

УДК 621.4

О МАКСИМАЛЬНОМ ЗНАЧЕНИИ КПД РЕГЕНЕРАТИВНОГО ИДЕАЛЬНОГО ЦИКЛА СТИРЛИНГА

Р.М. АБРАМЯН

Государственный инженерный университет Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 23 сентября 2009 г.)

Показано, что КПД регенеративного цикла Стирлинга принципиально не может достичь КПД цикла Карно, работающего в том же температурном интервале. Получена связь степени регенерации с характеристиками регенератора. Для регенеративного идеального двигателя Стирлинга найдено максимальное значение КПД.

1. Введение

В настоящее время большое внимание привлекают двигатели Стирлинга, совмещающие в себе экономичность Дизеля, легкость карбюраторного двигателя, неприхотливость к топливу и надежность двигателя внешнего сгорания. Следует добавить, что двигатели Стирлинга довольно бесшумны. Своим возрождением старая идея обязана новым материалам, новой конструкции и требованиям экологии, благодаря чему двигатели Стирлинга находят применение в самых разных областях техники – от сердечных мышц до атомоходов и космических кораблей [1-3].

В термодинамической теории тепловых двигателей в качестве эталонных принято рассматривать теоретические циклы, характеризующиеся обратимостью всех процессов и неизменностью физических свойств рабочего тела. Идеальный цикл Стирлинга, состоящий из двух изотерм и двух изохор, имеет термический КПД, определяемый температурным интервалом между нагревателем и холодильником $(T_1 - T_2)$ и степенью сжатия $r = V_1/V_2$, что показано на рис.1 [1-3]:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{T_1 - T_2}{(\gamma - 1) \ln r}}. \quad (1)$$

Здесь γ – показатель адиабаты, а рабочим телом является идеальный газ.

Одним из основных узлов двигателя Стирлинга является регенератор, работающий по принципу термоаккумуляции, уменьшая расход топлива и увеличивая КПД системы. Одновременно регенератор берет на себя функции холодильника, помогая возвращению рабочего тела в исходное, более холодное

состояние. В этом случае КПД цикла определяется следующей формулой (см., например, [1,4]):

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{T_1 - T_2}{(\gamma - 1) \ln r} (1 - \beta)}, \quad (2)$$

где безразмерная величина β (степень регенерации) всегда меньше единицы.

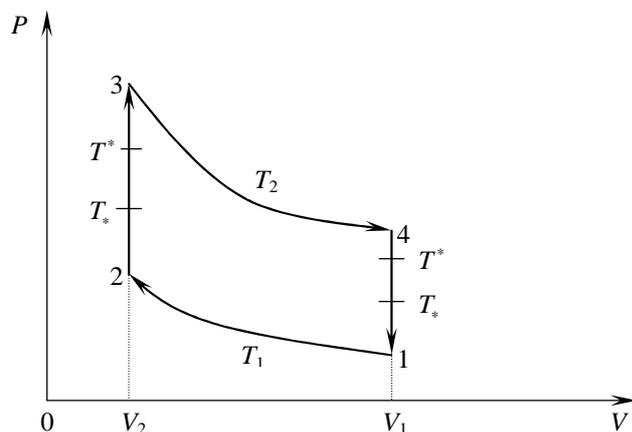


Рис.1. Идеальный цикл Стирлинга. T^* и T_* – установившиеся температуры регенератора.

В литературе по циклам и двигателям Стирлинга распространено утверждение, что теоретический КПД идеального цикла Стирлинга с регенератором может равняться КПД цикла Карно, работающего в том же температурном интервале. Такое мнение является следствием предположения, что степень регенерации β может принимать значения, сколь угодно близкие к единице. Так, например, в работе [4], оценивая КПД двигателя Стирлинга, полагали, что β может принимать значения 0.8–0.9. Заметим, что при $\beta=1$ КПД цикла Стирлинга будет равен КПД цикла Карно, однако эти значения степени регенерации в [4] получены при рассмотрении процессов в противоточном теплообменнике, а не работы поршневого теплового двигателя с внешним подводом тепла, каковым является двигатель Стирлинга.

