

УДК 535.14

## ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА ДЛЯ КВАЗИЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ АТОМНЫХ СОСТОЯНИЙ

Г.Ю. КРЮЧКЯН

Ереванский государственный университет, Армения

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 27 декабря 2008 г.)

Поляризация вакуума для атомной системы в лазерном поле рассмотрена в представлении квазиэнергетических состояний как радиационная поправка к квазиэнергии. Показано, что лазерные эффекты отсутствуют в поляризационной фермионной петле в случае резонансного перемешивания атомных уровней. Обсуждается перспективность исследования лазерных эффектов в поляризации вакуума мюонных атомов.

### 1. Введение

Настоящая статья посвящена исследованию КЭД радиационных поправок к атомным уровням энергий в присутствии интенсивного лазерного поля. Результаты в этом направлении, полученные в работах [1-7], посвящены в основном исследованию собственно-энергетической радиационной поправки, в которой фотон виртуально излучается и поглощается связанным в атоме электроном. Собственно-энергетическая часть является доминирующей в лэмбовском сдвиге водородоподобных атомов. Другим КЭД эффектом, дающим вклад в радиационный сдвиг атомных уровней, является, как известно, поляризация вакуума, обусловленная виртуальным процессом рождения электрон-позитронной пары. Вклад поляризации вакуума в радиационный сдвиг превалирует над собственно-энергетической частью для некоторых простейших атомных систем. Наиболее известной из них является мюонный водород ( $\mu H$ ), в котором сравнительно большое значение поляризации вакуума определяется малым отношением массы электрона к массе мюона:  $m/m_\mu = 4.836 \times 10^{-3}$ . Как известно, свойства вакуума изменяются в присутствии сильных электромагнитных полей [8]. С теоретической точки зрения явление поляризации вакуума в интенсивных, не зависящих от времени полях, включая сильное кулоновское ( $Z\alpha > 1$ ) и постоянные однородные электромагнитные поля, хорошо исследовано (см. [9]). Анализ тензора поляризации вакуума для электрона в скрещенном электрическом и магнитном полях, а также в лазерном поле приведен соответственно в работах [10-12]. Дисперсия фотона в присутствии плоской интенсивной волны и дифракция света в стоячей электромагнитной волне рассматривались в [11-13] и в [14], соответственно. Значительно меньше исследований посвящено поляриза-

ции вакуума для связанного электрона в интенсивном лазерном поле. Это явление рассмотрено недавно [15] во втором порядке теории возмущений по кулоновскому полю.

Настоящее исследование является продолжением работ [1,7] и посвящено рассмотрению поляризации вакуума на основе квазиэнергетических состояний (КЭС) атома в лазерном поле. Такой подход позволяет ввести квазиэнергии и провести вычисление КЭД радиационных сдвигов атомных уровней, обусловленных поляризацией вакуума, как вычисление КЭД сдвигов квазиэнергий. Как известно [16], КЭС имеют периодическую зависимость от времени; это позволяет существенно упростить вычисления радиационных поправок, сведя исследование такой сложной проблемы как поляризация вакуума в комбинированном кулоновском и лазерном полях к решению стационарной задачи.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 получены общие результаты для эффективного потенциала, обусловленного поляризацией вакуума в представлении КЭС. В разделе 3 поляризация вакуума исследуется в случае резонансного взаимодействия атомной системы с лазерным полем. В разделе 4 приводится качественное обсуждение лазерных эффектов в поляризации вакуума для мюонных атомных систем.

## 2. Поляризация вакуума в представлении КЭС

Как известно, для произвольного многоуровневого атома в периодическом по времени внешнем поле можно ввести понятия квазиэнергий  $E_n$  и КЭС как решения уравнений Шредингера или Дирака. В настоящем разделе явление поляризации вакуума в комбинированном кулоновском и лазерном полях сформулировано на языке квазиэнергий и КЭС.

