать ТЕМ волны, т.е. распространение без дисперсии. Однако этот тип волны не может направленно распространяться в ограниченных по ширине ППП волноводах из-за больших радиационных потерь. В работе [8] предложено для канализации широкополосных ТГц волн использовать моду TE_1, потери которой уменьшаются с возрастанием частоты. Увеличение расстояния между ППП ослабляет дисперсию, свойственную этой моде. Для этих волноводов характерна высокая чувствительность к нарушению параллельности и изгибам, что приводит к радиационным потерям. Для повышения устойчивости ППП волноводов и увеличения концентрации потока мощности были предложены и экспериментально исследованы волноводы с параллельными цилиндрическими поверхностями (ПЦП) [9,10], однако теория этих волноводов в настоящее время недостаточно развита. В настоящей работе на основе адиабатического приближения получены дисперсионные уравнения для TE и TM мод ПЦП волноводов.

2. Постановка и решение задачи

Геометрия рассматриваемого волновода и используемая система координат показаны на рис.1. Бесконечный волновод заполнен однородным изотропным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Идеально проводящие стенки волновода имеют радиус кривизны R, а максимальное расстояние между двумя поверхностями равно d_0. Волновод возбуждается плоской волной с поляризацией, параллельной оси y. Требуется найти TE моды в волноводе. Координаты верхней поверхности определяются уравнением

$$\left(x+R-d_0/2\right)^2+y^2=R^2 . \tag{1}$$

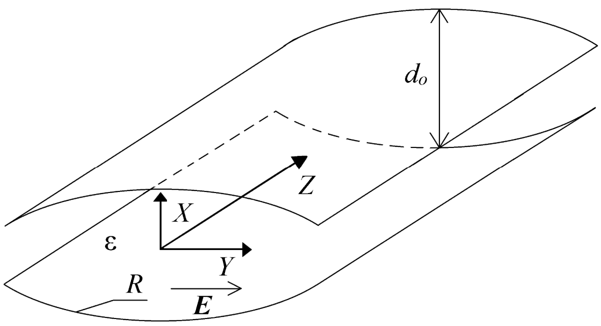

Рис.1. Геометрия волновода с двумя параллельными цилиндрическими поверхностями. R – радиус кривизны, ε – диэлектрическая проницаемость, d_0 – максимальное расстояние между поверхностями.

В рассматриваемом случае, когда

$$d_0 << R, \qquad |y| < \sqrt{d_0 R} , \tag{2}$$

уравнение (1) принимает вид

$$x = d_0/2 - y^2/2R . \tag{3}$$

Аналогично, для нижней поверхности получим

$$x = -d_0/2 + y^2/2R . \tag{4}$$

Согласно (3) и (4), для любого значения y расстояние между двумя поверхностями определяется уравнением

$$d(y) = d_0 - \frac{y^2}{R} . \tag{5}$$

Волновое уравнение для E_y-компоненты напряженности электрического поля TE моды имеет следующий вид:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x^2}+\frac{\partial E_y}{\partial y^2}+\frac{\partial E_y}{\partial z^2}-\varepsilon\left(x,y\right)\frac{\partial E_y}{\partial t^2}=0\,, \qquad (6)$$

где значение $\varepsilon(x,y)$ в области, ограниченной металлическими поверхностями, равно диэлектрической проницаемости ε. В пределах адиабатического приближения, когда длина падающей волны значительно меньше радиуса кривизны поверхностей ($\lambda \ll R$), решение уравнения (6) ищем в виде

$$E_y=AY\left(y\right)X\left(x,y\right)e^{i\left(kz-\omega t\right)}. \qquad (7)$$

В области диэлектрика ($\left|x\right|<d\left(y\right)/2$) вид функции $X(x,y)$ можно определить из известных формул для металлических волноводов [11]:

$$X\left(x,y\right)=\begin{cases}\cos\left[\pi m/d\left(y\right)\right]x, & m=1;3;5....\\ \sin\left[\pi m/d\left(y\right)\right]x, & m=2;4;6....\end{cases} \qquad (8)$$

Заметим, что в уравнении (8) координата y представляет собой параметр. В этом случае, подставляя уравнение (7) в (6), получим

$$\frac{d^2Y\left(y\right)}{dy^2}+\left(\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-k^2-\frac{\pi^2m^2}{d^2\left(y\right)}\right)Y\left(y\right)=0,\quad m=1;2;3;... \qquad (9)$$

При этом пренебрегаем членами, содержащими производную от $d\left(y\right)$, так как в пределах рассматриваемого адиабатического приближения их величина мала.

