Известия НАН Армении, Физика, т.44, №6, с.405-416 (2009)

УДК 531.534

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ХАРАКТЕР РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СПИНОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Г.Е. БАГДАСАРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 30 марта 2009 г.)

Исследованы вопросы существования и характер распространения пространственных спиновых поверхностных волн в ферромагнитных средах. Получено условие существования поверхностной волны в зависимости от физических постоянных материала среды и от угла, составленного направлением волнового вектора с направлением оси легкого намагничивания ферромагнетика. Определены области изменения волновых чисел, при которых распространение поверхностной волны становится невозможным (зоны молчания). Найдены формулы для определения фазовой скорости и глубины проникновения поверхностной волны. Показано, что выбором направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела.

1. Введение

В работе [1] на основе уравнения движения магнитного момента и квазистатических уравнений Максвелла, в двумерной постановке исследованы вопросы существования спиновых поверхностных волн в ферромагнитном полупространстве. Принято, что полупространство в декартовой прямоугольной системе координат x_1, x_2, x_3 занимает область $x_2 > 0$, а ось ox_3 совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика. Рассмотрена двумерная задача (все величины, характеризующие волновое движение в среде, не зависят от координаты x_3), когда волна распространяется параллельно оси ox_1 (перпендикулярно оси легкого намагничивания) и затухает по мере удаления от поверхности полупространства. Получено дисперсионное уравнение, анализом которого установлено, что: а) в полупространстве могут распространяться двумерные поверхностные спиновые волны (волны Деймона–Эшбаха) с частотой, не зависящей от модуля волнового вектора; б) эти волны, в зависимости от направления волнового вектора, распространяются либо только по положительному направлению оси ox_1, либо только по обратному направлению указанной оси. В дальнейшем указанная задача рассматривалась многими авторами [2-6], которые исследовали влияние различных факторов (однородность среды, обменное взаимодействие, присутствие внешних магнитных полей и т.д.) на существование и характер распространения двумерных поверхностных спиновых волн. Сведения об этих исследованиях можно найти в монографиях [3,5,7], содержащих достаточно полный обзор работ, относящихся к спиновым волнам. Во всех вышеуказанных работах, а также в работах, приведенных в монографиях [3,5,7], задача о поверхностных спиновых волнах исследована в двумерной постановке.

В данной работе вопросы существования и характер распространения спиновых поверхностных волн исследуются в трехмерной постановке. Функции, являющиеся решениями рассматриваемой трехмерной задачи, представлены в виде $f_k(x_2)\exp i\left(\omega t - k_1x_1 - k_3x_3\right)$, где ω – частота волны, k_1, k_3 – компоненты волнового вектора $\mathbf{k} = k_1\mathbf{e_1} + k_3\mathbf{e_3}$, $\mathbf{e_i}$ – единичные векторы координатных осей, $f_k(x_2)$ – неизвестные функции, подлежащие определению. С учетом поверхностных условий задачи определены функции $f_k(x_2)$ и получено дисперсионное уравнение относительно ω, которое при $k_3 = 0$ совпадает с дисперсионным уравнением волны Деймона–Эшбаха. Анализом дисперсионного уравнения получено следующее условие существования спиновой поверхностной волны: $\left(\beta + H^0 M_0^{-1}\right)\left(k_3k_1^{-1}\right)^2 < 4\pi$, где β – постоянная анизотропии, M_0 – величина магнитного момента $\mathbf{M_0} = M_0\mathbf{n}$ насыщения, H_0 – величина напряженности внешнего магнитного поля $\mathbf{H_0} = H^0\mathbf{n}$, $\mathbf{n}$ – единичный вектор вдоль оси легкого намагничивания ферромагнетика. Это означает, что в рассматриваемой ферромагнитной среде: 1) можно возбудить поверхностную волну, если угол θ, составленный векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{k}$, принадлежит следующим областям (зоны существования поверхностной волны): $\theta_0 < \theta < \pi - \theta_0$ и $\pi + \theta_0 < \theta < 2\pi - \theta_0$, где $\tan^2\theta_0 = \left(\beta + H_0M_0^{-1}\right)/4\pi$ и $\beta + H_0M_0^{-1} > 0$; 2) поверхностная волна не может распространяться, если угол θ принадлежит областям (зоны молчания) $\pi - \theta_0 < \theta < \pi + \theta_0$ и $2\pi - \theta_0 < \theta < 2\pi + \theta_0$. Решением дисперсионного уравнения установлено также, что: а) поверхностная волна может распространяться либо только по положительному направлению волнового вектора, либо только по обратному направлению этого вектора; б) если изменить направление волнового вектора на обратное, то направление распространения поверхностной волны сохраняется; в) путем выбора направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела; г) пространственные поверхностные волны, как и волны Деймона–Эшбаха, распространяются с дисперсией. Исследовано влияние направления волнового вектора на величину фазовой скорости и глубину проникновения пространственной спиновой поверхностной волны.

