# ПЕРЕКАЧКА СВЕТОВОЙ ЭНЕРГИИ В ДВУХКАНАЛЬНОМ ПЛАЗМОННОМ ВОЛНОВОДЕ

#### Х.В. НЕРКАРАРЯН, С.Б. ОВСЕПЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

(Поступила в редакцию 10 ноября 2010 г.)

Рассмотрена возможность перекачки световой энергии между связанными плазмонными волноводными каналами. Эти каналы образуются на основе структуры металл-диэлектрик-металл, в которой диэлектрическая щель имеет два близко расположенных минимума по толщине. Определены зависимости скорости перекачки волновой энергии от минимальной толщины зазора и расстояния между каналами.

#### 1. Введение

Развитие оптических методов обработки и передачи информации открывает перспективу существенного увеличения быстродействия. При этом наибольшего результата можно достичь при использовании оптических процессов в наноструктурах. Возникшая на этом пути основная преграда – дифракционный предел, который не позволяет локализовать световое излучение в пределах, меньших его длины волны. Однако последние достижения наноплазмоники указывают на то, что это препятствие преодолимо (см., например, [1-13]). Для создания нанометрических волноводных каналов можно использовать поверхностные плазмон–поляритоны (ППП), в которых связываются световые и плазменные волны.

Волноводное распространение ППП исследовалось в целом ряде структур, таких как плоские металлические пластинки, нанопроволоки, цепочки наночастиц и т.д. [14-20]. Наиболее перспективными оказались ППП волноводные структуры, созданные в виде V-образных каналов на поверхности металла [17-19]. В работах [21,22] предлагалось в качестве ППП волноводного канала использовать нанометрический вогнутый зазор между металлическими поверхностями. Как показывают оценки, такие ППП волноводы вполне конкурентоспособны и нуждаются в дополнительных исследованиях.

Однако для записи и обработки информации необходимо также разработать методы управления ограниченной в пространстве волной. Эту цель преследовали создание ППП интерферометров Маха–Цендера, кольцевых резонаторов [19], решеточных фильтров [20] и исследование возможностей эффективной нанофокусировки волны [23,24].

### 2. Теория

В настоящей работе изучается возможность управления волной путем связывания волноводных каналов. На рис.1 представлен характерный вид исследуемой структуры металл-зазор-металл. Обозначим через  $\varepsilon_m$  и  $\varepsilon_d$ , соответственно, диэлектрические проницаемости металла и диэлектрика, заполняющего зазор. Уравнение для цилиндрических поверхностей имеет вид  $(|x|-a)^2 + (y-r-d_0)^2 = r^2$ . В случае  $y \ll r$  и  $d_0 \ll r$  ширина зазора меняется согласно закону  $d(x) = d_0 + (|x|-a)^2/2r$ .



Рис.1. Характерный вид исследуемой структуры металл-зазор-металл.

Волновое уравнение для *у*-компоненты напряженности электрического поля волны представим в виде

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon(x, y)}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

где

$$\varepsilon(x, y) = \begin{cases} \varepsilon_d, \text{ при } 0 < y < d_0 + (|x| - a)^2 / 2r, \\ \varepsilon_m, \text{ при } y < 0, y > d_0 + (|x| - a)^2 / 2r. \end{cases}$$
(2)

Пусть волна распространяется в направлении *z*. В рамках адиабатического приближения *у*-компоненту напряженности электрического поля волны можно представить в виде

$$E_{y} = AX(x)Y(y,d(x))e^{i(kz-\omega t)}.$$
(3)

Здесь A – константа, а Y(y, d(x)) является решением следующего уравнения:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - \left(q^2(x) - \frac{\varepsilon(x, y)\omega^2}{c^2}\right)Y = 0.$$
 (4)

Здесь координата x является параметром, а Y(y,d(x)) определяется из решения волнового уравнения в случае постоянного значения ширины зазора:

$$Y(y,d(x)) = \begin{cases} A \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_m} \operatorname{ch} \frac{\chi_d d(x)}{2} e^{-\chi_m(y-d(x))}, & y > d(x), \\ A \operatorname{ch} \chi_d \left( y - \frac{1}{2} d(x) \right), & 0 < y < d(x), \\ A \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_m} \operatorname{ch} \frac{\chi_d w}{2} e^{\chi_m y}, & y < 0, \end{cases}$$
(5)

