

УДК 539.2

АМПЛИТУДЫ ДВУХКАНАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ НА ДВУМЕРНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ С ПОСТОЯННОЙ ВЫСОТОЙ

Д.М. СЕДРАКЯН¹, Э.М. КАЗАРЯН², Л.Р. СЕДРАКЯН²

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

(Поступила в редакцию 27 ноября 2009 г.)

Метод погружения применен для решения задачи двухканального рассеяния в случае конкретного потенциала. В частности, рассмотрено рассеяние частицы на двумерном барьере, который постоянен в направлении рассеяния и произволен в поперечном. Для этого случая определены амплитуды рассеяния частицы t_1, t_2, r_1 и r_2 . Для δ -образного потенциала получены выражения для амплитуд прохождения t_1, t_2 и отражения r_1, r_2 . Исследовано поведение амплитуд рассеяния в пределе $k_2 \rightarrow 0$. Показано также, что отношение произведений амплитуд прохождения и отражения по двум каналам не зависит от координаты середины потенциала.

1. Введение

Рассмотрим двухканальное рассеяние электрона на потенциале $V(x, y) = V(x)V(y)$, где

$$V(x) = \begin{cases} K, & a \leq x \leq b, \\ 0, & a \geq x \geq b, \end{cases} \quad (1)$$

$V(y)$ – произвольная функция от y , которая удовлетворяет условию $V(0) = V(c) = \infty$, а K – постоянная (рис.1).

В работах [1-5] показано, что для нахождения амплитуд двухканального рассеяния нужно решить систему линейных уравнений для функций $L_1(x)$ и $L_2(x)$:

$$\begin{aligned} d^2 L_1(x)/dx^2 + q_1^2 L_1(x) - V_{12} L_2(x) &= 0, \\ d^2 L_2(x)/dx^2 + q_2^2 L_2(x) - V_{12} L_1(x) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} q_1^2 &= k_1^2 - V_{11}, \quad q_2^2 = k_2^2 - V_{22}, \\ V_{11} &= K \int_0^c V(y) \Phi_1^2(y) dy, \quad V_{22} = K \int_0^c V(y) \Phi_2^2(y) dy, \quad V_{12} = K \int_0^c \Phi_1(y) V(y) \Phi_2(y) dy. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь функции $\Phi_n(y)$ определяются формулой $\Phi_i(y) = \sqrt{2/c} \sin(\pi n/c) y$, $i=1,2,\dots$, а потенциалы V_{11} , V_{12} , V_{22} постоянны в интервале $a \leq x \leq b$ и равняются нулю при $a \geq x \geq b$.

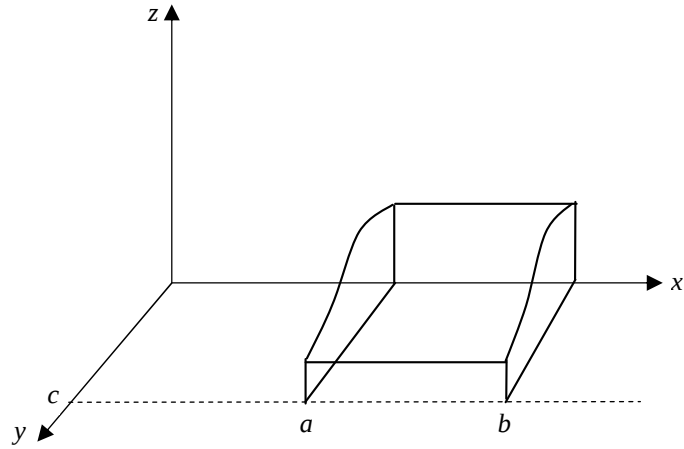


Рис.1. Геометрия задачи.