2. Постановка задачи распространения спиновых (магнитных) волн в ферромагнетиках

Рассмотрим диэлектрический ферромагнитный кристалл, занимающий область Ω (внутренняя область) трехмерного эвклидового пространства. Предполагается, что свойства среды вне кристалла (во внешней области) совпадают со свойствами вакуума. Декартовая прямоугольная система координат x_1, x_2, x_3 выбрана так, что ось ox_3 совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика.

Исследование волнового процесса проводится на основе уравнения движения магнитного момента ферромагнетика, которое в отсутствие диссипативных процессов имеет вид [7]

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = g\left(\boldsymbol{\mu}\times\mathbf{H}^{\text{eff}}\right). \tag{1}$$

Здесь g – гиромагнитное отношение ($g \approx 1.76\times10^7$ с$^{-1}$ э$^{-1}$), $\boldsymbol{\mu}(x_1, x_2, x_3, t)$ – магнитный момент единицы массы ферромагнетика, $\mathbf{H}^{\text{eff}}$ – эффективное магнитное поле, компоненты которого определяются следующими формулами [7]:

$$\begin{aligned}
&H_i^{\text{eff}} = H_i - \frac{\partial F}{\partial \mu_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho\frac{\partial F}{\partial \gamma_{ik}}\right),\\
&\gamma_{ik} = \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k},\\
&\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial t} + \mathrm{v}_i\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial x_i},\ \ i = 1, 2, 3.
\end{aligned} \tag{2}$$

В формулах (2) ρ – плотность, $\mathbf{v}$ – скорость, $F(\mu_i, \gamma_{ik})$ – отнесенная к единице массы потенциальная энергия ферромагнетика, $\mathbf{H}$ – магнитное поле в ферромагнетике. Здесь и в последующем по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

К уравнениям (1) необходимо присоединить уравнения магнитостатики в области, занятой ферромагнитным телом (область Ω):

$$\begin{aligned}
&\mathrm{rot}\mathbf{H} = 0,\ \ \mathrm{div}\mathbf{B} = 0,\\
&\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} = \mathbf{H} + 4\pi\rho\mu,
\end{aligned} \tag{3}$$

и граничные условия

$$\left[\mathbf{B} - \mathbf{B}^{(e)}\right]\mathbf{N} = 0, \quad \left[\mathbf{H} - \mathbf{H}^{(e)}\right]\times\mathbf{N} = 0 \tag{4}$$

на поверхности S ферромагнетика. В (3) и (4) $\mathbf{N}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности тела, $\mathbf{M}$ – вектор намагничения, $\mathbf{B}$ – магнитная индукция, а индекс “e” означает принадлежность рассматриваемой величины к внешней среде. Величины с индексами “e” удовлетворяют уравнениям магнитостатики для вакуума

$$\mathrm{rot}\mathbf{H}^{(e)} = 0,\ \ \mathrm{div}\mathbf{B}^{(e)} = 0,\ \ \mathbf{B}^{(e)} = \mathbf{H}^{(e)} \tag{5}$$

и условиям на бесконечности.

Рассмотрим два состояния намагниченного ферромагнетика. Первое состояние будем называть равновесным и все величины, относящиеся к этому состоянию, будем отмечать индексом “0”. Предполагается, что в этом состоянии среда однородно намагничена до насыщения в направлении оси легкого намагничивания: $\mathbf{M_0} = M_0\mathbf{n} = M_S\mathbf{n}$ (M_S – величина магнитного момента насыщения, $\mathbf{n}$ – единичный вектор вдоль оси легкого намагничивания). Второе состояние будем называть возмущенным. Все величины, относящиеся ко второму состоянию, будем отмечать значком “~” и представлять их в виде суммы величин, относящихся к равновесному состоянию и возмущению соответствующих величин: $\tilde{Q} = Q_0 + q$. Возмущения будем считать малыми величинами по сравнению с соответствующими величинами равновесного состояния и не будем снабжать их никакими дополнительными индексами.