Допустим, что волновая мода локализована в пределах

$$y^2<<Rd_0/2. \qquad (10)$$

В этом случае имеем

$$1/d^2\left(y\right)\approx 1/d_0{}^2+2y^2/Rd_0{}^3\,. \qquad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2Y\left(y\right)}{dy^2}+\left(\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-k^2-\frac{\pi^2m^2}{d_0{}^2}-\frac{2y^2}{Rd_0{}^3}\right)Y\left(y\right)=0\,. \qquad (12)$$

Введем следующие обозначения:

$$\varepsilon\omega^2/c^2-k^2-\pi^2m^2/d_0{}^2=\beta,\quad 2/Rd_0{}^3=\gamma^4\,. \qquad (13)$$

Тогда уравнение (12) можно записать в виде

$$d^2Y\left(y\right)/dy^2+\left(\beta-\gamma^4y^2\right)Y\left(y\right)=0. \qquad (14)$$

Уравнение (14) аналогично известному уравнению Шредингера для гармонического осциллятора, решение которого имеет следующий вид:

$$Y_n\left(y\right)=e^{-(1/2)(\gamma y)^2}H_n\left(\gamma y\right),\quad \beta=\left(2n+1\right)\gamma^2\,, \qquad (15)$$

где $H_n\left(\gamma y\right)$ – полином Эрмита

$$H_n(\gamma y) = (-1)^n e^{(\gamma y)^2} \left(d^n / d(\gamma y)^n \right) e^{-(\gamma y)^2} . \tag{16}$$

Явные выражения для первых трех $n = 0,1,2$ многочленов Эрмита в физическом определении приведены ниже:

$$H_0(\gamma y) = 1, \qquad H_1(\gamma y) = 2\gamma y, \qquad H_2(\gamma y) = 4(\gamma y)^2 - 2 . \tag{17}$$

Из (14) получим выражение для волнового числа

$$k_{nm} = \sqrt{\varepsilon \omega^2 / c^2 - \pi^2 m^2 / d_0{}^2 - (2n+1)/d_0{}^2} \sqrt{2 d_0 / R} . \tag{18}$$

На рис.2 приведены дисперсионые кривые для основной моды при различных высотах ПЦП волновода. Как следует из (18), дисперсия в ПЦП волноводе несколько выше, чем в ППП [11], и при соблюдении условия (2) ею можно пренебречь. На рис.3 приведено распределение плотности мощности по поперечному сечению ПЦП волновода для мод TE_{01} и TE_{11}, полученное по формулам (14) и (15).

Замечательной особенностью ПЦП волновода является сжатие волны E_{01} по центру волновода, следствием чего являются крайне малые радиационные и омические потери, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами [8]. Сжатие волны TE_{01} особенно важно для ТГц спектроскопии малых и тонких образцов исследуемых материалов. Из рис.3 следует, что для высоких мод наблюдается возрастание плотности мощности на открытых краях ПЦП волновода, что приводит к возрастанию радиационных потерь, т.е. при достаточно большой длине волновода происходит самоселекция основной моды TE_{01}. Отметим, что развитый подход применим и для мод ТМ.

