

УДК 532.783

ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ ДИРЕКТОРА ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ

М.Р. АКОПЯН, Г.С. ГЕВОРГЯН, Р.С. АКОПЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 23 марта 2010 г.)

Теоретически изучена переориентация директора жидкого кристалла (ЖК) за счет гидродинамических движений в ячейке Хеле–Шоу. Эти движения возникают, когда ЖК подталкивается сдвиговым напряжением со стороны менее вязкой жидкости или газа (например, воздуха). Для фазового сдвига пробного светового пучка, проходящего через слой ЖК толщиной 100 мкм, получена величина 1 рад при градиенте давления в воздухе $dp/dx = 10^{-5}$ Па/м.

1. Введение

Граничные неустойчивости включают широкую область неравновесного формирования образов, начиная от биологических задач (например, рост бактерий) [1], течения в пористых средах до процессов отвердевания или распространения пламени [2].

Гидродинамические течения жидких кристаллов (ЖК) и переориентация директора ЖК были тщательно изучены. В результате очень специфичного сцепления между полем скорости и директором, вязкие течения, такие как сдвиговое, пуазейлевское или течение по наклонной плоскости, могут стать неустойчивыми даже при очень низких (10^{-6}) числах Рейнольдса. Явления неустойчивости этих течений подробно исследованы в работах [3-6].

Когда в тонкой плоской ячейке жидкость подталкивается менее вязкой жидкостью (например, воздухом), то на границе раздела двух жидкостей развивается неустойчивость и формируются вязкие пальцеподобные структуры [7-9]. Ячейка, в которой эти две жидкости движутся, состоит из двух пластин с очень маленьким разделением между ними и называется ячейкой Хеле–Шоу. Более вязкая жидкость находится на дне этой ячейки, а менее вязкая – в ее верхней части.

Различные конфигурации использовались в исследованиях формирования образов в жидкокристаллических ячейках плоской формы или радиальной геометрии [10]. Гравирование сетки на одной из пластин радиальной ячейки приводит к анизотропии, которая препятствует разделению сцеплений молекул и производит дендриты и облицованные структуры [11]. Высокая анизотропия жидких кристаллов стабилизирует сцепление [12]. Было показано, что в радиальной ячейке Хеле–Шоу образование вязких

пальцеподобных структур на границе раздела воздуха и нематика, при периодическом включении и отключении электрического поля, приводит к переориентации директора нематика и тем самым к изменению его вязкости и поверхностного натяжения [13].

В настоящей работе приведено теоретическое описание гидродинамических движений, вызванных вязким напряжением менее вязкой жидкости (например, воздуха). Это напряжение может быть намного слабее, чем необходимое для формирования пальцеподобных структур и является результатом течения Пуазейля менее вязкой жидкости в верхних частях ячейки Хеле-Шоу. Переориентация директора ЖК, индуцированной этим гидродинамическим движением, приводит к изменению фазы зондирующего света, которое можно легко обнаружить оптическими методами.

2. Линеаризованные гидродинамические уравнения

Рассмотрим горизонтальную плоскопараллельную ячейку Хеле-Шоу в плоскости (x, y) , приведенной на рис.1. Ось z с единичным вектором \mathbf{e}_z направим нормально к стенкам ячейки и предположим, что нижняя граница $z=0$ жестко поддерживает ориентацию директора \mathbf{n} и положение молекул (скорость $\mathbf{v}=0$). Вторая граница нематического жидкого кристалла (НЖК), $z=L$, свободна, находится в контакте с менее вязкой жидкостью и подталкивается ее сдвиговым напряжением $\sigma_0 = \sigma_{xz} = \eta_0 (\partial v_0 / \partial z)$. Здесь η_0 – вязкость верхней жидкости, $\partial v_0 / \partial z$ – градиент скорости в верхней жидкости (см. рисунок).

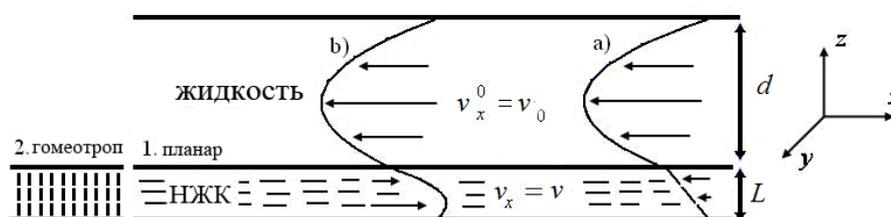


Рис.1. Схема ячейки Хеле-Шоу с течением жидкости в обратном направлении x . На рисунке показаны все четыре возможности: 1) НЖК с планарной начальной ориентацией; 2) НЖК с гомеотропной начальной ориентацией; а) потоки замыкаются поперечным растеканием ($dp/dx=0$); б) отсутствие течения жидкости ($Q = \int_0^L v dz = 0$).