Следуя результатам работ [1,7], для КЭД радиационного сдвига квазиэнергии, который обусловлен вкладом поляризации вакуума, получаем

$$\Delta E_n = \left\langle \bar{\phi}_n \left| \gamma_\mu A_\mu^{eff} \right| \phi_n \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int d^3r \bar{\phi}_n(r,t) \gamma_\mu A_\mu^{eff}(r,t) \phi_n(r,t). \quad (1)$$

Здесь  $\phi_n(x)$  – квазиэнергетическая волновая функция электрона в кулоновском и лазерном полях, удовлетворяющая условию периодичности  $\phi_n(r,t+T) = \phi_n(r,t)$ , ( $T = 2\pi/\omega$ ,  $\omega$  – частота лазерного поля) и уравнению

$$\left( H_s - i \frac{\partial}{\partial t} \right) \phi_n(r,t) = E_n \phi_n(r,t) \quad (2)$$

с гамильтонианом

$$H_s = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{p} - e\mathbf{a}) + \beta m - eU(r), \quad (3)$$

где  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\beta$  – матрицы Дирака,  $\mathbf{a}$  – вектор-потенциал лазерного поля,  $U(r)$  – кулоновский потенциал,  $E_n$  – квазиэнергия. Эффективный потенциал, описывающий поляризацию вакуума, выражается через функцию распространения свя-

занного электрона в лазерном поле  $S_F$  и функцию распространения фотона следующим образом:

$$A_{\mu}^{eff}(x) = 4\pi i \alpha \int_{t_0}^t D_{\mu\nu}(x-x') T_2 \left[ \gamma_{\nu} S_F(x, x') \right] \Big|_{x=x'}. \quad (4)$$

Здесь квадратные скобки означают симметричный предел  $x \rightarrow x'$ ,  $D_{\mu\nu}$  – функция распространения фотона.

Разложим эффективный потенциал по гармоникам, используя Фурье-преобразование функции распространения фотона и условие периодичности квазиэнергетических волновых функций

$$A_{\mu}^{eff}(r, t) = \sum_{S=-\infty}^{\infty} e^{iS\omega t} A_{\mu}^{(S)}(\mathbf{r}). \quad (5)$$

В этом разложении парциальные, не зависящие от времени компоненты эффективного потенциала равны

$$A_{\mu}^{(S)}(\mathbf{r}) = -e \int d^3 r' \frac{j_{\mu}^{(S)}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \exp \left[ i \sqrt{(S\omega)^2 + i\delta} |\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \right], \quad (6)$$

где

$$j_{\mu}^{(S)}(\mathbf{r}) = \frac{e}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt e^{-iS\omega t} \text{Tr} \left[ \gamma_{\mu} j_{\mu} S_F(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}, t) \right] \quad (7)$$

и  $\delta \rightarrow 0$ . Величина  $j_{\mu}^{(S)}(\mathbf{r})$  есть независящая от времени  $S$ -тая гармоника тока, обусловленная поляризацией вакуума в кулоновском и лазерном полях.

При получении этого результата предполагается, что внешние поля (кулоновское и лазерное) меньше их критических значений и, следовательно, не приводят к реальному рождению электрон-позитронной пары. Таким образом, фермионный вакуум является стабильным. Отметим также, что выражения (1), (5)–(7) в явном виде не содержат спектр квазиэнергии в отличие от собственно энергетической части (см. [1,7]).

Сравнивая два подхода к исследованию радиационных поправок к атомным уровням в присутствии лазерного поля, основанных на КЭС [16] и состояниях «одетого атома» [17], отметим, что первый подход кажется более привлекательным для исследования поляризации вакуума. Действительно, в представлении КЭС состояния с отрицательной энергией электрона появляются естественным путем, как решения уравнения Дирака (2), (3). Кроме того, в КЭС подходе эффективный потенциал удается выразить через функцию распространения электрона, что невозможно в представлении состояний одетого атома. Тем не менее, отметим, что полное вычисление КЭД радиационного сдвига по формулам (1)–(7) не представляется возможным на сегодняшнем этапе. Такое вычисление подразумевает решение уравнения Дирака (2), (3) для связанного электрона в лазерном поле, которое до последнего времени не достигнуто. Од-

нако, формулы (1) и (5)–(7) приводят к выражению для радиационных сдвигов квазиэнергий

$$\Delta E_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt e^{iS\omega t} \int d^3 r \bar{\phi}_n(r, t) \gamma_\mu A_\mu^{(S)}(r) \phi_n(r, t), \quad (8)$$

которое справедливо для произвольной атомной системы в периодическом по времени внешнем поле. Это выражение удобно для различных физических интерпретаций и приближенных вычислений.

