Известия НАН Армении, Физика, т.46, №1, с.18-27 (2011)

УДК 539.2

МНОГОКАНАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦЫ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Д.М. СЕДРАКЯН[1], Э.М. КАЗАРЯН[2], Л.Р. СЕДРАКЯН[2]

[1]Ереванский государственный университет, Армения

[2]Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

(Поступила в редакцию 3 сентября 2010 г.)

Приведено уравнение Шредингера для рассеивающейся частицы в квантовой проволоке. Рассмотрены две геометрические формы поперечного сечения проволоки: прямоугольная и цилиндрическая. Показано, что рассеяние частицы на произвольном потенциале вида $V = V(x,y,z)$, определенном внутри проволоки, можно рассматривать как многоканальное рассеяние, где индекс канала совпадает с индексом, определяющим энергетические уровни ограниченного поперечного движения частицы. Предложен метод получения амплитуд прохождения T_i и отражения R_i в случае многоканального рассеяния. Более подробно рассмотрен случай двухканального рассеяния и предложен метод для определения амплитуд рассеяния T_1, T_2 и R_1, R_2.

1. Введение

Задача рассеяния элементарных возбуждений в так называемых “сложных’’ средах представляет общефизический интерес. К “сложным” средам относятся всевозможные искусственно созданные структуры, параметры которых изменяются от точки к точке произвольным образом [1]. К ним относятся также системы, параметры которых известны лишь приближенно, и поэтому их приходится задавать с помощью средних значений и различных корреляторов [2]. В последнее время в связи со все возрастающими возможностями нанотехнологий по созданию низкоразмерных (с контролем размеров вплоть до одного атома) структур, стало почти возможным создание их с произвольными, наперед заданными структурными особенностями [3].

Одним из наиболее интересных объектов, на которых рассматривается рассеяние элементарных возбуждений, являются плоские и цилиндрические системы. Это связано с двумя основными причинами. Во-первых, экспериментальное осуществление данных систем является наиболее разработанным как в плане контроля размеров системы, так и по возможностям вариаций ее структурных и композиционных характеристик. Во-вторых, теоретическое исследование физических особенностей рассеяния на одномерных и квазиодномерных системах является несравненно более легкой задачей, чем на системах, характеристики которых изменяются произвольным образом в двух или трех направлениях.

Аналитический подход к задачам данного класса для двух- и трехмерных систем сопряжен с непреодолимыми математическими трудностями и при их решении используются численные методы. Вместе с тем, уже много лет интенсивно рассматриваются одномерные модели, которые не утратили своей актуальности. Любой аналитический подход, который выходит за рамки одномерного рассмотрения, расширяет класс задач, приближая их к более реальным физическим задачам. В частности, квазиодномерное рассмотрение задачи рассеяния может быть одним из таких обобщений.

В задачах одномерного рассеяния мы предполагаем, что потенциал рассеяния зависит только от координаты, в направлении которой происходит рассеяние. В общем случае потенциал рассеяния $V(x,y,z)$ должен зависеть от трех координат. Однако если ограничить наше рассмотрение квазиодномерным рассеянием, то вид потенциала V должен быть таким, чтобы обеспечить ограниченное движение рассеивающейся частицы в плоскости, перпендикулярной направлению рассеяния. Для этого необходимо наличие бесконечных потенциальных стенок в этой плоскости. Обозначим через z направление рассеяния частицы. Рассмотрим два частных случая: первый, когда движение по x отсутствует и частица колеблется в направлении y, и второй, когда она движется в плоскости xy, совершая ограниченное движение в области $-a/2 \le x \le a/2$ и $-b/2 \le y \le b/2$ или в области с радиусом $r \le a$. Такие движения осуществляются при наличии двух бесконечных потенциальных стенок при $y = \pm a/2$ для первого случая и бесконечных потенциальных стенок при $x = \pm a/2$ и $y = \pm a/2$ или бесконечного потенциала на цилиндрической поверхности $r \ge a$ для второго случая. Отметим, что второй случай соответствует реальной задаче: рассеяние частицы внутри проволоки цилиндрической или прямоугольной формы.