Уравнения (2) интегрируются до точек $x=b$, со следующими начальными условиями, заданными в точке $x=a$:

$$L_1(a) = -e^{ik_1 a}, \quad \left. \frac{dL_1}{dx} \right|_{x=a} = ik_1 e^{-ik_1 a}, \quad (4a)$$

$$L_2(a) = 0, \quad \left. \frac{dL_2}{dx} \right|_{x=a} = 0. \quad (4б)$$

Значения искомых функций $L_1(x)$ и $L_2(x)$ в точке $x=b$ обозначим через L_1 и L_2 . Амплитуды двухканального рассеяния определяются с помощью четырех величин D_1 , $\tilde{D}_1$, D_2 и $\tilde{D}_2$, которые связаны с L_1 и L_2 следующими соотношениями [1]:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_m(b) &= \frac{1}{2}(M_m + L_m)e^{-ik_m b}, \quad m=1,2, \\ D_m(b) &= \frac{1}{2}(M_m - L_m)e^{ik_m b}, \quad m=1,2, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$M_m = \frac{1}{ik_m} \left. \frac{dL_m}{dx} \right|_{x=b}.$$

В работе [3] приведены также формулы, которые связывают амплитуды двухканального рассеяния с величинами D_1 , $\tilde{D}_1$, D_2 и $\tilde{D}_2$. Однако фазы ϕ и $\tilde{\phi}$, входящие в формулу (35) этой работы, пока не определены. Требуя, чтобы

зависимости фаз функций T_2 и R_2 от расстояния центра потенциала z_0 имели вид $(k_1 - k_2)z_0$ и $(k_1 + k_2)z_0$, соответственно, для φ и $\tilde{\varphi}$ можно получить следующие значения:

$$\varphi = 0 \text{ и } \tilde{\varphi} = \alpha, \quad (6)$$

где α – фаза функции D_2 . Отметим также, что величины T_1, T_2 и R_1, R_2 в работах [3,4] были названы амплитудами прохождения и отражения, тогда как $|T_1|^2, |T_2|^2$ и $|R_1|^2, |R_2|^2$ являются потоками прохождения и отражения в случае, когда поток падающей частицы нормирован на единицу. Следовательно, если амплитуды рассеяния обозначить через t_1, t_2, r_1 и r_2 , то они выражаются через T_1, T_2, R_1 и R_2 следующими выражениями:

$$t_1 = T_1, \quad r_1 = R_1, \quad t_2 = \sqrt{k_1/k_2} T_2, \quad r_2 = \sqrt{k_1/k_2} R_2. \quad (7)$$

Используя формулы (7), (35) из работы [3] и (6), для определения амплитуд рассеяния получим выражения

$$t_1 = \frac{D_1^*}{|D|^2}, \quad t_2 = \frac{D_2^*}{|D|^2}, \quad r_1 = \frac{(\tilde{D}_1 D_1)^*}{|D_1||D|}, \quad r_2 = \frac{\tilde{D}_2^*}{|D|}, \quad (8)$$

где $|D|^2 = |D_1|^2 + (k_2/k_1)|D_2|^2$.

Таким образом, интегрируя уравнения (2) и находя значения функций $L_1(x)$ и $L_2(x)$ в точке $x = b$, мы найдем амплитуды двухканального рассеяния на потенциальном барьере типа (1).

2. Решение системы уравнений (2)

Решение системы (2) ищем в виде

$$L_1 = \sum_i A_{1i} e^{i\chi_i x}, \quad L_2 = \sum_i A_{2i} e^{i\chi_i x}, \quad (9)$$