Такая "идеализация" идеального цикла Стирлинга может помешать реальной оценке роли цикла Стирлинга в иерархии термодинамических циклов, применяемых при конструировании тепловых машин. В настоящей работе будет показано, что степень регенерации двигателя Стирлинга β не может быть больше 0.5.

2. Теоретическая часть

Пусть масса рабочего тела равна m_0 , а его удельная теплоемкость при постоянном объеме C_V не зависит от температуры. Масса регенератора равна

m , а удельная теплоемкость его вещества – C . Отметим, что регенератор должен иметь хорошую теплопроводность и большую теплоемкость, что не всегда совместимо. Назовем характеристикой регенератора величину $\alpha = mC/m_0C_V$. Пусть температура регенератора меняется в пределах от T_1 до T_2 . Если двигатель Стирлинга запускается при холодном регенераторе при температуре T_2 ,

то с помощью уравнений теплового баланса найдем количество тепла, отдаваемого регенератором рабочему телу при нагревании: $Q = m_0C_V(T' - T_2)$, где $T' = (\alpha T_1 + (1 + \alpha + \alpha^2)T_2)/(1 + \alpha)^2$. Выразив $T' - T_2$ через $T_1 - T_2$, получим

$$T' - T_2 = \frac{\alpha(T_1 - T_2)}{(1 + \alpha)^2} = \beta_1(T_1 - T_2),$$

где β_1 – степень регенерации в начальном цикле. Как видно из формулы (2), максимальный КПД получается при наибольшем значении β . Напомним, что степень регенерации β всегда положительна и меньше единицы. Очевидно, что для первого регенеративного цикла двигателя Стирлинга оптимальное значение α будет равно единице, а степень регенерации β получит максимальное значение 0.25. В последующих циклах оптимальные β и α будут увеличиваться, однако зависимость β от α будет иной. Для второго цикла получим, $\beta_2 = (\alpha + 2\alpha^2 + 2\alpha^3)/(1 + \alpha)^4$, а для третьего цикла $\beta_3 = (\alpha + 4\alpha^2 + 7\alpha^3 + 6\alpha^4 + 3\alpha^5) \times (1 + \alpha)^6$. Аналогично получим оптимальные значения $\alpha_2 = 1.54$ при $\beta_2 = 0.32$, а также $\alpha_3 = 2.03$ при $\beta_3 = 0.364$.

Таким образом, температура регенератора и степень регенерации будут расти, пока не будет достигнуто стационарное состояние. В стационарном режиме регенератор совершит своеобразный "цикл", нагреваясь в процессе 4–1 от температуры T_* до T^* за счет охлаждения рабочего тела, а затем в процессе 2–3 отдаст тепло рабочему телу, охлаждаясь на ту же величину (см. рис.1). В первом случае, согласно уравнению теплового баланса, имеем

$$T^* - T_1 + \alpha(T^* - T_*) = 0. \quad (3)$$

При передаче тепла от регенератора рабочему телу имеем

$$T_* - T_2 + \alpha(T_* - T^*) = 0. \quad (4)$$

Таким образом, регенератор уменьшает расход тепла от внешнего источника на $Q = m_0C_V(T_* - T_2)$.

Мы полагали теплообмен между рабочим телом и регенератором идеальным, то есть без потерь. Из (3) и (4) получаем

$$T_* = \frac{\alpha T_1 + (\alpha + 1)T_2}{2\alpha + 1}. \quad (5)$$

А для количества тепла Q имеем

$$Q = m_0 C_V (T_1 - T_2) \frac{\alpha}{2\alpha + 1} = m_0 C_V (T_1 - T_2) \beta, \quad (6)$$

где $\beta = \alpha / (2\alpha + 1)$ есть степень регенерации в стационарном режиме.