Характеристики магнитного поля равновесного состояния, согласно (3)–(5), должны удовлетворять уравнениям

$$\operatorname{rot}\mathbf{H_0} = 0,\ \operatorname{div}\mathbf{B_0} = 0,\ \mathbf{B_0} = \mathbf{H_0} + 4\pi\mathbf{M_0} \tag{6}$$

в области Ω, уравнениям

$$\operatorname{rot}\mathbf{H_0^{(e)}} = 0,\ \operatorname{div}\mathbf{B_0^{(e)}} = 0,\ \mathbf{B_0^{(e)}} = \mathbf{H_0^{(e)}} \tag{7}$$

во внешней области и условиям сопряжения

$$\left[\mathbf{B_0} - \mathbf{B_0^{(e)}}\right]\mathbf{N} = 0,\quad \left[\mathbf{H_0} - \mathbf{H_0^{(e)}}\right]\times\mathbf{N} = 0 \tag{8}$$

на поверхности S ферромагнетика. Кроме того, должны удовлетворяться условия

$$\lim_{r\to\infty}\mathbf{H_0^{(e)}} = \mathbf{H^0} \tag{9}$$

на бесконечности ($r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, $\mathbf{H^0}$ – заданное внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси легкого намагничивания: $\mathbf{H^0} = H^0\mathbf{n}$) и условие

$$\mathbf{n}\times\mathbf{H_0^{eff}} = 0, \tag{10}$$

вытекающее из уравнения (1).

В дальнейшем, для простоты, рассматриваются такие области Ω (занятые телом), в которых задача (6)–(9) имеет решение $\mathbf{H_0}$, параллельное вектору $\mathbf{n}$: $\mathbf{H_0} = H_0\mathbf{n}$. Такими областями являются, например, область, занятая бесконечным цилиндрическим телом, ось которого параллельна оси легкого намагничивания, а также область, занятая телом в форме бесконечного слоя или полупространства, граничные плоскости которых параллельны вектору $\mathbf{n}$.

Величины, характеризующие возмущенное состояние среды, согласно вышеизложенному, необходимо представить в виде

$$\begin{gathered}\tilde{\mu}_i = \mu_{0i} + \mu_i, \qquad \tilde{\rho} = \rho_0 + \rho, \qquad \tilde{H}_i = H_{0i} + h_i, \\ \tilde{H}_i^{\mathrm{eff}} = H_{0i}^{\mathrm{eff}} + h_i^{\mathrm{eff}} = H_{0i} + h_i^{\mathrm{eff}}, \qquad \tilde{v}_i = v_{0i} + v_i = v_i,\end{gathered} \tag{11}$$

где $\rho_0 = \mathrm{const}$ – равновесная плотность ферромагнетика, $\boldsymbol{\mu}_0 = \rho_0^{-1}\mathbf{M_0}$ – плотность магнитного момента равновесного состояния; μ_i, ρ, h_i и h_i^{eff} – здесь и в дальнейшем возмущения соответствующих величин равновесного состояния.

Чтобы записать уравнения относительно возмущений $\left(\mu_i, h_i, h_i^{\text{eff}}\right)$ равновесного состояния, как видно из (2), необходимо задать выражение для плотности потенциальной энергии F ферромагнетика. Здесь приводится выражение для F в случае малых возмущений и малого градиента плотности магнитного момента, при этом ограничимся рассмотрением одноосных ферромагнетиков. Тогда, разлагая функцию $F\left(\mu_i, \partial\mu_i/\partial x_k\right)$ в ряд Тейлора в окрестности равновесного состояния и ограничиваясь членами до второго порядка малости включительно, для F получается представление [7]

$$2\rho_0^{-1}F = \beta(\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{\mu}) + b(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{n})^2 + \lambda\frac{\partial\mu_i}{\partial x_k}\frac{\partial\mu_i}{\partial x_k}, \tag{12}$$

где β – постоянная магнитной анизотропии среды, а λ – обменная константа (модуль обменных взаимодействий).

Учитывая (12) и основные предположения теории малых возмущений (например, таких, как $|q| << |Q_0|$, $|q|^2 << |q|$ и т.п.), из (2) получаем следующее линеаризованное выражение для возмущения эффективного магнитного поля:

$$\mathbf{h}^{\mathbf{eff}} = \mathbf{h} - \rho_0\beta\boldsymbol{\mu} + \rho_0\lambda\Delta\boldsymbol{\mu} - \rho_0 b(\mathbf{n}\,\boldsymbol{\mu})\mathbf{n}, \tag{13}$$

где Δ – трехмерный оператор Лапласа.