где χ_i – пока неопределенные постоянные величины, тогда как A_{1i} и A_{2i} определяются из алгебраических уравнений, которые получаются подстановкой решений (9) в уравнения (2):

$$\begin{aligned} (-\chi_i^2 + q_1^2) A_{1i} - V_{12} A_{2i} &= 0, \\ -V_{12} A_{1i} + (-\chi_i^2 + q_2^2) A_{2i} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Система линейных уравнений (10) однородна и, следовательно, она имеет отличные от нуля решения, если определитель этой системы равняется нулю. Это условие приводит к уравнению

$$(\chi_i^2 - q_1^2)(\chi_i^2 - q_2^2) - V_{12}^2 = 0, \quad (11)$$

корни которого и есть величины χ_i . Их число равно четырем: $\pm Q_1$ и $\pm Q_2$, где Q_1 и Q_2 определяются следующим образом:

$$Q_1 = \left[\frac{q_1^2}{2}(1+\chi) + \frac{q_2^2}{2}(1-\chi) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$Q_2 = \left[\frac{q_1^2}{2}(1-\chi) + \frac{q_2^2}{2}(1+\chi) \right]^{\frac{1}{2}},$$
(12)

где

$$\chi = \left[1 + \left(\frac{2V_{12}}{q_1^2 - q_2^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$
(13)

Если условие (11) выполняется, то из первого уравнения (10) A_{2i} однозначно выражается через A_{1i} :

$$A_{2i} = \left[(q_1^2 - \chi_i^2) / V_{12} \right] A_{1i}.$$
(14)

Если обозначим неизвестные амплитуды решений через

$$A_{11} = A, \quad A_{12} = B, \quad A_{13} = C, \quad A_{14} = D,$$

то решения системы уравнений (2) можно представить следующим образом:

$$L_1(x) = L_{11}(x) + L_{22}(x),$$

$$L_2(x) = \frac{q_1^2 - Q_1^2}{V_{12}} L_{11}(x) + \frac{q_1^2 - Q_2^2}{V_{12}} L_{22}(x),$$
(15)

где

$$L_{11}(x) = Ae^{iQ_1(x-a)} + Ce^{-iQ_1(x-a)}, \quad L_{22}(x) = Be^{iQ_2(x-a)} + De^{-iQ_2(x-a)}.$$

Начальные условия (4а) и (4б) приводят к следующим уравнениям, определяющим амплитуды A , B , C , и D :

$$B + D = -e^{ik_1 a} - A - C = -\frac{q_1^2 - Q_1^2}{q_1^2 - Q_2^2} (A + C),$$

$$B - D = -\frac{Q_1}{Q_2} \left(\frac{k_1}{Q_1} e^{-ik_1 a} - A + C \right) = -\frac{Q_1}{Q_2} \frac{q_1^2 - Q_1^2}{q_1^2 - Q_2^2} (A - C).$$
(16)

Решая уравнения (16), для неизвестных амплитуд A , B , C , и D получим следующие выражения:

$$C = \frac{1 + k_1/Q_1}{1 - k_1/Q_1} A, \quad D = \frac{1 + k_1/Q_2}{1 - k_1/Q_2} B,$$

$$A = -\frac{q_1^2 - Q_2^2}{Q_1^2 - Q_2^2} \left(1 - \frac{k_1}{Q_1} \right) \frac{e^{-ik_1 a}}{2}, \quad B = \frac{q_1^2 - Q_1^2}{Q_1^2 - Q_2^2} \left(1 - \frac{k_1}{Q_2} \right) \frac{e^{-ik_1 a}}{2}.$$
(17)

Если ввести обозначения

$$\begin{aligned}\eta_1 &= (q_1^2 - Q_1^2) / (Q_1^2 - Q_2^2), \quad \eta_2 = \eta_1 (q_1^2 - Q_2^2) / V_{12}, \\ l_m(x) / 2 &= -\cos Q_m(x - a) + i(k_1 / Q_m) \sin Q_m(x - a), \quad m = 1, 2, \\ q_m(x) / 2 &= \cos Q_m(x - a) - i(Q_m / k_1) \sin Q_m(x - a), \quad m = 1, 2,\end{aligned}\quad (18)$$