Задачи рассеяния квантовой частицы с геометрией, соответствующей первому случаю были рассмотрены в работах [5-7]. Целью настоящей работы является рассмотрение задачи рассеяния для второго случая, когда квазичастица ограниченно движется в плоскости xy и рассеивается в направлении z. Это направление совпадает с осью цилиндрической проволоки. Что касается вида потенциала рассеяния $V(x,y,z)$, то он может быть произвольным. Первоочередной задачей является определение амплитуд прохождения T и отражения R в зависимости от вида рассеивающего потенциала $V(x,y,z)$.

Как было показано в работах [5-7], квазиодномерное рассеяние на потенциале, зависящем также от поперечных координат, приводит к многоканальному рассеянию. Математически это означает, что амплитуды рассеяния T_m и R_m зависят от новых дискретных индексов, которые описывают квантовое движение частицы в поперечной к направлению рассеяния плоскости. Физический смысл индекса m зависит от вида движения частицы в плоскости *x,y*. В работах [5,6] рассматривается наличие движения частицы по направлению y, и так как потенциал в точках $y = \pm a/2$ бесконечен, то индекс m описывает энергетические уровни колеблющейся частицы в одномерной бесконечно-глубокой яме. Здесь мы предполагаем наличие ограниченного движения частицы в поперечной плоскости, что в рамках квантовой механики является двумерным движением.

Как покажем ниже, система линейных дифференциальных уравнений, полученных из волнового уравнения Шредингера, математически аналогична уравнениям, полученным в работах [5-7]. Поэтому метод решения данной системы, предложенный в этих работах, может быть перенесен для решения задачи рассеяния в проволоках. В частности, предложенный в работах [5-7] метод определения амплитуд рассеяния T_i и R_i с некоторыми изменениями может быть применен в задачах рассеяния в проволоках. Раздел 2 посвящен решению уравнения Шредингера для проволоки с произвольным потенциалом рассеяния $U(x,y,z)$. Приведено определение потенциалов $V_{nn'}^{mm'}(z)$, которые входят в систему уравнений, определяющих искомые функции $\Psi_{nm}(z)$. В разделе 3 записано уравнение Шредингера для цилиндрической проволоки с произвольным потенциалом рассеяния $U(\rho,\varphi,z)$. Далее в этом параграфе введен потенциал $V_{nn'}^{mm'}(z)$, входящий в систему уравнений, определяющих функции $\Psi_{nm}(z)$. Используя математическую аналогию полученных уравнений с уравнениями из работ [5-7], в разделе 4 предложен метод нахождения амплитуд прохождения и отражения T_i и R_i ($i = 1, 2 \ldots N$) для многоканального рассеяния. В частности, конкретно рассмотрен случай двухканального рассеяния. В заключении перечислены полученные результаты и отмечен тот круг задач, по которым будут продолжены исследования.

2. Уравнение Шредингера для квантовой нити

Рассмотрим упругое рассеяние частицы, движущейся вдоль оси z нити, поперечное сечение которой имеет вид параллелепипеда со сторонами, равными по оси x a и по оси y b. Предполагаем, что потенциал при $|x| \geq a/2$ и $|y| \geq b/2$ бесконечен и, следовательно, движение частицы ограничено в области

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, \quad -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}, \quad -\infty < z < \infty. \tag{1}$$

Электрон при прохождении по нити рассеивается на потенциале общего вида

$$U = U(x,y,z). \tag{2}$$

Уравнение Шредингера, описывающее движение частицы, будет

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x,y,z)}{\partial z^2} + \left(\chi^2 - V(x,y,z)\right)\Psi(x,y,z) = 0, \tag{3}$$

где $\Psi(x,y,z)$ есть волновая функция электрона и введены обозначения

$$\left(2m/\hbar^2\right)E=\chi^2,\quad \left(2m/\hbar^2\right)U\left(x,y,z\right)=V\left(x,y,z\right). \tag{4}$$

Здесь E – энергия рассеивающейся частицы.