Аналогичным образом, учитывая (6)–(11) и условия малости возмущений, из (1), (3)–(5) получаем линеаризованные уравнения и граничные условия, описывающие поведение возмущений соответствующих величин, характеризующих равновесное состояние рассматриваемой ферромагнитной среды:

уравнения в области Ω

$$\begin{gathered}\frac{\partial\boldsymbol{\mu}}{\partial t} = g\mu_0\mathbf{n}\times\left[\mathbf{h} - \rho_0\left(\beta + \frac{H^0}{M_0}\right)\boldsymbol{\mu} + \rho_0\lambda\Delta\boldsymbol{\mu}\right],\\ \operatorname{rot}\mathbf{h} = 0, \qquad \operatorname{div}\left(\mathbf{h} + 4\pi\rho_0\boldsymbol{\mu}\right) = 0;\end{gathered} \tag{14}$$

уравнения во внешней области

$$\operatorname{rot}\mathbf{h}^{(\mathbf{e})} = 0, \ \operatorname{div}\mathbf{h}^{(\mathbf{e})} = 0; \tag{15}$$

граничные условия на поверхности S

$$\left(\mathbf{h} - \mathbf{h}^{(\mathbf{e})} + 4\pi\rho_0\boldsymbol{\mu}\right)\mathbf{N} = 0, \ \left(\mathbf{h} - \mathbf{h}^{(\mathbf{e})}\right)\times\mathbf{N} = 0 \tag{16}$$

и условия затухания возмущений на бесконечности

$$\lim_{r\to\infty}\mathbf{h}^{(\mathbf{e})} = 0. \tag{17}$$

Уравнения и граничные условия типа (14)–(17), характеризующие распространение спиновых (магнитных) волн в ферромагнетиках, на основе различных подходов, получены в работах многих авторов. Сведения об этих работах можно найти в монографиях [3,5,7]. Применяемый здесь метод малых возмущений является родственным с методом, использованным в работе [7], и окончательные уравнения и поверхностные условия, полученные в [7], полностью совпадают с (13)–(17) при $H^0 = 0$.

3. Дисперсионное уравнение пространственных спиновых поверхностных волн

Пусть Ω является полупространством, граница которого параллельна оси легкого намагничивания ферромагнетика, занимающего область Ω. Система координат x_1, x_2, x_3 выбрана так, что Ω совпадает с областью $x_2 > 0$, а ось ox_3 направлена вдоль вектора $\mathbf{n}$, то есть вдоль оси легкого намагничивания. Пусть, далее, среда находится в постоянном магнитном поле $\mathbf{H^0}\left(0,0,H^0\right)$. В этом случае задача определения магнитного поля H_0 равновесного состояния, то есть задача (6)–(9), имеет решение

$$H_{01} = H_{02} = 0, \quad H_{03} = H^0. \tag{18}$$

На основе (18) и (14)–(17) исследование волнового процесса в рассматриваемой магнитной системе, в случае длинноволнового приближения $\left(|\beta\boldsymbol{\mu}| >> |\lambda\Delta\boldsymbol{\mu}|\right)$, приводится к решению уравнений

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\mu_1}{\partial t} - \omega_M\hat{\beta}\mu_2 - g\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial x_2} = 0,\\
&\frac{\partial\mu_2}{\partial t} + \omega_M\hat{\beta}\mu_1 + g\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial x_1} = 0,\\
&\frac{\partial\mu_3}{\partial t} = 0,\\
&\Delta\varphi - 4\pi\rho_0\mathrm{div}\boldsymbol{\mu} = 0
\end{aligned} \tag{19}$$

при $x_2 > 0$ и уравнения

$$\Delta\varphi^{(e)} = 0 \tag{20}$$

при $x_2 < 0$ с условиями

$$\varphi = \varphi^{(e)}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} - 4\pi\rho_0\mu_2 = \frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x_2} \tag{21}$$

на поверхности $x_2 = 0$ и условиями

$$\lim_{x_2\to-\infty}\varphi^{(e)} = 0, \quad \lim_{x_2\to+\infty}\varphi = 0, \quad \lim_{x_2\to+\infty}\boldsymbol{\mu} = 0 \tag{22}$$

затухания возмущений на бесконечности.

В (19)–(22) функции $\varphi\left(x_1, x_2, x_3, t\right)$ и $\varphi^{(e)}\left(x_1, x_2, x_3, t\right)$ – потенциалы возмущенного магнитного поля в среде и в вакууме, соответственно, Δ – трехмерный оператор Лапласа,

$$\begin{aligned}
&\mathbf{h} = -\mathrm{grad}\varphi, \quad \mathbf{h^{(e)}} = -\mathrm{grad}\varphi^{(e)},\\
&\omega_M = g\rho_0\mu_0 = gM_0, \quad \hat{\beta} = \beta + H^0M_0^{-1}.
\end{aligned}$$

Отметим, что в (22) условия при $x_2 \to +\infty$ являются также необходимыми условиями существования поверхностной волны.