где выполняется следующее дисперсионное соотношение:

th 
$$\frac{\chi_d d(x)}{2} = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_m} \frac{\chi_m}{\chi_d}$$
, где  $\chi_{m,d} = \sqrt{q^2(x) - \varepsilon_{m,d} \frac{\omega^2}{c^2}}$ . (6)

В предельном случае

$$\chi_d d(x)/2 \ll 1, \quad |\varepsilon_m| \gg \varepsilon_d$$
 (7)

имеем

$$q^{2}(x) = q_{0}^{2} + \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_{d}}{|\varepsilon_{m}|}}q_{0}}{d(x)}, \quad \text{где} \quad q_{0} = \sqrt{\varepsilon_{d}} \frac{\omega}{c}.$$
(8)

В рамках адиабатического приближения, пренебрегая членами  $\partial Y/\partial x$  и  $\partial^2 Y/\partial x^2$ , для функции X(x) из волнового уравнения получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \left(q^2(x) - k^2\right) X = 0.$$
(9)

Допустим, что область локализации моды меньше *a*. Тогда первая и вторая волноводные моды между собой связаны слабо и вначале их можно рассматривать раздельно. Рассмотрим моду в области положительных *x*. Тогда из формулы (8) имеем:

$$q^{2}(x) \approx q_{0}^{2} + \frac{2\sqrt{\varepsilon_{d}}/|\varepsilon_{m}|q_{0}}{d_{0} + (x-a)^{2}/r} = q_{0}^{2} + 2\sqrt{\varepsilon_{d}}/|\varepsilon_{m}| \frac{q_{0}}{d_{0}(1 + (x-a)^{2}/rd_{0})}.$$
 (10)

В предельном случае  $(x-a) << rd_0$  следует

$$q^{2}(x) = q_{0}^{2} + 2\sqrt{\frac{\varepsilon_{d}}{|\varepsilon_{m}|}} \frac{q_{0}}{d_{0}} - 2\sqrt{\frac{\varepsilon_{d}}{|\varepsilon_{m}|}} \frac{q_{0}(x-a)^{2}}{rd_{0}^{2}}.$$
(11)

Вводя обозначения

$$\varepsilon = q_0^2 + 2\sqrt{\frac{\varepsilon_d}{|\varepsilon_m|}} \frac{q_0}{d_0} - k^2, \ \mu = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_d}{|\varepsilon_m|}} \frac{q_0}{rd_0^2},$$
(12)

получим

$$\frac{\partial^2 X}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\varepsilon}{\mu^{1/2}} - \xi^2\right) X = 0, \qquad (13)$$

где  $\xi = (x - a)\mu^{1/4}$ .

Это уравнение является аналогом уравнения Шредингера для линейного осциллятора и из условия квантования находим

$$\varepsilon_n/\mu^{1/2} = 2n+1$$
; где  $n = 0;1;2;...$ 

Отсюда для волнового вектора имеем

$$k_n = \sqrt{q_0^2 + 2\sqrt{\frac{\varepsilon_d}{|\varepsilon_m|}} \frac{q_0}{d_0} - (2n+1)\left(2\sqrt{\frac{\varepsilon_d}{|\varepsilon_m|}} \frac{q_0}{rd_0^2}\right)^{1/2}}.$$
(14)

Нормализованная величина функции *X*(*x*) имеет следующий вид:

$$X_{n}(x) = \frac{\mu^{\frac{1}{8}}}{\sqrt{2^{n} n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\mu^{\frac{1}{2}}(x-a)^{2}} H_{n}\left(\mu^{\frac{1}{4}}(x-a)\right),$$
(15)

где  $H_n$  – полином Эрмита *n*-ого порядка. В дальнейшем будем рассматривать только основную моду n = 0, когда

$$X_{0}(x) = \mu^{\frac{1}{8}} \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}\mu^{\frac{1}{2}}(x-a)^{2}}.$$
 (16)

До сих пор мы игнорировали связь между двумя волноводами. С формальной точки зрения процедура связывания волноводных каналов аналогична связыванию потенциальных ям в квантовой механике [25]. В нулевом приближении волновая функция является комбинацией симметричной (*s*) и антисимметричной (*a*) функций:

$$X_{s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[ X_{0} (x) + X_{0} (-x) \Big],$$
  

$$X_{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[ X_{0} (x) - X_{0} (-x) \Big].$$
(17)