Решение уравнения (3) должно удовлетворять граничным условиям

$$\Psi\left(x,y,z\right)\Big|_{x=\pm a/2}=0,\quad \Psi\left(x,y,z\right)\Big|_{x=\pm b/2}=0. \tag{5}$$

Будем искать решение уравнения (3), удовлетворяющее условиям (5), в следующем виде:

$$\Psi\left(x,y,z\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\Psi_{nm}\left(z\right)\Phi_n\left(x\right)\Phi_m\left(y\right), \tag{6}$$

где функции $\Phi_n\left(x\right)$ и $\Phi_m\left(y\right)$ имеют вид

$$\begin{gathered}\Phi_n\left(x\right)=\left(\sqrt{2/a}\right)\cos\frac{\pi\left(2n+1\right)}{a}x,\quad \Phi_m\left(y\right)=\left(\sqrt{2/b}\right)\cos\frac{\pi\left(2m+1\right)}{b}y,\\ -a/2\le x\le a/2,\quad -b/2\le y\le b/2.\end{gathered} \tag{7}$$

Для искомых функций $\Psi_{nm}\left(z\right)$ легко получить следующую систему линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2\Psi_{nm}\left(z\right)}{dz^2}+k_{nm}^2\Psi_{n,m}\left(z\right)-\sum_{n'=0}^{\infty}\sum_{m'=0}^{\infty}V_{nn'}^{mm'}\left(z\right)\Psi_{n',m'}\left(z\right)=0, \tag{8}$$

где

$$V_{nn'}^{mm'}\left(z\right)=\frac{4}{ab}\times$$

$$\times\int_{-a/2}^{a/2}dx\int_{-b/2}^{b/2}dy\cos\frac{\pi\left(2n+1\right)}{a}x\cos\frac{\pi\left(2m+1\right)}{b}yV\left(x,y,z\right)\cos\frac{\pi\left(2n'+1\right)}{a}x\cos\frac{\pi\left(2m'+1\right)}{b}y,$$

$$k_{nm}^2=\chi^2-\chi_{nm}^2,\qquad \chi_{nm}^2=\chi_n^2+\chi_m^2,\qquad \chi_n=\frac{\pi\left(2n+1\right)}{a},\qquad \chi_m=\frac{\pi\left(2m+1\right)}{b}.$$

Подставляя решение этих уравнений $\Psi_{nm}\left(z\right)$ в (6), мы определим полную волновую функцию $\Psi\left(x,y,z\right)$.

Таким образом, энергетические состояния и, следовательно, соответствующие каналы рассеяния нумеруются индексами n и m. Возможность реализации разных n и m зависит от вида потенциала $V\left(x,y,z\right)$ и значения начального импульса падающей на этот потенциал частицы. Число каналов уменьшается, если потенциал имеет вид $V=V\left(x,z\right)$. В этом случае

$$V_{nn'}^{mm'}\left(z\right)=V_{nn'}^{m}\left(z\right)\delta_{mm'}, \tag{9}$$

где

$$V_{nn'}^{m}(z)=\frac{2}{a}\int_{-a/2}^{a/2}dx\cos\frac{\pi(2n+1)}{a}V(x,z)\cos\frac{\pi(2n'+1)}{a}. \qquad (10)$$

При таком потенциале переход рассеивающейся частицы из одного канала в другой происходит без изменения индекса m. Искомые функции $\Psi_{nm}(z)$ в этом случае определяются из системы уравнений

$$\frac{d^2\Psi_{nm}(z)}{dz^2}+k_{nm}^2\Psi_{nm}(z)-\sum_{n'=0}^{\infty}V_{nn'}^{m}(z)\Psi_{n'm}(z)=0. \qquad (11)$$

3. Случай цилиндрической симметрии

На практике квантовые нити, как правило, имеют цилиндрическую симметрию. Поэтому в последующем изложении рассмотрим рассеяние частицы, движущейся по направлению z проволоки, которая имеет вид цилиндра с радиусом a. В общем случае внутри бесконечного цилиндра частица может рассеиваться на потенциале вида

$$U=U(\rho,\varphi,z). \qquad (12)$$

Если ограничить наше рассмотрение квазиодномерным рассеянием, то следует предположить наличие бесконечного потенциала в области $\rho\geq a$. Тогда движение частицы в поперечной к направлению рассеяния плоскости ограничено областью $\rho\leq a$.