Решения уравнений (19), соответствующие распространению волны с частотой ω, волновыми числами k_1, k_3 и амплитудой, зависящей от координаты x_2, будем искать в виде

$$\begin{gathered}\mu_j = f_j(x_2)\exp i(\omega t - k_1x_1 - k_3x_3),\\ \varphi = \Phi(x_2)\exp i(\omega t - k_1x_1 - k_3x_3),\\ (j = 1,2,3).\end{gathered} \tag{23}$$

Подстановка (23) в первые три уравнения системы (19), с учетом последнего условия из (22), приводит к следующим выражениям для неизвестных функций $f_j(x_2)$:

$$\begin{gathered}f_1(x_2) = \frac{ig\mu_0}{\omega_M^2\hat{\beta}^2 - \omega^2}\left(\omega\frac{d\Phi}{dx_2} + \omega_M\hat{\beta}k_1\Phi\right),\\ f_2(x_2) = -\frac{g\mu_0}{\omega_M^2\hat{\beta}^2 - \omega^2}\left(\omega_M\hat{\beta}\frac{d\Phi}{dx_2} + \omega k_1\Phi\right),\\ f_3(x_2) \equiv 0, \qquad \omega^2 \neq \omega_M^2\hat{\beta}^2.\end{gathered} \tag{24}$$

Подставляя (23) и (24) в последнее уравнение системы (19), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение относительно неизвестной функции $\Phi(x_2)$:

$$\begin{gathered}\alpha\frac{d^2\Phi}{dx_2^2} - \left(k_3^2 + \alpha k_1^2\right)\Phi = 0,\\ \alpha = \frac{\hat{\beta}\left(\hat{\beta} + 4\pi\right)\omega_M^2 - \omega^2}{\omega_M^2\hat{\beta}^2 - \omega^2}.\end{gathered} \tag{25}$$

Соответствующие представлению (23) решения уравнения (20) (в области $x_2 < 0$), удовлетворяющие первому из условий (22), имеют вид

$$\begin{gathered}\varphi^{(e)} = A^{(e)}e^{kx_2}\exp i(\omega t - k_1x_1 - k_3x_3),\\ k = \sqrt{k_1^2 + k_3^2} > 0,\end{gathered} \tag{26}$$

где $A^{(e)}$ – произвольная постоянная.

Из уравнения (25) видно, что при $\alpha = 0$ имеем либо тривиальное решение $(\mu_i \equiv 0,\ h_i \equiv 0)$, либо поперечную объемную волну. Поэтому будем считать, что $\alpha \neq 0$, так как в дальнейшем рассматриваются только вопросы существования и распространения поверхностных волн. Далее, используя (23), (24), (26) и поверхностные условия (21), покажем, что, если $k_1 = 0$, то в рассматриваемой ферромагнитной среде не могут распространяться спиновые поверхностные волны. Действительно, если $k_1 = 0$, то уравнение (25) может иметь удовлетворяющее условию $\lim\limits_{x_2 \to +\infty}\Phi(x_2) = 0$ (условие затухания возмущений на бесконечности) решение лишь только при $\alpha > 0$. Тогда для $\Phi(x_2)$ будем иметь

$$\Phi(x_2) = B\exp\left(-\left(|k_3|/\alpha\right)x_2\right). \tag{27}$$

Подставляя (26) и (27) в (21), получим следующее дисперсионное уравнение:

$$1 + \sqrt{\alpha} = 0,$$

которое не имеет действительных корней. Следовательно, возбудить поверхностную спиновую волну, распространяющуюся вдоль оси легкого намагничивания, не представляется возможным.

Перейдем к исследованию общего случая $\alpha \neq 0,\ k_1 \neq 0$. Тогда уравнение (25) имеет исчезающее на бесконечности $(x_2 \to +\infty)$ решение только в том случае, когда выполняется следующее условие:

$$\delta = k_1^2 + (1/\alpha)k_3^2 > 0, \tag{28}$$

являющееся необходимым условием существования поверхностной волны.

При условии (28) решение уравнения (25), удовлетворяющее условиям затухания возмущений на бесконечности, имеет вид

$$\Phi(x_2) = A\exp\left(-\sqrt{\delta}x_2\right), \tag{29}$$

где A – произвольная постоянная.