При нахождении КПД цикла Стирлинга с учетом действий регенератора имеем

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{34}}{Q_1 + Q_2' - Q}. \quad (7)$$

Здесь A_{12} – работа идеального газа при изотермическом сжатии, т.е.

$$A_{12} = -(m_0/\mu) RT_2 \ln r, \quad (8)$$

а A_{34} – та же работа, но при изотермическом расширении:

$$A_{34} = (m_0/\mu) RT_1 \ln r. \quad (9)$$

Величина $Q_1 = Q_{23} = m_0 C_V (T_1 - T_2)$ есть тепло, полученное от нагревателя рабочим телом в процессе 2–3, а $Q_1' = Q_{34} = (m_0/\mu) RT_1 \ln r$ – тепло, полученное рабочим телом при изотермическом расширении.

Подставляя эти данные в формулу (4), получим

$$\eta = \frac{(m_0/\mu) R (T_1 - T_2) \ln r}{(m_0/\mu) RT_1 \ln r + m_0 C_V (T_1 - T_2) (1 - \beta)}. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что (10) совпадает с формулой (2), однако β здесь имеет значение, определяемое формулой (6). Из формулы (2) видно, что максимальное КПД получается при наибольшем значении β . Поскольку величина α всегда положительна, то β может изменяться от нуля до 0.5. Отметим, что значение $\beta = 0.5$ соответствует бесконечно большой массе регенератора. Тогда для максимального значения КПД идеального цикла Стирлинга получим

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{0,5(T_1 - T_2)}{(\gamma - 1) \ln r}}.$$

3. Обсуждение

Приведем некоторые численные оценки КПД цикла Стирлинга. При рабочем теле гелий $\gamma = 1.67$ и при $r = 5$, если $T_1 = 400$ К, $T_2 = 300$ К (при КПД цикла Карно 0.25), получим без регенератора $\eta = 0.203$, а с регенератором 0.214. Если же $T_1 = 750$ К и $T_2 = 400$ К, то получим для цикла Карно $\eta = 0.467$, для цикла Стирлинга без регенератора 0.325, а с регенератором – 0.383. Если же рабочее тело воздух, а регенератор из стали, то при $\alpha = 2$ получим $\beta = 0.4$ и $m = 0.97m_0$. В более реальных условиях, а именно, при учете теплопотерь и реальности газа КПД может измениться.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность проф. Н.Б. Енгибаряну за постановку задачи и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Т.Ридер, Ч.Хупер.** Двигатели Стирлинга. М., Наука, 1986.
2. **I.Urieli, D.M.Berchowitz.** Stirling Cycle Engine Analysis. Bristol, 1984.
3. **A.Organ.** The Regenerator and the Stirling Engine. John Wiley & Sons, 1997.
4. **А.А.Бундин.** Изв. вуз-ов, Машиностроение, №12 (1969).

ՄՏԻՐԼԻՆԳԻ ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ՌԵԳԵՆԵՐԱՏԻՎ ՑԻԿԼԻ
ԱՌԱՎԵԼԱԳՈՒՅՆ ՕԳԳ-Ի ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ռ.Մ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ Ստիրլինգի ռեգեներատիվ ցիկլի ՕԳԳ-ն սկզբունքորեն չի կարող հասնել նույն ջերմաստիճանային տիրույթում գործող Կարնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ին: Կապ է հաստատված ռեգեներացիայի աստիճանի և ռեգեներատորի բնութագրի միջև: Ստացված է Ստիրլինգի իդեալական շարժիչի առավելագույն ՕԳԳ-ն:

ON THE MAXIMUM EFFICIENCY
OF THE IDEAL REGENERATIVE STIRLING CYCLE

R.M. ABRAHAMIAN

It is shown that the efficiency of the regenerative Stirling cycle principally does not reach the efficiency of the Carnot cycle, acting in the same range of temperatures. A connection between the degree of regeneration and the characteristics of regenerator is obtained. The maximal efficiency for an ideal Stirling engine is obtained.