Уравнение Шредингера, описывающее движение частицы имеет вид

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}+\left(\chi^2-V(\rho,\varphi,z)\right)\Psi=0, \qquad (13)$$

где $\Psi(\rho,\varphi,z)$ есть волновая функция электрона и введены обозначения

$$\frac{2m}{\hbar^2}E=\chi^2,\qquad \frac{2m}{\hbar^2}U(\rho,\varphi,z)=V(\rho,\varphi,z). \qquad (14)$$

Решение уравнения (13) должно удовлетворять граничному условию

$$\Psi(\rho,\varphi,z)=0 \text{ при } \rho\geq a. \qquad (15)$$

Решение уравнения (13), удовлетворяющее условию (15), можно искать в следующем виде:

$$\Psi(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\Psi_{nm}(z)\varphi_{nm}(\rho)\cos m\varphi. \qquad (16)$$

Здесь функции $\varphi_{nm}(\rho)$ имеют вид

$$\varphi_{nm}(\rho)=CI_m(\chi_{nm}\rho),\qquad 0\leq\rho\leq\alpha, \qquad (17)$$

где $I_m(\chi_{nm}\rho)$ – цилиндрические функции Бесселя. Здесь $C = 1/a\sqrt{\pi}I_{m+1}(\chi_{nm}a)$ и $(\hbar^2/2m)\chi_{nm}$ есть собственные значения энергии поперечного движения электрона. Эти значения определяются из граничного условия задачи:

$$I_m(\chi_{nm}a) = 0, \tag{18}$$

Здесь $\chi_{nm} > 0$, если $n > 0$ и $m = 0,1,2\ldots$. Решения χ_{nm} уравнения (18) хорошо известны. В частности, наинизшие энергетические состояния соответствуют индексам $n = 1$, $m = 0$ и $n = 1$, $m = 1$ и соответствующие $\chi_{nm}a$ равняются $\chi_{10}a = 2.41$ и $\chi_{11}a = 3.83$.

Для искомых функций $\Psi_{nm}(z)$ легко получить следующую систему линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2\Psi_{nm}(z)}{dz^2} + \left(\chi^2 - \chi_{nm}^2\right)\Psi_{nm}(z) - \sum_{n'=1}^{\infty}\sum_{m'=0}^{\infty} V_{nn'}^{mm'}(z)\Psi_{n'm'}(z) = 0, \tag{19}$$

где

$$\begin{aligned} V_{nn'}^{mm'}(z) = \frac{1}{\pi a^2\left(I_{m+1}(\chi_{nm}a)\right)^2}\times \\ \times\int_0^a \rho d\rho I_m(\chi_{nm}\rho) I_{m'}(\chi_{n'm'}\rho)\int_0^{2\pi} d\varphi V(\rho,\varphi,z)\cos m\varphi\cos m'\varphi. \end{aligned} \tag{20}$$

Подставляя решение этих уравнений $\Psi_{nm}(z)$ в решение (16), мы определим полную волновую функцию $\Psi(\rho,\varphi,z)$.

Если потенциал V зависит от всех переменных, то может реализоваться рассеяние по всем каналам, характеризирующееся целочисленными $n > 0$ и $m \geq 0$. Число каналов уменьшается, если потенциал имеет вид $V(\rho,z)$, то есть азимутально-симметричен. В этом случае переход рассеивающейся частицы из одного канала в другой происходит без изменения индекса m. Действительно,

$$\begin{aligned} V_{nn'}^{mm'}(z) = \frac{1}{a^2\left(I_{m+1}(\chi_{nm}a)\right)^2}\int_0^a \rho d\rho I_m(\chi_{nm}\rho) V(\rho,z) I_{m'}(\chi_{n'm'}\rho)\times \\ \times\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\cos m\varphi\cos m'\varphi d\varphi = V_{nn'}^m(z)\delta_{mm'}, \end{aligned} \tag{21}$$

где

$$V_{nn'}^m(z) = \frac{1}{a^2\left(I_{m+1}(\chi_{nm}a)\right)^2}\int_0^a \rho d\rho I_m(\chi_{nm}\rho) V(\rho,z) I_m(\chi_{n'm}\rho). \tag{22}$$