Удовлетворяя поверхностным условиям (21), получим следующее дисперсионное уравнение относительно частоты ω:

$$\left(4\pi x\Big/\left(\hat{\beta}^2 - x^2\right)\right) - \sqrt{1+r^2} = \alpha\sqrt{1+r^2/\alpha}, \tag{30}$$

где

$$\begin{gathered} x = (\omega/\omega_M)\left(k_1/|k_1|\right), \quad r = k_3k_1^{-1}, \\ \alpha = \left[\hat{\beta}\left(\hat{\beta}+4\pi\right) - x^2\right]\Big/\left(\hat{\beta}^2 - x^2\right). \end{gathered} \tag{31}$$

Таким образом, вопросы существования пространственной поверхностной волны (следовательно, и характер ее распространения) зависят от того, имеет ли уравнение (30) действительные корни, удовлетворяющие условию (28).

4. Решение дисперсионного уравнения. Условие существования и характер распространения поверхностных волн

Имея в виду, что величина α отлична от нуля, дисперсионное уравнение (30), в силу (31), удобно представить в виде

$$f(x) = \sqrt{g(x)}, \tag{32}$$

где

$$f(x)=\left(\sqrt{1+r^2}\left(x^2-\hat{\beta}^2\right)+4\pi x\right)\Big/\left(\hat{\beta}\left(\hat{\beta}+4\pi\right)-x^2\right),$$
$$g(x)=\left(\left(1+r^2\right)\left(\hat{\beta}^2-x^2\right)+4\pi\hat{\beta}\right)\Big/\left(\hat{\beta}\left(\hat{\beta}+4\pi\right)-x^2\right). \tag{33}$$

При исследовании уравнения (32) ограничимся рассмотрением случая $\hat{\beta}>0$. Указанное уравнение имеет действительные корни только в тех случаях, когда

$$f(x)>0,\; g(x)>0. \tag{34}$$

На основе (33) легко установить, что функция $f(x)$ положительна в областях

1) $x^+<x<\beta_1$; (35)

2) $-\beta_1<x<x^-$, если $\hat{\beta}r^2>4\pi$; (36)

3) $x^-<x<-\beta_1$, если $\hat{\beta}r^2<4\pi$, (37)

а $g(x)$ – в областях

4) $-\sqrt{\hat{\beta}^2+\left(4\pi\hat{\beta}\big/\left(1+r^2\right)\right)}<x<\sqrt{\hat{\beta}^2+\left(4\pi\hat{\beta}\big/\left(1+r^2\right)\right)}$; (38)

5) $x>\beta_1$; (39)

6) $x<-\beta_1$. (40)

В (35)–(40) введены следующие обозначения:

$$x^{\pm}=-\left(2\pi\big/\sqrt{1+r^2}\right)\pm\sqrt{\hat{\beta}^2+\left(2\pi\big/\sqrt{1+r^2}\right)^2},\;\beta_1=\sqrt{\hat{\beta}^2+4\pi\hat{\beta}}.$$

На основе (35)–(40) заключаем, что условия (34) (условия, при которых уравнение (32) может иметь действительные корни) выполняются в следующих случаях:

$$0<x^+<x<\sqrt{\hat{\beta}^2+4\pi\hat{\beta}\big/\left(1+r^2\right)}; \tag{41}$$

$$x^-<x<-\beta_1,\;\text{если}\;\hat{\beta}r^2<4\pi. \tag{42}$$

Учитывая (41) и (42), легко показать, что уравнение (32) не имеет положительных корней. Следовательно, если

$$\hat{\beta}r^2>4\pi, \tag{43}$$

то уравнение (32) не имеет действительных корней, т.е. при условии (43) существование спиновой поверхностной волны становится невозможным.

Если же

$$\hat{\beta}r^2<4\pi, \tag{44}$$

то уравнение (32) имеет единственный корень, принадлежащий области (42) и определяемый формулой

$$x = -\left(\hat{\beta}\left(2+r^2\right)+4\pi\right)\Big/2\sqrt{1+r^2}\,. \tag{45}$$

Таким образом, (44) является условием существования поверхностной спиновой волны в рассматриваемой ферромагнитной среде.