то искомые функции $L_1(x)$ и $L_2(x)$ примут вид

$$\begin{aligned}L_1(x) &= [(1 + \eta_1)l_1(x) - \eta_1 l_2(x)] e^{-ik_1 a} / 2, \\ L_2(x) &= \eta_2 [l_1(x) - l_2(x)] e^{-ik_1 a} / 2.\end{aligned}\quad (19)$$

Отметим также, что решения для функций $M_1(x)$ и $M_2(x)$ примут вид

$$\begin{aligned}M_1(x) &= [q_1(x) + \eta_1(q_1(x) - q_2(x))] e^{-ik_1 a} / 2, \\ M_2(x) &= \frac{k_1}{k_2} \eta_2 [q_1(x) - q_2(x)] e^{-ik_1 a} / 2.\end{aligned}\quad (20)$$

3. Определение искомых величин $D_m(b)$ и $\tilde{D}_m(b)$

Для нахождения искомых величин $D_m(b)$ и $\tilde{D}_m(b)$ мы должны использовать уравнения (5). Подставляя в эти уравнения значения функций $M_m(x)$ и $L_m(x)$ в точке $x = b$, получим:

$$\begin{aligned}D_1(b) &= \frac{1}{2} [(1 + \eta_1)(q_1(b) - l_1(b)) - \eta_1(q_2(b) - l_2(b))] e^{ik_1 b} \frac{e^{-ik_1 a}}{2}, \\ \tilde{D}_1(b) &= \frac{1}{2} [(1 + \eta_1)(q_1(b) + l_1(b)) - \eta_1(q_2(b) + l_2(b))] e^{-ik_1 b} \frac{e^{-ik_1 a}}{2}, \\ D_2(b) &= \frac{1}{2} \eta_2 \left[\frac{k_1}{k_2} (q_1(b) - q_2(b)) + l_2(b) - l_1(b) \right] e^{ik_2 b} \frac{e^{-ik_1 a}}{2}, \\ \tilde{D}_2(b) &= \frac{1}{2} \eta_2 \left[l_1(b) - l_2(b) + \frac{k_1}{k_2} (q_1(b) - q_2(b)) \right] e^{-ik_2 b} \frac{e^{-ik_1 a}}{2},\end{aligned}\quad (21)$$

где $l_i(b)$ и $q_i(b)$ определяются уравнениями (18). Подставляя (18) в решения (21), окончательно получим:

$$\begin{aligned}D_1(b) &= e^{ik_1 d} \left\{ \left[\cos Q_1 d - i \frac{Q_1^2 + k_1^2}{2k_1 Q_1} \sin Q_1 d \right] + \eta_1 [(\cos Q_1 d - \cos Q_2 d) - \right. \\ &\quad \left. - i \frac{Q_1^2 + k_1^2}{2k_1 Q_1} \sin Q_1 d + i \frac{Q_2^2 + k_1^2}{2k_1 Q_2} \sin Q_2 d \right] \Bigg\}, \\ \tilde{D}_1(b) &= \left\{ i \frac{k_1^2 - Q_1^2}{2k_1 Q_1} \sin Q_1 d + i \eta_1 \left[\frac{k_1^2 - Q_1^2}{2k_1 Q_1} \sin Q_1 d - \frac{k_1^2 - Q_2^2}{2k_1 Q_2} \sin Q_2 d \right] \right\} e^{-2ik_1 x_0}\end{aligned}\quad (22)$$

для величин $D_1(b)$ и $\tilde{D}_1(b)$ и

$$\begin{aligned} D_2(b) &= \eta_2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{k_1 + k_2}{k_2} (\cos Q_1 d - \cos Q_2 d) - \frac{i}{2} \left[\frac{Q_1^2 + k_1 k_2}{k_2 Q_1} \sin Q_1 d + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{Q_2^2 + k_1 k_2}{k_2 Q_2} \sin Q_2 d \right] \right\} e^{i/2(k_1 + k_2)d} e^{-i(k_1 - k_2)x_0}, \\ \tilde{D}_2(b) &= \eta_2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{k_1 - k_2}{k_2} (\cos Q_1 d - \cos Q_2 d) - \frac{i}{2} \left[\frac{Q_1^2 - k_1 k_2}{k_2 Q_1} \sin Q_1 d - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{Q_2^2 - k_1 k_2}{k_2 Q_2} \sin Q_2 d \right] \right\} e^{i/2(k_1 - k_2)d} e^{-i(k_1 + k_2)x_0} \end{aligned} \quad (23)$$