В следующем разделе поляризация вакуума рассматривается в случае резонанса между частотой лазерного поля и частотой перехода между двумя атомными состояниями.

### 3. Поляризация вакуума для атомных систем в резонансном лазерном поле

Рассматривая резонансное взаимодействие в атомном переходе,  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$ , под действием лазерного поля с частотой  $\omega \approx \omega_2 - \omega_1$ , полагаем также, что атомный зарядовый номер меньше критического, т.е.  $Z < Z_{cr}$ , и таким образом связанные состояния с отрицательной энергией,  $-mc^2 < E < 0$ , отсутствуют. В нерелятивистском случае гамильтониан взаимодействия одноэлектронного атома с внешним лазерным полем имеет вид

$$H_S = (1/2m)(\mathbf{p} - e\mathbf{a})^2 - eU(r), \quad (9)$$

и в резонансном приближении при  $\delta = \omega_{21} - \omega \ll \omega_{21}$  квазиэнергетические волновые функции равны

$$\begin{aligned} \phi_1(r, t) &= a\phi_1(r) + b\phi_2(r) e^{-i\omega t}, \\ \phi_2(r, t) &= -b^* \phi_1(r) e^{i\omega t} + a\phi_2(r). \end{aligned} \quad (10)$$

В этих выражениях  $a = \sqrt{(1 + \delta/\Omega)/2}$ ,  $|b| = \sqrt{(1 - \delta/\Omega)/2}$ ,  $\Omega = \sqrt{\delta^2 + 4|V|^2}$  и матричный элемент взаимодействия равен  $V = (e/m)\langle \phi_1 | \mathbf{a}_0 \mathbf{p} | \phi_2 \rangle$ , где  $\mathbf{a}_0$  – амплитуда лазерного поля.

Перейдем к вычислению сдвига квазиэнергий

$$E_1 = \omega_1 + (\delta - \Omega)/2, \quad E_2 = \omega_2 - (\delta - \Omega)/2. \quad (11)$$

Для этого вначале представим выражение (1) в виде

$$\Delta E_n = \Delta E_n^c + \langle \langle \bar{\phi}_n | \Delta \hat{A} | \phi_n \rangle \rangle \quad (12)$$

( $n=1, 2$ ), где  $\Delta E_n^c$  – есть сдвиг, обусловленный только лишь поляризацией вакуума за счет кулоновского поля  $eU(r)$ ,

$$\Delta E_n^c = \langle \langle \phi_n | A_c | \phi_n \rangle \rangle, \quad (13)$$

который выражается через обычный стационарный эффективный кулоновский потенциал  $A_c$  [18] и  $\Delta\hat{A} = \hat{A}^{eff} - \gamma_0 A_c$ . С помощью выражений (10) непосредственно получаем

$$\begin{aligned}\Delta E_1^c &= n_1 \delta_1 + n_2 \delta_2, \\ \Delta E_2^c &= n_1 \delta_2 + n_2 \delta_1,\end{aligned}\tag{14}$$

где  $n_{1,2} = (1 \pm \delta/\Omega)/2$  – населенности атомных состояний  $|\phi_1\rangle$  и  $|\phi_2\rangle$  в КЭС  $|\phi_1\rangle$ , а величины

$$\delta_n = \int \phi_n^+(r) A_c(r) \phi_n(r) d^3r\tag{15}$$

( $n=1, 2$ ) определяют радиационные сдвиги атомных уровней  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые обусловлены поляризацией вакуума в кулоновском поле. Следует отметить, что выражение (15) было исследовано в виде разложения по параметру  $Z\alpha$  для некоторых простейших атомных систем (см., напр., [18]). В таком разложении, как известно, расходимости появляются в члене порядка  $\alpha(Z\alpha)$  в потенциале Уленбека, и ренормализационная процедура касается именно этого вклада. Таким образом, второй член в выражении (12) является конечным, т.к. расходящиеся части в нем сокращаются.