Введем угол $\theta,$ составленный направлением оси легкого намагничивания (направление вектора $\mathbf{n}$) с направлением волнового вектора $\mathbf{k}\left(k_1,0,k_3\right)$, отсчитываемый от вектора $\mathbf{n}$ по часовой стрелке. Тогда из (44) заключаем, что в рассматриваемой ферромагнитной среде: а) можно возбуждать поверхностную волну, если θ принадлежит следующим областям (зоны существования поверхностной волны):

$$\begin{gathered}\theta_0 < \theta < \pi-\theta_0 \quad \text{и} \quad \pi+\theta_0 < \theta < 2\pi-\theta_0\,,\\ \theta_0 = \arctan\left(\beta/4\pi\right)^{\frac{1}{2}};\end{gathered} \tag{46}$$

б) поверхностная волна не может распространяться, если θ принадлежит областям (зоны молчания)

$$\begin{gathered}\pi-\theta_0 < \theta < \pi+\theta_0\,,\\ 2\pi-\theta_0 < \theta < 2\pi+\theta_0\,.\end{gathered} \tag{47}$$

Вернемся к соотношению (45), которое в силу (31) позволяет получить следующую формулу для определения частоты ω поверхностной волны в зависимости от квадрата отношения волновых чисел (от $k_3^2 k_1^{-2}$) и от знака волнового числа k_1:

$$\omega = -\omega_M \frac{|k_1|}{k_1}\frac{\hat{\beta}\left(2+r^2\right)+4\pi}{2\left(1+r^2\right)^{1/2}}. \tag{48}$$

Подставляя в (48) $k_3=0,$ получим следующее известное выражение для частоты двумерной поверхностной волны (волны Деймона–Эшбаха [1]):

$$\omega_{DE} = -\left(\hat{\beta}+2\pi\right)\omega_M\,|k_1|/k_1\,. \tag{49}$$

Сравнивая (48) с (49), приходим к неравенству $|\omega| \le |\omega_{DE}|$, причем, равенство имеет место только при $k_3 = 0$.

Из (48) и (23) легко установить: 1) если $k_1 > 0$, то поверхностная волна может распространяться только по обратному направлению волнового вектора $\mathbf{k}$; 2) если $k_1 < 0$, то направление распространения поверхностной волны совпадает с направлением вектора $\mathbf{k}$; 3) если изменить направление волнового вектора на обратное, то направление распространения поверхностной волны сохраняется.

Формула (48) позволяет также получить следующее выражение для определения модуля v фазовой скорости $\mathbf{v}$ ($\mathbf{v} = \mathbf{N}\omega/k$, $\mathbf{N} = \mathbf{k}/k$ – волновая нормаль, $k = \sqrt{k_1^2 + k_3^2}$ – волновое число) поверхностной волны:

$$\mathrm{v} = |\omega| \Big/ \sqrt{k_1^2 + k_3^2} = \left(\omega_M / 2|k_1|\right)\left(2\left(\hat{\beta} + 2\pi\right)k_1^2 + \hat{\beta}k_3^2\right) \Big/ \left(k_1^2 + k_3^2\right). \qquad (50)$$

Полагая в (50) $k_3 = 0$, получим следующую формулу для определения величины фазовой скорости волны Деймона–Эшбаха $(k_1 \neq 0)$:

$$\mathrm{v}_{DE} = \left(\hat{\beta} + 2\pi\right)\omega_M / |k_1|. \qquad (51)$$

Формулы (50) и (51) показывают, что пространственные поверхностные волны, как и волны Деймона–Эшбаха, распространяются с дисперсией.

Используя (28)–(31) и (45), легко показать, что глубина проникновения γ пространственной поверхностной волны (то есть глубина, на которой амплитуда волны падает в e раз) определяется выражением

$$\gamma = \left(1 \Big/ |k_1|\sqrt{1 + r^2}\right)\left(4\pi - \hat{\beta}r^2\right) \Big/ \left(4\pi + \hat{\beta}r^2\right), \qquad (52)$$

причем, согласно условию (44) (условие существования поверхностной волны), $\gamma > 0$.

Рассмотрим зависимость величины фазовой скорости v и глубины проникновения γ поверхностной волны от направления волнового вектора $\mathbf{k}$, принимая $|\mathbf{k}| = R = \mathrm{const}$. Тогда указанные величины представляются следующим образом $\left(k_1^2 = R^2 - k_3^2 > 0\right)$:

$$\begin{aligned} \mathrm{v} &= \left(\omega_M / 2R\right)\left(2\left(\hat{\beta} + 2\pi\right) - \left(\hat{\beta} + 4\pi\right)\bar{k}_3^2\right) \Big/ \left(1 - \bar{k}_3^2\right)^{\frac{1}{2}}, \\ \gamma &= (1/R)\left(4\pi\left(1 - \bar{k}_3^2\right) - \hat{\beta}\bar{k}_3^2\right) \Big/ \left(4\pi\left(1 - \bar{k}_3^2\right) + \hat{\beta}\bar{k}_3^2\right), \quad \bar{k}_3^2 = k_3^2 / R^2. \end{aligned} \qquad (53)$$