Третья граница, $z=L+d$, сохраняет нулевое значение скорости течения верхней жидкости, где d – толщина ячейки верхней жидкости. В верхней жидкости создается падение давления Δp_0 с градиентом dp_0/dx . Тогда сдвиговое напряжение течения Пуазейля верхней жидкости вызывает гидродинамическое движение в ЖК и, как результат, переориентацию

директора. В рассмотренной геометрии естественно можно предполагать, что скорость НЖК равна $\mathbf{v} = \mathbf{e}_x v(z)$, а возмущение директора НЖК есть $\delta \mathbf{n} = \mathbf{n} - \mathbf{n}_0 = [\mathbf{e}_y \times \mathbf{n}_0] \psi(z)$. Здесь \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y – единичные векторы в направлениях x и y , соответственно.

Тогда линеаризованные гидродинамические уравнения и граничные условия имеют вид [14]

$$\eta_0 \frac{d^2 v_0}{dz^2} = \frac{dp_0}{dx}, \quad v_0(z=L) = v(z=L), \quad v(z=L+d) = 0, \quad (1)$$

$$\eta \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{dp}{dx}, \quad v(z=0) = 0, \quad \eta \frac{dv}{dz} \Big|_{z=L} = \sigma_0, \quad (2)$$

$$K \frac{d^2 \psi}{dz^2} = \alpha \frac{dv}{dz}, \quad \psi(z=0) = 0, \quad \frac{d\psi}{dz} \Big|_{z=L} = 0. \quad (3)$$

Обсудим две возможности начальной ориентации директора. Для планарной ориентации ($\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_x$) имеем $\eta = \eta_1$, $K = K_1$, $\alpha = \alpha_3$. Для гомеотропной ориентации ($\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z$) имеем $\eta = \eta_2$, $K = K_3$, $\alpha = \alpha_2$, где η_i – коэффициенты вязкости Месовича, α_i – коэффициенты Лесли, и K_i – константы Франка.

Условие $d\psi/dz = 0$ означает, что ориентация НЖК свободна на границе $z = L$. Градиент давления в НЖК dp/dx не зависит от z и определяется условиями замыкания потоков НЖК. Можно считать $dp/dx = 0$, если потоки замыкаются поперечным растеканием. Если же поток должен замыкаться в пределах слоя, то величина dp/dx должна быть получена из условия отсутствия течения

$$\text{полной жидкости: } Q = \int_0^L v dz = 0.$$

3. Переориентация директора НЖК

Решения уравнений (1)–(3) с вышеуказанными граничными условиями имеют вид

$$v_0(z) = \frac{1}{2\eta_0} \frac{dp_0}{dx} (z-L+d\xi)(z-L-d), \quad (3a)$$

$$v(z) = -\xi \frac{d^2}{2\eta_0} \frac{dp_0}{dx} u(z), \quad (3b)$$

$$\psi(z) = -\xi \frac{\alpha d^2 L}{2\eta_0 K} \frac{dp_0}{dx} u(z), \quad (3c)$$

где при $dp/dx = 0$

$$\xi = \left(1 + \frac{\eta d}{\eta_0 L}\right)^{-1}, \quad u(z) = \frac{z}{L}, \quad \varphi(z) = \frac{z}{L} \left(\frac{z}{L} - 2\right)$$

и при условии отсутствия полного течения жидкости

$$\xi = (1 + 4\eta d / \eta_0 L)^{-1}, \quad u(z) = \frac{z}{L} \left(\frac{3z}{L} - 2\right), \quad \varphi(z) = \frac{2z}{L} \left(\frac{z^2}{L^2} - \frac{z}{L} - 1\right).$$

Переориентация (3с) приводит к модуляции фазы $\delta\varphi$ необыкновенной волны, проходящей перпендикулярно через ячейку,

$$\delta\varphi = m\xi^2 \frac{n_{\perp}}{n_{\parallel}^2} (n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2) \frac{\alpha^2 (dp_0 / dx)^2 L^3 d^4}{\eta_0^2 K^2 \lambda}. \quad (4)$$

Здесь λ – длина световой волны в пустоте, n_{\parallel} и n_{\perp} – главные показатели преломления НЖК. Имеем $m = 2\pi/15$ для случая $dp/dx = 0$ и $m = \pi/2$ для течения, ограниченного внутри ячейки.

Для численной оценки переориентации директора в ячейке Хеле–Шоу примем значение градиента давления верхней жидкости равным $dp_0/dx = 10^{-6}$ дин/см, значение коэффициента вязкости жидкости $\eta_0 = 2 \times 10^{-4}$ пуаз, толщину ячейки жидкости $d = 0.5$ см, длину волны $\lambda = 0.63$ мкм, толщину ячейки НЖК $L = 100$ мкм, показатели преломления НЖК МВВА $n_{\parallel} = 1.71$ и $n_{\perp} = 1.51$. Мы использовали в оценках первоначально гомеотропно ориентированную ячейку НЖК с $\alpha = \alpha_2 = -0.77$ Р, $\eta = \eta_2 = 1$ Р, $K = K_3 = 7.5 \times 10^{-7}$ дин. В случае свободного течения НЖК, $dp/dx = 0$, получаем для скорости воздуха и НЖК при $z = L$ значение $v_0 = v = 2 \times 10^{-9}$ см/с и для модуляции фазы $\delta\varphi = 1.5$ рад. А в случае отсутствия полного течения имеем $v_0 = v = 5 \times 10^{-10}$ см/с и $\delta\varphi = 0.34$ рад, соответственно. По нашему мнению, такой поток и модуляцию фазы легко можно обнаружить в эксперименте. Важно отметить, что обычно $\eta d / \eta_0 L \ll 1$ и имеем зависимость модуляции фазы от L и d в форме $\delta\varphi \approx L^5 d^2$.