Легко проверить, что вклады  $\Delta E_1^c$  и  $\Delta E_2^c$  в полные радиационные сдвиги  $\Delta E_{1,2}$  ведут к процедуре перенормировки атомных уровней энергий  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в квазиэнергиях  $E_1$  и  $E_2$ , как и в случае собственно-энергетической части (см. [7]). Действительно, из (11) и (14) для  $n=1, 2$  получаем

$$E_n + \Delta E_n^c = E_{nR},\tag{16}$$

где  $E_{1R}$  и  $E_{2R}$  – перенормированные квазиэнергии (т.е.  $E_{1R} = \omega_{1R} + (\epsilon_R - \Omega_R)/2$ ,  $E_{2R} = \omega_{2R} + (\epsilon_R - \Omega_R)/2$ ), в которых  $\omega_{nR} = \omega_n + \delta_n$ ,  $\delta_R = \omega_{2R} - \omega_{1R} - \omega$ . Таким образом, общее перенормированное выражение для сумм квазиэнергий и радиационных сдвигов приобретает вид

$$E_n + \Delta E_n = E_{nR} + \delta E_n,\tag{17}$$

где сдвиг  $\delta E_n$  определен следующим образом:

$$\delta E_n = \left\langle \left\langle \bar{\phi}_n \left| \hat{A}^{eff} - \gamma_0 A_c \right| \phi_n \right\rangle \right\rangle\tag{18}$$

и содержит эффекты интенсивности лазерного поля в поляризацию вакуума. Как было отмечено выше, это выражение не содержит расходимости и обращается в нуль при  $a_0 \rightarrow 0$ .

Как показывают вычисления, поляризация вакуума в кулоновском поле не изменяется вследствие дополнительного взаимодействия атома с лазерным полем, однако она может измениться в случае, когда имеет место резонансное перемешивание стационарных атомных состояний, т.е.  $\delta E_1 = \delta E_2 = 0$  для волновых функций (10).

Действительно, рассматривая величину  $\text{Tr}[\gamma_0 S_F(r, t; r, t)]$  для одинаковых времен (см. выражение (4)) легко убедиться, что сумма по КЭС сводится к аналогичной сумме по атомным стационарным состояниям, т.е.

$$\sum_{n=1,2} \phi_n^+(r, t) \phi_n(r, t) = \sum_{n=1,2} \phi_n^+(r) \phi_n(r) \quad (19)$$

для состояний с положительными энергиями. В итоге, вакуумная плотность заряда КЭС  $\rho(r, t)$  сводится к известному выражению Швингера для плотности заряда, обусловленного только кулоновским потенциалом:

$$\rho(\mathbf{r}) = -\frac{e}{2} \left( \sum_{n^{(+)}} \phi_n^+(\mathbf{r}) \phi_n(\mathbf{r}) - \sum_{n^{(-)}} \phi_n^+(\mathbf{r}) \phi_n(\mathbf{r}) \right). \quad (20)$$

На языке диаграмм Фейнмана для поляризации вакуума это означает, что в случае перемешивания атомных состояний лазерные эффекты исчезают в фермионной петле, но остаются в фермионных линиях.

Таким образом, можно заключить, что перемешивание дискретных атомных состояний не приводит к лазерным эффектам в фермионной вакуумной петле; такие эффекты обусловлены состояниями с непрерывным спектром связанного электрона в лазерном поле. Исследование таких эффектов проведено в рамках теории возмущений по кулоновскому и лазерному полям [15].