В точке x = -a функция  $X_0(x)$ †  $X_0(-x)$  а в точке x = a наоборот. Запишем уравнения

$$\frac{\partial^2 X_0}{\partial x^2} + (q^2(x) - k_0^2) X_0 = 0,$$
  

$$\frac{\partial^2 X_s}{\partial x^2} + (q^2(x) - k_s^2) X_s = 0.$$
(18)

Первое уравнение умножим на  $X_s$ , а второе на  $X_0$  и проинтегрируем по x в области от 0 до  $\infty$ . Имея в виду то, что при x = 0  $X_s = \sqrt{2}X_0$  и  $X'_s(0) = 0$ , а также  $\int_0^\infty X_0 X_s dx \approx \frac{1}{\sqrt{2}0} \int_0^\infty X_0^2 dx = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , приближенно можно написать  $\int_0^\infty \left[ X_0 \frac{\partial^2 X_s}{\partial x^2} - X_s \frac{\partial^2 X_0}{\partial x^2} \right] dx = -X_0(0) X'_s(0) + X_s(0) X'_0(0) = \sqrt{2}X_0(0) X'_0(0),$  (19)  $\sqrt{2}X_0(0) X'_0(0) = (1/\sqrt{2}) (k_s^2 - k_0^2).$ 

Аналогично получим

$$-\sqrt{2}X_{0}(0)X_{0}'(0) = (1/\sqrt{2})(k_{a}^{2} - k_{0}^{2}).$$
<sup>(20)</sup>

Из (16) следует, что

$$2X_0(0)X_0'(0) = \left(2\mu^{3/4}a/\pi^{1/2}\right)e^{-\mu^{1/2}a^2}.$$
(21)

Таким образом, получаем

$$k_s = \sqrt{k_0^2 + 2\delta^2}$$
 и  $k_a = \sqrt{k_0^2 - 2\delta^2}$ , где  $\delta^2 = (\mu^{3/4} a / \pi^{1/2}) e^{-\mu^{1/2} a^2}$ . (22)

При условии  $\delta^2 \ll k_0^2$  имеем

$$k_s = k_0 + \delta^2 / k_0$$
,  $k_a = k_0 - \delta^2 / k_0$ . (23)

Таким образом, мы имеем два решения:

$$E_{ys} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[ X_0(x) + X_0(-x) \Big] Y(y, d(x)) e^{i(k_x z - \omega t)},$$
  

$$E_{ya} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[ X_0(x) - X_0(-x) \Big] Y(y, d(x)) e^{i(k_x z - \omega t)}.$$
(24)

Допустим, что волна входит в первый волновод, то есть при z = 0 коэффициент у  $X_0(x)$  зануляется. В этом случае поле определяется следующим образом:

$$E_{y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( E_{ys} - E_{ya} \right) = \frac{1}{2} \left[ X_{0} \left( x \right) e^{i \frac{\delta^{2}}{k_{0}} z} + X_{0} \left( -x \right) e^{i \frac{\delta^{2}}{k_{0}} z} - X_{0} \left( x \right) e^{-i \frac{\delta^{2}}{k_{0}} z} + X_{0} \left( -x \right) e^{-i \frac{\delta^{2}}{k_{0}} z} \right] Y(y, d(x)) e^{i(k_{0}z - \omega t)}.$$

Следовательно,

$$E_{y} = \left[X_{0}\left(-x\right)\cos\frac{\delta^{2}}{k_{0}}z + iX_{0}\left(x\right)\sin\frac{\delta^{2}}{k_{0}}z\right]Y\left(y,d\left(x\right)\right)e^{i\left(k_{0}z-\omega t\right)}$$

Таким образом, мы получили, что волна в ходе распространения периодически переходит из одного волновода в другой. На рис.2 представлена зависимость скорости перекачки волновой энергии от минимальной толщины при условиях  $\sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_m} = 2/23$ ,  $R = 2 \times 10^{-6}$ ,  $a = 1.5 \times 10^{-7}$ . Примечательно, что из-за сильной зависимости области локализации волноводной моды от толщины зазора указанная зависимость имеет немонотонный характер. На рис.3 представлена зависимости скорости перекачки волновой энергии от расстояния между каналами при  $\sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_m} = 2/23$ ,  $R = 2 \times 10^{-6}$ ,  $d_0 = 1.5 \times 10^{-8}$ . Здесь наблюдается характерное для волноводных каналов экспоненциальное убывание скорости перекачки.



Рис.2. Зависимость скорости перекачки волновой энергии от минимальной толщины в условиях  $\sqrt{\varepsilon_d / \varepsilon_m} = 2/23$ ,  $R = 2 \times 10^{-6}$  м,  $a = 1.5 \times 10^{-7}$  м.