Тогда основная система уравнений, определяющая искомые функции $\Psi_{nm}(z)$, имеет вид

$$\frac{d^2\Psi_{nm}(z)}{dz^2} + k_{nm}^2\Psi_{nm}(z) - \sum_{n'=1}^{\infty} V_{nn'}^m(z)\Psi_{n'm}(z) = 0, \tag{23}$$

где $k_{nm}^2 = \chi^2 - \chi_{nm}^2$. Системы уравнений (11) и (23) математически аналогичны уравнениям, полученным в работах [5-7], где каналы рассеяния описываются одним индексом *n*. В данном случае при рассеянии в волновой функции частицы сохраняется начальный индекс *m*, который описывает начальный импульс падающей на потенциал *V* частицы.

4. Метод определения амплитуд прохождения и отражения при двухканальном и многоканальном рассеянии

Этот раздел посвящен рассмотрению рассеяния в проволоке только цилиндрической формы, так как рассмотрение прямоугольной симметрии аналогично этому. Как отмечалось выше, число каналов рассеяния зависит не только от вида потенциала *V*, но и от значения начального импульса частицы. Это связано с тем, что при упругом рассеянии изменение энергии поперечного движения частицы должно происходить за счет энергии продольного движения. Следовательно, будет возбуждаться конечное число каналов, которые характеризуются наинизшими значениями поперечной энергии. В частности, если энергия продольного движения достаточно мала, то может реализоваться рассеяние только по двум наинизшим по импульсу каналам. Такое рассеяние назовем двухканальным и перейдем к его рассмотрению.

Будем считать, что падающая частица имеет продольный импульс k_{10}, а так как энергия поперечного движения в этом случае наименьшая, то

$$k_{10} = \sqrt{\chi^2 - \chi_{10}^2},$$

где $\chi^2 = \left(\hbar^2/2m\right)E$, а E есть полная энергия падающей частицы.

Для потенциала общего вида $V(\rho, z, \varphi)$ рассеяние происходит по двум каналам, которые соответствуют двум наинизшим энергиям поперечного движения частицы. Эти каналы будут характеризоваться индексами $n=1$, $m=0$ и $n=1$, $m=1$. Искомые функции будут $\Psi_{10}(z)$ и $\Psi_{11}(z)$ и определятся из следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
&d^2\Psi_{10}(z)/dz^2 + \left(k_{10}^2 - V_{11}^{00}(z)\right)\Psi_{10}(z) - V_{11}^{01}(z)\Psi_{11}(z) = 0,\\
&d^2\Psi_{11}(z)/dz^2 + \left(k_{11}^2 - V_{11}^{11}(z)\right)\Psi_{11}(z) - V_{11}^{10}(z)\Psi_{10}(z) = 0,
\end{aligned} \tag{24}$$

где

$$\begin{aligned}
V_{11}^{00}(z) &= \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a \rho d\rho I_0^2(\chi_{10}\rho)\int_0^{2\pi} V(\rho, z, \varphi)\, d\varphi,\\
V_{11}^{11}(z) &= \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a \rho d\rho I_1^2(\chi_{11}\rho)\int_0^{2\pi} V(\rho, z, \varphi)\cos^2\varphi\, d\varphi,\\
V_{11}^{10}(z) = V_{11}^{01}(z) &= \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a \rho d\rho I_0(\chi_{10}\rho) I_1(\chi_{11}\rho)\int_0^{2\pi} V(\rho, z, \varphi)\cos\varphi\, d\varphi.
\end{aligned} \tag{25}$$

Задача нахождения амплитуд двухканального рассеяния, искомые функции которых определялись аналогичными (24) дифференциальными уравнениями, была рассмотрена в работе [6]. Метод, предложенный в этой работе, может быть применен здесь. В частности, для нахождения амплитуд прохождения T_1, T_2 и отражения R_1, R_2, соответствующих этим двум каналам, предлагалось вместо искомых функций Ψ_{10} и Ψ_{11}, зависящих от переменной *z*, ввести функции L_1 и L_2, которые уже зависят от толщины потенциала, который снова обозначим через *z*. Здесь важно то, что для каждой задачи функции $L_1(z)$ и $L_2(z)$ подчиняются тем же уравнениям, что и Ψ_{10}, Ψ_{11}. Начальные условия для функций L_1, L_2 и их производных задаются так же, как в работе [6]. Знание значений функций L_1, L_2 и их производных в конце потенциала *V*, то есть в точке $z = b$, дает возможность определить величины D_i и $\tilde{D}_i$ по формулам [6]

$$\begin{aligned} D_i(b) &= (M_i - L_i)e^{ik_i b}/2, \quad i = 1,2, \\ \tilde{D}_i(b) &= (M_i + L_i)e^{-ik_i b}/2, \quad i = 1,2, \end{aligned} \tag{26}$$