для величин $D_2(b)$ и $\tilde{D}_2(b)$. Отметим что $D_2(k_2 b) = -\tilde{D}_2(-k_2 b)$. Здесь введены обозначения

$$a + b = 2x_0, \quad b - a = d,$$

где d – толщина барьера по направлению x , а x_0 – координата центра барьера на оси x . Величина η_1 , входящая в формулы (22), имеет вид

$$\eta_1 = \frac{1 - \lambda}{2\lambda}, \quad (24)$$

где λ определяется из формулы (13):

$$\lambda = (1 + 4\delta^2)^{1/2}, \quad \delta = \frac{V_{12}}{q_1^2 - q_2^2}. \quad (25)$$

Величина η_2 , входящая в (23), определяется из формулы (18):

$$\eta_2 = \frac{\delta}{\lambda}. \quad (26)$$

Подставляя $D_1(b)$, $\tilde{D}_1(b)$, $D_2(b)$ и $\tilde{D}_2(b)$ из (22) и (23) в формулы (8), мы определим амплитуды рассеяния t_1 , t_2 , r_1 и r_2 рассматриваемой задачи.

Найдем амплитуды рассеяния для частного потенциала, который отличен от нуля только в точке x_0 и y_0 и имеет вид:

$$v(x, y) = P\delta(x - x_0)\delta(y - y_0). \quad (27)$$

Величины D_1 , $\tilde{D}_1$, D_2 и $\tilde{D}_2$ для этой задачи можно определить из формул (22) и (23), если входящие в них потенциалы V_{ik} выбрать так, чтобы они были конечными при $d \rightarrow 0$. Другие величины, пропорциональные d , естественно, будут стремиться к нулю. Чтобы сделать этот переход, сначала нужно в формулах (3) $V(y)$ заменить на $\delta(y - y_0)$ и потребовать, чтобы

$$\lim_{\substack{d \rightarrow 0 \\ k \rightarrow \infty}} d K = P. \quad (28)$$

Итак, чтобы определить $D_1, \tilde{D}_1, D_2$ и $\tilde{D}_2$ для потенциала (27), необходимо в формулах (22) и (23) устремить d к нулю, а K – к бесконечности и везде заменить dV_{ik} на v_{ik} , которые уже конечны:

$$v_{ik} = P\Phi_i(y_0)\Phi_k(y_0). \quad (29)$$

Прежде чем написать окончательные выражения для $D_1, \tilde{D}_1, D_2$ и $\tilde{D}_2$, произведем замены в формулах (22) и (23) при малых d : $\cos Q_1 d \approx \cos Q_2 d \approx 1$, $\sin Q_1 d \approx Q_1 d$ и $\sin Q_2 d \approx Q_2 d$. Тогда получим:

$$\begin{aligned} D_1 &= 1 - \frac{iQ_1^2 d}{2k_1} + \frac{i\eta_1}{2k_1}(Q_2^2 - Q_1^2)d, & D_2 &= \frac{i\eta_2}{2k_2}(Q_2^2 - Q_1^2)de^{-i(k_1-k_2)x_0 + \frac{i}{2}(k_1+k_2)\frac{d}{2}}, \\ \tilde{D}_1 &= \left[-\frac{iQ_1^2 d}{2k_1} + \frac{i\eta_1}{2k_1}(Q_2^2 - Q_1^2)d \right] e^{-2ik_1 x_0}, & \tilde{D}_2 &= \frac{i\eta_2}{2k_2}(Q_2^2 - Q_1^2)de^{-i(k_2-k_1)x_0 + \frac{i}{2}(k_1-k_2)d}. \end{aligned} \quad (30)$$