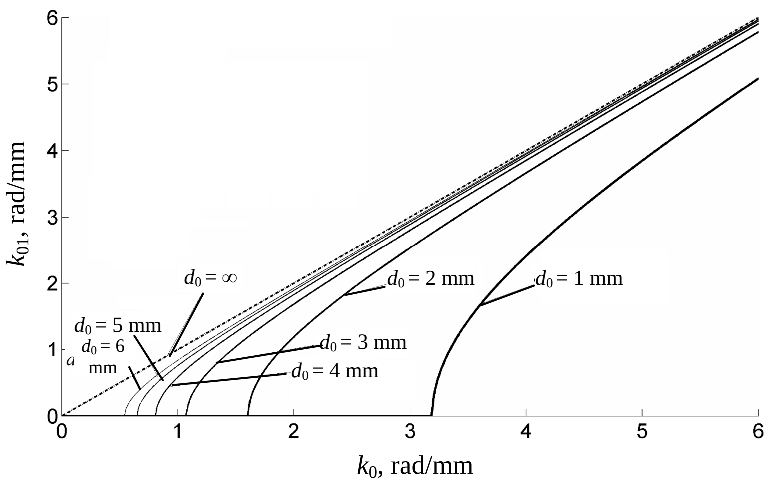

Рис.2. Зависимость постоянной распространения в ПЦП волноводе с R = 20 мм для моды m = 1, n = 0 (k_{01}) от постоянной распространения k_0 для различных расстояний d_0 между двумя поверхностями.

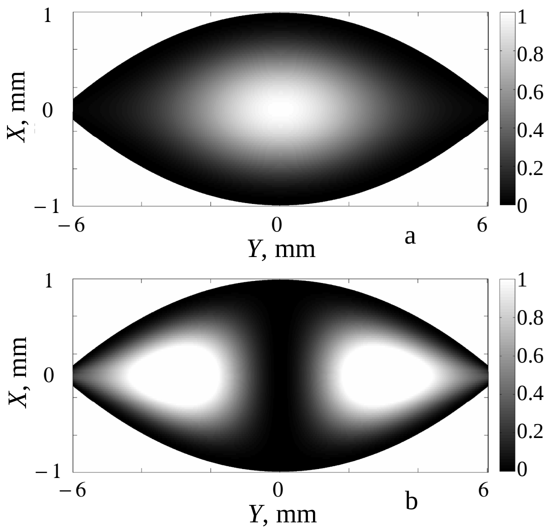

Рис.3. Распределение мощности поля в апертуре волновода (d_0 = 2 мм, R = 20 мм) для мод TE_{01} (a) и TE_{11} (b).

Автор выражает благодарность Х.В. Неркарaряну и А.А. Ахумяну за многочисленные полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке грантов ECSP-10-17 GRSP Национальной академии наук Армении, Национального фонда науки и передовых технологий (NFSAT) и фонда гражданских исследований и развития США (CRDF).

ЛИТЕРАТУРА

1. **K.Wang, M.Mittleman.** Nature, **432**, 376 (2004).
2. **T.Jeon, J.Zhang, D.Grischkowsky.** Appl. Phys. Lett., **86**, 161904 (2005).
3. **S.P.Jamison, R.W.McGowan, D.Grischkowsky.** Appl. Phys. Lett., **76**, 1987 (2000).
4. **R.Mendis, D.Grischkowsky**. J. Appl. Phys., **88**, 4449 (2000).
5. **A.L.Bingham, D.Grischkowsky**. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, **18**, №7 (2008).
6. **R. Mendis, D. Grischkowsky**. Opt. Lett., **26**, 846 (2001).
7. **T. Michael, H.S. Sree, D. Grischkowsky**. Appl. Phys., **108**, 113105 (2010).
8. **R. Mendis, M. Mittleman**, J. Opt. Soc. America B, **26**, №9, A6 (2009).
9. **Yu.H.Avetisyan, A.H.Makaryan, K.Khachatryan, A.Hakhoumian**. Armenian Journal of Physics, **2**, 122 (2009).
10. **M.K.Mbonye, R.Mendis, M.Mittleman.** Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2010), paper JWA119.
11. **D.M.Pozar**. Microwave Engineering. New York, Wiley, 1997.

TE MODES IN PARALLEL CYLINDRICAL SURFACE WAVEGUIDES

T.N. POGHOSYAN

Based on adiabatic approximation the dispersion equation for TE and TM modes in limited width waveguides, formed by parallel cylindrical surfaces, are derived. It is shown that the dominant TE_{01} mode is strongly localized in the center of waveguide.