где $M_i = (1/ik_i)(dL_i/dz)\big|_{z=b}$, b – координата конца потенциала, а k_1 и k_2 есть k_{10} и k_{11}. Знание величин $D_1, \tilde{D}_1, D_2$ и $\tilde{D}_2$ дает возможность определить T_1, T_2, R_1 и R_2 по следующим формулам [5]:

$$T_1 = D_1^* / |D|^2, \quad T_2 = D_2^* / |D|^2, \quad R_1 = \left(\tilde{D}_1 D_1\right)^* / |D_1||D|, \quad R_2 = \tilde{D}_2^* / |D|, \tag{27}$$

где $|D|^2 = |D_1|^2 + (k_2/k_1)|D_2|^2$.

Если начальный импульс частицы велик, то в общем случае рассеяние происходит по *N* конечным каналам. В этом случае нужно определить амплитуды прохождения T_i и отражения R_i, где индекс *i* меняется от единицы до *N*. Число *N* равняется числу поперечных энергетических состояний частицы, по которым происходит рассеяние. Следовательно, каждый индекс *i* соответствует паре индексов *n* и *m*, которые описывают энергетические состояния поперечного движения частицы. Условимся эти состояния нумеровать согласно росту поперечной энергии. Отметим также, что предложенная нумерация будет одновременно показывать нумерацию каналов рассеяния. Для определения амплитуд рассеяния T_i и R_i мы используем метод, предложенный в работе [7]. Согласно этому методу, вместо искомых функций $\Psi_{mn}(z)$ вводится функция $L_i(z)$, которая является решением системы уравнений (19), где координата *z* обозначает переменную толщину потенциального слоя. Здесь, как было отмечено выше, суммирование по паре индексов n', m' заменяется суммированием по индексу *i*, характеризующему энергетические уровни поперечного движения частицы. Начальные условия для функции $L_i(z)$ и ее производной задаются так же, как в работах [6,7]. Знание значений функций $L_i(b)$ и $M_i = (1/ik_i)(dL_i/dz)\big|_{z=b}$ в точке $z = b$, соответствующей краю потенциала, дает возможность по формулам (26) определить величины $D_i(b)$ и $\tilde{D}_i(b)$, где индекс *i* в этом случае меняется от единицы до значения $i = N$. Согласно работе [7], $D_i(b)$ и $\tilde{D}_i(b)$ определяют амплитуды рассеяния T_i и R_i следующими формулами:

$$T_1 = \frac{D_1^*}{|D|^2}, \qquad R_1 = \frac{\left(\tilde{D}_1\, D_1\right)^*}{|D_1||D|},$$
$$T_i = \sqrt{\frac{k_i}{k_1}}\frac{D_i^*}{|D|^2}, \qquad R_i = \sqrt{\frac{k_i}{k_1}}\frac{\tilde{D}_i^*}{|D|}, \quad i = 2,3,\ldots N, \tag{28}$$

где

$$|D|^2 = |D_1|^2 + \sum_{i=2}^{N}\frac{k_i}{k_1}|D_i|^2.$$

Таким образом, мы предложили метод для получения амплитуд прохождения T_i и отражения R_i в случае многоканального рассеяния. Отметим, что для проведения конкретных вычислений амплитуд рассеяния T_i и R_i должен быть задан вид рассеивающего потенциала $V = V(\rho, z, \varphi)$.