Подставляя η_1 и η_2 из формул (18) и учитывая, что $\lim_{d \rightarrow 0} q_1^2 d = \lim_{d \rightarrow 0} (k_1^2 - V_{11})d = -v_{11}$, $\lim_{d \rightarrow 0} (q_1^2 - Q_1^2)(q_1^2 - Q_2^2)d^2 = -v_{12}^2$, окончательно получим:

$$\begin{aligned} D_1 &= 1 + \frac{iv_{11}}{2k_1}, & \tilde{D}_1 &= \frac{iv_{11}}{2k_1}e^{-2ik_1 x_0}, \\ D_2 &= \frac{iv_{12}}{2k_2}e^{-i(k_1-k_2)x_0}, & \tilde{D}_2 &= \frac{iv_{12}}{2k_2}e^{-i(k_1+k_2)x_0}. \end{aligned} \quad (31)$$

Подставляя (31) в формулы (8), определим амплитуды рассеяния для потенциала (27).

4. Обсуждение результатов

Сначала заметим, что из формул (22) и (23) видно, что при $V_{12} = 0$ рассеяние по второму каналу отсутствует ($D_2 = \tilde{D}_2 = 0$) и остается рассеяние только по первому каналу. Формулы для D_1 и $\tilde{D}_1$ переходят в соответствующие выражения для этих величин при одномерном рассеянии [6], однако вместо одномерного потенциала V в эти выражения входит V_{11} . Значение этого потенциала, конечно, зависит от движения частицы по направлению y . Это свойство рассеяния имеет место и для потенциала (27). Если потенциал возбуждения V_{12} не равняется нулю, но мал ($V_{12}/V_{11} \ll 1$), то в выражениях для D_1 и $\tilde{D}_1$ появляются поправки, пропорциональные $\eta_1 \sim (V_{12}/V_{11})^2$. Величины D_2 и $\tilde{D}_2$ в этом случае пропорциональны первой степени $\eta_2 \sim V_{12}/V_{11}$.

Используя выражения для $D_1, \tilde{D}_1, D_2$ и $\tilde{D}_2$ (22) и (23), из формул (8) можно получить амплитуды рассеяния и коэффициенты прохождения и отражения для двухканального рассеяния как для потенциала (1), так и для потенциала (27). Выражения для амплитуд рассеяния потенциала (1) слишком громоздки и здесь нецелесообразно их приводить. Однако, легко показать, что для потенциала (7) расчет амплитуд рассеяния прост. Подставляя выражения (31) в (8), для амплитуд рассеяния получим

$$\begin{aligned}
t_1 &= \frac{\left(1 - \frac{iv_{11}}{2k_1}\right)k_1k_2}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]}, & r_1 &= \frac{-i\frac{v_{11}}{2k_1}\left(1 - \frac{iv_{11}}{2k_1}\right)\sqrt{k_1k_2}}{\left(1 + \frac{v_{11}^2}{4k_1^2}\right)^{1/2}\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]^{1/2}} e^{2ik_1x_0}, \\
t_2 &= -\frac{i\frac{v_{12}}{2}k_1e^{i(k_1-k_2)x_0}}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]}, & r_2 &= -\frac{i\frac{v_{12}}{2}\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}e^{i(k_1+k_2)x_0}}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]^{1/2}},
\end{aligned} \tag{32}$$