Из условия существования поверхностной волны (условие (44)) следует, что $\bar{k}_3 \in (-a, a)$, где $a = \left[4\pi \Big/ \left(\hat{\beta} + 4\pi\right)\right]^{1/2}$. Как видно из (53), $\mathrm{v}(k_3)$ и $\gamma(k_3)$ являются четными функциями от k_3 и имеют максимум в точке $k_3 = 0$. Других точек экстремума в интервале $(-a, a)$ не имеется. Случай $k_3 = 0$ соответствует волне Деймона–Эшбаха и максимальные значения этих функций являются фазовой скоростью $\left(\mathrm{v}(0) = \left(\hat{\beta} + 2\pi\right)\omega_M / R\right)$ и глубиной проникновения $\left(\gamma(0) = R^{-1}\right)$ указанной волны. Следовательно: а) фазовая скорость пространственной поверхностной волны меньше фазовой скорости волны Деймона–Эшбаха; б) глубина проникновения пространственной поверхностной волны $\gamma(k_3)$ удовлетворяет условию $\gamma(k_3) \leq \gamma(0)$ (где $\gamma(0) = R^{-1}$ – глубина проникновения волны Деймона-Эшбаха) и является бесконечно малой функцией в окрестности точек $k_3 = \pm aR$; в) в отличие от пространственных поверхностных волн, глубина проникновения волны Деймона–Эшбаха не зависит от магнитных свойств среды.

На основе установленных выше свойств пространственной поверхност ной волны (в особенности пункта б) указанных свойств) заключаем также, что с выбором направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. **R.W.Damon, I.R.Eshbach.** J. Phys. Chem. Solids, **19**, 308 (1961).
2. **H.Benson, D.L.Mills.** Phys. Rev., **178**, 839 (1969).
3. **А.Г.Гуревич.** Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М., Наука, 1973.
4. **Дж.Такер, В.Рэмптон.** Гиперзвук в физике твердого тела. М., Мир, 1975.
5. **Ж.Можен.** Механика электромагнитных сплошных сред. М., Мир, 1991.
6. **G.Y.Bagdasaryan, D.J.Hasanyan, S.L.Sahakyan.** Proc. of the International Conference “Applied and Mathematical Aspects of Natural Sciences”, vol. 3, p. 34, 1999.

А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны. М., Наука, 1967.

ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՍՊԻՆԱՅԻՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳՈՅՈՒԹՅՈՒՆՆ ՈՒ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՎԱՐՔԸ ՖԵՌՈՄԱԳՆԻՍՆԵՐՈՒՄ

Գ.Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված են տարածական սպինային մակերևութային ալիքների գոյության և տարածման հարցերը ֆեռոմագնիսական միջավայրերում: Ստացված է մակերևութային ալիքի գոյության պայմանը՝ կախված միջավայրի նյութի ֆիզիկական հաստատուններից և այն անկյունից, որը կազմվում է ալիքային վեկտորի և ֆեռոմագնիսի հեշտ մագնիսացման առանցքի ուղղություններով: Որոշված են ալիքային թվերի փոփոխման տիրույթները, որոնց դեպքում մակերևութային ալիքի տարածումն անհնար է դառնում (լռության գոտիներ): Ստացված են ֆազային արագությունը և մակերևութային ալիքի թափանցման խորությունը որոշող բանաձևեր: Ցույց է տրված, որ ալիքային վեկտորի ուղղության ընտրմամբ կարելի է հասնել սպինային ալիքի անհրաժեշտ լոկալացմանը մարմնի մակերևույթի մոտ:

EXISTENCE AND PROPAGATION CHARACTER OF SPATIAL SPIN SURFACE WAVES IN FERROMAGNETS

G.Y. BAGHDASARYAN

The problem of existence and transmission character of spatial spin surface waves in ferromagnetic media is studied. The condition of existence of surface wave is obtained depending on physical constants of media’s material and on the angle made by the direction of wave vector with the direction of the axis of easy magnetization of the ferromagnet. The regions of change of wave numbers are determined, at which the transmission of surface wave becomes impossible (zones of silence). The formulas for definition of the phase velocity and penetration depth of the surface wave are found. It is shown that with a certain choice of the direction of wave vector it is possible to achieve the necessary localization of the spin wave at the surface of the body.