5. Заключение

Приведено уравнение Шредингера для рассеивающейся частицы в квантовой проволоке цилиндрической формы. Показано, что рассеяние частицы на произвольном потенциале вида $V = V(x, y, z)$, определенном внутри проволоки, можно рассматривать как многоканальное рассеяние, где индекс канала совпадает с индексом, определяющим энергетические уровни финитного поперечного движения частицы. Предложен метод получения амплитуд прохождения T_i и отражения R_i в случае многоканального рассеяния. Здесь индекс i меняется от единицы до N и показывает номер канала рассеяния. В частности, рассмотрен случай двухканального рассеяния, и предложен метод для определения амплитуд рассеяния T_1, T_2 и R_1, R_2. В зависимости от вида рассеивающего потенциала V рассматривается два частных случая – потенциал азимутально-симметричный и общего вида.

Предложенный здесь метод расчета амплитуд рассеяния в дальнейшем будет применен при рассмотрении потенциалов конкретного вида. В частности, представляет интерес рассмотрение случаев δ-потенциалов, которые могут соответствовать наличию точечных дефектов в проволоке. Амплитуды рассеяния этих задач необходимы для оценки сопротивления проволоки, при $T = 0$ K и при наличии дефектов в решетке. Их знание необходимо также при решении задач локализации: например, при определении ландауэровского сопротивления в проволоках малого поперечного размера. Задачи локализации электрона хорошо известны и многосторонне изучены при рассмотрении одномерного рассеяния [8]. Однако методы, предложенные здесь, могут быть обобщены для рассмотрения задач локализации частицы в случае рассеяния в проволоке узкой формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **E.L.Ivanchenko, G.E.Pikus.** Superlattices and other heterostructures. Berlin, Springer, 1996.
2. **N.Mott, W.D.Twose.** Adv. Phys., **10**, 107 (1961).
3. **Э.М.Казарян, С.Г.Петросян**. Физические основы полупроводниковой наноэлектроники. Ереван, изд. РАУ, 2005.
4. **D.Boese, M.Lischka, L.E.Reichl.** Phys. Rev. B, **62**, 16933 (2000).
5. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 395 (2009).
6. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 173 (2010).
7. **Л.Р.Седракян**. Доклады НАН Армении, **109,** 214 (2009).
8. **Д.М.Седракян, Д.А.Бадалян, А.Ж.Хачатрян.** ФТТ, **41**, 1687 (1999).

ՄԱՍՆԻԿԻ ԲԱԶՄՈՒՂԻ ՑՐՈՒՄԸ ԳԼԱՆԱՁԵՎ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ռ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Բերված է լարում ցրվող մասնիկի Շրեդինգերի հավասարումը: Դիտարկված են լարի լայնական կտրվածքի երկու երկրաչափական ձևեր՝ ուղղանկյուն և գլանային: Ցույց է տրված, որ ցրումը լարի ներսում տրված կամայական $V = V(x, y, z)$ տեսքի պոտենցիալի վրա կարելի է դիտարկել որպես բազմուղի ցրում, որտեղ ուղու ինդեքսը համընկնում է մասնիկի սահմանափակ լայնական շարժման էներգիական մակարդակները որոշող ինդեքսի հետ: Առաջարկված է բազմուղի ցրման դեպքում անցման T_i և անդրադարձման R_i գործակիցները որոշելու մեթոդ: Ավելի մանրամասն ուսումնասիրված է երկուղի ցրման դեպքը և առաջարկված է ցրման ամպլիտուդները որոշելու մեթոդ:

MULTICHANNEL SCATTERING OF A PARTICLE IN A QUANTUM WIRE OF CYLINDRICAL GEOMETRY

D.M. SEDRAKIAN, E.M. KAZARYAN, L.R. SEDRAKIAN

The Schrödinger equation for a scattering particle in a quantum wire is considered. We discuss two geometrical forms of transverse section of the wire: the rectangular section and the cylindrical one. It is shown that scattering of the particle on an arbitrary potential $V = V(x, y, z)$, given in the wire, can be considered as a multichannel scattering, where the index of the channel coincides with the index which determines energy levels of the confined transverse motion of the particle. A method for determination of amplitudes of transmission T_i and reflection R_i in the case of multichannel scattering is proposed. The case of two-channel scattering is considered in detail and a method for determination of the scattering amplitudes T_1, T_2 and R_1, R_2 is proposed.