где

$$\Gamma = \left(1 + \frac{v_{11}^2}{4k_1^2}\right)k_1k_2.$$

Для коэффициентов прохождения и отражения получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
|t_1|^2 &= \frac{\left(1 + \frac{v_{11}^2}{4k_1^2}\right)k_1^2k_2^2}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]^2}, & |r_1|^2 &= \frac{\frac{v_{11}^2}{4k_1^2}k_1k_2}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]}, \\
|t_2|^2 &= \frac{\frac{v_{12}^2}{4}k_1^2}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]^2}, & |r_2|^2 &= \frac{\frac{v_{12}^2}{4}\frac{k_1}{k_2}}{\left[\Gamma + \frac{v_{12}^2}{4}\right]}.
\end{aligned} \tag{33}$$

Используя формулы (33), легко проверить, что

$$|t_1|^2 + |t_2|^2 + \frac{k_1}{k_2}(|t_2|^2 + |r_2|^2) = 1. \tag{34}$$

Уравнение (34) выражает условие непрерывности потока частиц.

Как видно из решений (32) и (33), амплитуды и коэффициенты рассеяния зависят только от потенциалов v_{11} и v_{12} , то есть в их выражения не входит потенциал v_{22} . Причина такого поведения амплитуд рассеяния обусловлена тем, что потенциал рассеяния (27) локализован в точке x_0 . Падающий поток имеет импульс k_1 , и, следовательно, рассеяние по первому каналу должно описываться потенциалом v_{11} . Рассеяние же по второму каналу есть переход частицы в точке x_0 в состояние с продольным импульсом k_2 и ее распространение по двум противоположным направлениям x . Поэтому амплитуды рассеяния должны быть пропорциональны только v_{12} . Если же

потенциал имеет конечную толщину d , как для случая (1), то в выражение для амплитуд рассеяния войдет потенциал v_{22} .

Интересно рассмотреть поведение амплитуд рассеяния в случае малых значений k_2 . Это условие можно удовлетворить, так как

$$k_2^2 = k_1^2 - 3\left(\frac{\pi}{c_0}\right)^2, \quad (35)$$

и при $k_1 \rightarrow 3(\pi/c_0)^2$ мы имеем $k_2 \rightarrow 0$. В этом пределе, как видно из формул (33), для потенциала (18) коэффициенты прохождения и отражения по первому каналу стремятся к нулю:

$$\lim_{k_2 \rightarrow 0} |t_1|^2 = \lim_{k_2 \rightarrow 0} |r_1|^2 = 0. \quad (36)$$

Что касается рассеяния по второму каналу, то коэффициент прохождения $|t_2|^2$ конечен, тогда как коэффициент отражения $|r_2|^2$ стремится к бесконечности, так что

$$\lim_{k_2 \rightarrow 0} \frac{k_2}{k_1} |r_2|^2 = 1. \quad (37)$$

Легко показать, что такое же поведение при $k_2 \rightarrow 0$ имеют коэффициенты рассеяния $|t_1|^2$, $|r_1|^2$, $|t_2|^2$ и $|r_2|^2$ и для потенциала (1). Таким образом, поведение $|r_2|^2$ при $k_2 \rightarrow 0$, описываемое формулой (37), не зависит от вида потенциала. Рост $|r_2|^2 \sim k_2^{-1}$ при $k_2 \rightarrow 0$ связан с тем, что в этом пределе рассеяние частицы по первому каналу прекращается, и следовательно, все падающие на потенциал частицы переходят во второй канал. Так как скорость их отвода в этом канале стремится к нулю, то $|r_2|^2$ стремится к бесконечности.

Отметим также еще одно важное свойство двухканального рассеяния. Из формул (8) и (22), (23), (31) вытекает, что амплитуда прохождения t_1 не зависит от места нахождения середины потенциала x_0 , тогда как амплитуда отражения r_1 имеет фазовый множитель $\exp(2ik_1x_0)$. Что касается рассеяния по второму каналу, то амплитуды прохождения и отражения t_2 и r_2 имеют фазовые множители $\exp(i(k_1 - k_2)x_0)$ и $\exp(i(k_1 + k_2)x_0)$, соответственно. Отсюда следует, что фазовый множитель для произведения $r_2 t_2$ равняется $\exp(2ik_1x_0)$, и следовательно, выражение $r_2 t_2 / r_1 t_1$ не зависит от x_0 . Это свойство двухканального рассеяния будет использовано при решении задачи локализации электрона на квазипериодической системе потенциалов.