#### 4. Качественный анализ поляризации вакуума для мюонных атомных систем в лазерном поле

Как известно, вклад поляризации вакуума в радиационный сдвиг атомных уровней превышает вклад собственно-энергетической части для мюонных атомных систем, таких как, например, мюонный водород ( $\mu H$ ). Лэмбовский сдвиг для перехода  $2P-2S$  атома  $\mu H$  равен  $\Delta E(2P-2S) = 1.508$  мэВ [19]. Лэмбовские сдвиги для различных мюонных атомов были исследованы в серии работ (см. обзорную статью [20]). Таким образом, сверхточные спектроскопические измерения энергетических уровней мюонных атомов и ионов с большим зарядом представляют прекрасную возможность исследования явления поляризации вакуума. В настоящем разделе приводятся аргументы в пользу точки зрения, что мюонные атомы не только представляют собой уникальные системы для исследования явления поляризации вакуума в кулоновском поле, но также могут быть удобны для исследования лазерных эффектов в этом явлении. Такие лазерно-зависящие эффекты могут появиться в электронной петле уже в низшем порядке теории возмущений по параметру  $Z\alpha$ . Такая доминирующая диаграмма показана на рис.1, где петля состоит из функции распространения электрона во внешнем лазерном поле, а двойные линии указывают КЭС мюонного атома. Соответствующий эффективный потенциал (4) имеет следующий вид:

$$A_{\mu}^{eff}(x) = \int D_{\mu\nu}(x-x') \Pi_{\nu\rho}(x', x'') A_p^{ext}(x'') d^4x' d^4x'', \quad (21)$$

где  $\Pi_{\nu\rho}(x', x'')$  есть поляризационный тензор в присутствии внешнего лазер-

ного поля и  $A_p^{ext}(x) = \delta\rho_0 U(\mathbf{x})$  определяет кулоновский потенциал. Рассмотрим вначале параметры взаимодействия, которые характеризуют эту диаграмму. Как известно, напряженность характерного атомного электрического поля равна  $F_e = \eta^3 / e\hbar m$ , где  $\eta = \alpha mc$  есть характерный импульс связанного электрона. Для мюонного атома характерная напряженность поля равна  $F_\mu = (m_\mu/m)^2 F_e$ , т.е. превышает величину  $F_e$ , а отношение характерных ионизационных потенциалов для мюонного и электронного атомов равно  $I_\mu/I_e \approx m_\mu/m$ . Таким образом, мюонный атом под действием внешнего поля остается стабильным (для временных интервалов, меньших времени жизни мюона,  $t \leq 10^{-6}$  с) для более интенсивных лазерных полей, чем электронные атомы. Это обстоятельство делает мюонные атомы удобными для исследования лазерно-зависящих эффектов в поляризации вакуума. Взаимодействие лазерного поля с электроном в вакуумной петле диаграммы рис.1 определяется параметром  $x_e = \frac{ea}{mc^2} = \alpha^3 \frac{mc^2}{\hbar\omega} \frac{F}{F_e}$ , где  $F$  – напряженность лазерного поля. Этот параметр в  $\alpha$  раз меньше, чем параметр  $\xi_e = eF/\alpha\omega mc$ , который описывает взаимодействие связанного атомного электрона с лазерным полем.

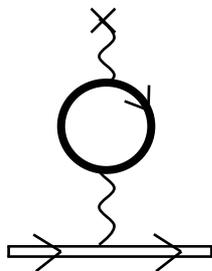


Рис.1. Диаграмма поляризации вакуума в кулоновском и лазерном полях в низшем приближении по взаимодействию с кулоновским полем (линия с крестиком). Двойные линии определяют КЭС мюона. Вакуумная петля описывает электрон в лазерном поле.

Поэтому, даже для критических полей  $F \approx F_e$ , когда нелинейные КЭД эффекты существенны ( $\xi_e \approx 1$ ), параметр  $x_e$  взаимодействия вакуумного электрона с лазерным полем все еще достаточно мал ( $x_e \leq 1/137$ ). Другая ситуация реализуется для мюонного атома с электронной вакуумной петлей (см. рис.1). В этом случае  $x_e = \alpha(m_\mu/m)\xi_\mu \approx 1,3\xi_\mu$ , где параметр  $\xi_\mu = eF/\alpha\omega m_\mu c$  описывает взаимодействие связанного в атоме мюона с лазерным полем.