Рис.2. Зависимость скорости перекачки волновой энергии от минимальной толщины в условиях  $\sqrt{\varepsilon_d / \varepsilon_m} = 2/23$ ,  $R = 2 \times 10^{-6}$  м,  $d_0 = 1.5 \times 10^{-8}$  м.

В заключение отметим, что относительная простота создания и возможность миниатюризации позволяют рассматривать исследуемую структуру в качестве переспективного элемента наноплазмонных цепей.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Plasmonic Nanoguides and Circuits. S.I.Bozhevolnyi, ed. Pan Stanford, 2008.
- 2. D.K.Gramotnev, S.I.Bozhevolny. Nature Photonics, 4, 83, (2010).
- 3. M.A.Noginov, G.Zhu, A.M.Belgrave, et al. Nature, 460, 1100, (2009).
- 4. K.V.Nerkararyan. Phys. Lett. A, 237, 103 (1997).
- 5. M.I.Stockman. Phys. Rev. Lett., 93, 137404 (2004).
- 6. D.K.Gramotnev. J. Appl. Phys., 98, 104302 (2005).
- 7. K.Vernon, D.K.Gramotnev, D.F.P.Pile. J. Appl. Phys., 101, 104312 (2007).
- E.Moreno, S.G.Rodrigo, S.I.Bozhevolnyi, L.Martin-Moreno, F.J.Garcia-Vidal. Phys. Rev. Lett., 100, 023901 (2008).
- 9. C.Ropers, C.C.Neacsu, T.Elsaesser, M.Albrecht, M.B.Raschke, C.Lienau. Nano Lett., 7, 2784 (2007).
- 10. E.Verhagen, M.Spasenovic, et al. Phys. Rev. Lett., 102, 203904 (2009).
- 11. H.Choi, D.F.P.Pile, S.Nam, G.Bartal, X.Zhang. Opt. Express, 17, 7519 (2009).
- 12. V.S.Volkov, S.I.Bozhevolnyi, S.G.Rodrigo, et al. Nano Lett., 9, 1278 (2009).
- 13. F. De Angelis, G.Das, et al. Nat. Nanotechnol., 5, 67 (2010).
- 14. P.Berini. Phys. Rev. B, 61, 10484 (2000).
- T.Nikolajsen, K.Leosson, I.Salakhutdinov, S.I.Bozhevolnyi. Appl. Phys. Lett., 82, 668 (2003).
- 16. S.I.Bozhevolnyi, J.Erland, K.Leosson, et al. Phys. Rev. Lett., 86, 3008 (2001).
- S.A.Maier, P.G.Kik, H.A.Atwater, S.Meltzer, E.Harel, B.E.Koel, A.A.G.Requicha. Nat. Mat. 2, 229 (2003).
- 18. S.I.Bozhevolnyi, V.S.Volkov, E.Devaux, T.W.Ebbesen. Phys. Rev. Lett., 95, 046802 (2005).
- 19. S.I.Bozhevolnyi, V.S.Volkov, E.Devaux, J.-Y.Laluet, T.W.Ebbesen. Nature (London) 440, 508 (2006).
- 20. V.S.Volkov, S.I.Bozhevolnyi, E.Devaux, J.-Y.Laluet, T.W.Ebbesen. Nano Lett. 7, 880 (2007).
- 21. S.I.Bozhevolnyi, Kh.V.Nerkararyan. Optics Express, 17, 10327 (2009).
- 22. С.И.Божевольный, Х.В.Неркарарян, С.Б.Овсепян. Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 463 (2010).
- 23. H.Choi, D.F.P.Pile, S.Nam, G.Bartal, X.Zhang. Opt. Express, 17, 7519 (2009).
- 24. S.I.Bozhevolnyi, Kh.V.Nerkararyan. Opt. Lett., 35, 541 (2010).
- 25. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М., Наука, 1974.

# TRANSFERRING OF LIGHT ENERGY

### IN TWO-CHANNEL PLASMON WAVEGUIDE

#### KH.V. NERKARARYAN, S.B. HOVSEPYAN

A possibility of transferring of light energy between coupled plasmon waveguide channels is considered. These channels are formed on the basis of a metal-dielectric-metal structure in which the dielectric gap has two closely located minima along the thickness. Dependences of the light energy pumping speed on the minimum gap thickness and distance between channels are found.