В заключение отметим, что при режиме $k_2 \rightarrow 0$ взаимодействие свободных электронов с электромагнитной волной, частота которой порядка $3\pi^2/c_0^2\hbar$, может привести к усилению волны за счет энергии электрического тока. Поэтому представляет интерес рассмотреть задачу взаимодействия электромагнитной волны с рассеивающимися электронами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Boese, M.Lischka, L.E.Reichl.** Phys. Rev. B, **62**, 16933 (2000).
2. **S.Souma, A.Suzuki.** Phys. Rev. B., **65**, 115307 (2002).
3. **Ժ.Մ.Տեդրակյան, Յ.Մ.Կազարյան, Լ.Ր.Տեդրակյան.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 395 (2009).
4. **D.M.Sedrakian, E.M.Kazaryan, L.R.Sedrakian.** Proc. of the seventh int. conf. Semiconductor micro-and nanoelectronics. Tsakhcadzor, Armenia, 2009, p.11.
5. **Լ.Ր.Տեդրակյան.** Доклады НАН Армении, **109**, 214 (2009).
6. **Ժ.Մ.Տեդրակյան, Ա.Ջ.Վաչագյան, Յ.Մ.Կազարյան, Լ.Ր.Տեդրակյան.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 167 (2009).

ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԲԱՐՁՐՈՒԹՅԱՄԲ ԵՐԿՉԱՓ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԱՅԻՆ ԱՐԳԵԼՔԻ ՎՐԱ ԵՐԿՈՒՂԻ ՑՐՄԱՆ ԱՄՊԼԻՏՈՒՂՆԵՐԸ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ր. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Երկուդի ցրման խնդրի լուծման համար կիրառված է ընկղման մեթոդը կոնկրետ պոտենցիալի դեպքում: Մասնավորապես դիտարկված է մասնիկի ցրումը երկչափ արգելքի վրա, որը հաստատուն է ցրման ուղղությամբ և կամայական լայնական ուղղությամբ: Այս դեպքի համար որոշված են ցրման t_1 , t_2 , r_1 և r_2 ամպլիտուդները: Որոշված են նաև անցման t_1 , t_2 , և անդրադարձման r_1 , r_2 ամպլիտուդները δ -պոտենցիալի դեպքում: Հետազոտված է ցրման ամպլիտուդների վարքը $k_2 \rightarrow 0$ սահմանում: Ցույց է տրված, որ անցման և անդրադարձման ամպլիտուդների արտադրյալի հարաբերությունը ըստ երկու ուղիների կախված չէ պոտենցիալի միջնակետի կոորդինատից:

AMPLITUDES OF TWO-CHANNEL SCATTERING BY A TWO-DIMENSIONAL POTENTIAL BARRIER WITH A CONSTANT HEIGHT

D.M. SEDRAKIAN, E.M. KAZARYAN, L.R. SEDRAKIAN

The immersing method is applied to solve the two-channel scattering problem for a concrete potential. In particular, we consider the particle scattering by a two-dimensional potential barrier, which is constant in the scattering direction and arbitrary in the cross-section direction. For this case the scattering amplitudes t_1 , t_2 , r_1 and r_2 are determined. Expressions for the transmission amplitudes t_1 , t_2 and reflection amplitudes r_1 , r_2 are obtained for a δ -potential. The behavior of scattering amplitudes in the limit $k_2 \rightarrow 0$ is studied. It is shown that the relation of products of transmission and reflection amplitudes for two channels does not depend on the coordinate of middle of the potential.