4. Заключение

В настоящей работе сделан количественный расчет переориентации директора НЖК в ячейке Хеле–Шоу. Важно отметить, что в нашей модели есть некоторые ограничения. Во-первых, предполагается, что начальная ориентация директора однородна всюду по ячейке. Известно, что угол, составленный директором со свободной поверхностью, зависит от типа НЖК. Например, для РАА директор ориентируется почти параллельно к свободной поверхности, а для МВВА ориентация директора на свободной поверхности является почти вертикальной. Если директор не ориентирован параллельно свободной поверхности, то переориентация директора в ячейке имеет место даже в стационарном случае. Во-вторых, мы приняли толщину ячейки постоянной. Здесь мы также пренебрегли возможностью возмущения поверхности разделения жидкостей. Однако, несмотря на все эти ограничения, данные

рассмотрения очень полезны для исследования динамики ЖК и для создания сверхчувствительных датчиков воздушного потока.

Авторы благодарят Б.Я. Зельдовича за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **I.C.Kim.** J. Diff. Equations, **223**, 161 (2006); **D.H.Yeon, P.R.Cha, A.Voigt, K.Thornton.** Phys. Rev. E, **76**, 011601 (2007).
2. **E.Ben-Jacob, H.Levine.** Adv. Phys., **49**, 395 (2000); **J.P.Gollub, J.S.Langer.** Rev. Mod. Phys., **71**, S396 (1999).
3. **P.Pieranski, E.Guyon.** Phys. Rev. A, **9**, 404 (1974).
4. **E.Dubios-Violette, G.Durand, E.Guyon, P.Manneville, P.Pieranski.** Liq. Cryst. Solid State Phys. Suppl., **14**, 147(1978).
5. **P.Manneville.** J. de Physique, **40**, 713 (1979).
6. **Yu.S.Chilingaryan, R.S.Hakobyan, N.V.Tabiryan, B.Ya.Zel'dovich.** J. de Physique, **45**, 413 (1984).
7. **P.C.Saffman, G.I.Taylor.** Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **245**, 312 (1958).
8. **D.Bensmon, L.P.Kadanoff, S.Liang, B.I.Shraiman, C.Tang.** Rev. Mod. Phys., **58**, 271 (1986).
9. **P.C.Saffman.** Fluid Mech., **173**, 73 (1986); **G.M.Homsy.** Ann. Rev. Fluid Mech., **19**, 271 (1987).
10. **K.McCloud, J.Maher.** Phys. Rep., **260**, 139 (1995).
11. **E.Ben-Jacob, P.Garik.** Nature (London), **343**, 523 (1990).
12. **R.Floch, J.Casademunt, A.Hernández-Machado.** Phys. Rev. E, **61**, 6632 (2000).
13. **R.Folch et al.** Phys. Rev. E, **64**, 056225 (2001).
14. **R.S.Akopyan, V.S.Ovsepyan, B.Ya.Zel'dovich.** Sov. Phys. Tech. Phys., **59** (11), 208 (1989).

ՀԵՂՈՒՎ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ՈՒՂՂՈՐԴԻ ՎԵՐԱԿՈՂՄՆՈՐՈՇՈՒՄԸ ՀԵԼԵ-ՇՈՈՒՅԻ ԲՋՋՈՒՄ

Մ.Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Գ.Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ռ.Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է հեղուկ բյուրեղի (ՀԲ) ուղղորդի վերակողմնորոշումը Հելե-Շոուի բջջում՝ հիդրոդինամիկ շարժումների շնորհիվ: Այս շարժումներն առաջանում են, երբ ՀԲ-ն հրվում է ավելի փոքր մածուցիկությամբ հեղուկի կամ գազի (օրինակ՝ օդի) շեղման լարվածությամբ: 100 մկմ հաստությամբ ՀԲ շերտով անցնելիս զոնդող լուսային փնջի փուլի փոփոխության համար ստացվել է 1 ռադ արժեք, երբ ճնշման գրադիենտն օդում $dp/dx = 10^{-5}$ Պա/մ է:

REORIENTATION OF THE LIQUID CRYSTAL DIRECTOR IN A HELE-SHAW CELL

M.R. HAKOBYAN, G.S. GEVORGYAN, R.S. HAKOBYAN

Reorientation of liquid crystal (LC) director due to the hydrodynamic motions in a Hele-Shaw cell is studied theoretically. These motions arise when LC is pushed by viscous stress of a less viscous fluid (e.g., air). We have obtained the value of 1 rad for the probe light wave phase change at the LC film thickness of 100 μm and pressure gradient of $dp/dx = 10^{-5}$ Pa/m in the air.