Таким образом, в области критических полей для мюонных атомов ( $\xi_\mu \approx 1$ ) лазерные эффекты в вакуумной электронной петле также могут быть существенными, так как  $x_e \approx 1$ .

Рассмотрим вклады различных диаграмм рис.1 в разложении по параметру  $x_e$ . Низшее приближение в вакуумной петле соответствует потенциалу Уленбека, вклад которого сокращается в выражениях (18). В следующем порядке

электронная петля содержит два дополнительных взаимодействия с лазерными фотонами. Таким образом полевая часть сдвига (см. формулы (17), (18)) имеет малость  $\delta E_n \approx x_e^2 \delta_n \approx \xi_\mu^2 \delta_n$ , т.е. малость по порядку величины, квадратичную по параметру  $\xi_\mu$ , по сравнению с чисто кулоновским вкладом в поляризацию вакуума. Для сравнения отметим, что в собственно-энергетической части радиационного сдвига лазерные эффекты по порядку величины лишь на фактор, линейный по параметру  $\xi_e$ , меньше по сравнению с соответствующим лэмбовским сдвигом.

Автор выражает благодарность В.И. Ритусу, U.D. Jentschura, J. Evers, and Ch.H. Keitel за многочисленные обсуждения. Работа была поддержана CRDF/NFSAT, грант UCER 02/07 и МНТЦ, гранты А-1451и А-1606.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Ю.Крючков. ЖЭТФ, **83**, 1992 (1982).
2. U.D.Jentschura, J.Evers, M.Haas, Ch.H.Keitel. PRL, **91**, 253601 (2003).
3. U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel. Ann. Phys. (N4), **310**, 1 (2004).
4. J.Evers, U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel. PR, **A70**, 062111 (2004).
5. U.D.Jentschura, J.Evers, Ch.H.Keitel. Laser Physics, **15**, 37 (2005).
6. G.Yu.Kryuchkyan, U.D.Jentschura, et al. Modern Optics, **54**, 1481 (2007).
7. Г.Ю.Крючкян. Известия НАН Армении, Физика, **44**, 176 (2009).
8. W.Dittrich, H.Gies. Probing the Quantum Vacuum. Berlin, Springer-Verlag, 2000.
9. В.И.Ритус. Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. Труды ФИАН, **111**, Москва, Наука, (1979); Journal of Soviet Laser Research, **6**, 497-618 (1985); V.I.Ritus. Sov. Phys. JETP, **42**, 774 (1976); **46**, 423 (1978).
10. S.L.Adler. Ann. Phys. NY, **67**, 599 (1971).
11. W.Becker, H.Mitter. J. Phys., **A8**, 1638 (1975).
12. V.N.Baier, A.I.Mil'stein, V.M.Strakhovenko. Sov. Phys. JETP, **42**, 961 (1976).
13. E.B.Aleksandrov, A.A.Ansel'm, A.N.Moskalev. Sov. Phys. JETP, **62**, 680 (1986).
14. A.Di Piazza, K.Z.Hatsagortsyan, C.H.Keitel. Phys. Rev. Lett., **97**, 083603 (2006).
15. A.I.Milstein, I.S.Terekhov, et al. Phys. Rev., **A72**, 052104 (2005).
16. N.B.Delone, V.P.Krainov. Atom in strong laser fields. Springer ser. Chem. Phys., v. **28**. Berlin-Heidelberg, Springer, 1985.
17. C.Cohen-Tannoudji, J.Dupout-Roc, G.Grynberg. Atom-Photon Interactions. New York, J. Wiley and Sons, 1992.
18. P.J.Mohr, B.N.Taylor. Rev. Mod. Phys., **72**, 351 (2000).
19. K.Pachucki. Phys. Rev., **A53**, 2092 (1996).
20. E.Borie, G.A.Rinker. Rev. Mod. Phys., **54**, 67 (1982).

#### VACUUM POLARIZATION FOR QUASI-ENERGY ATOMIC STATES

G.Yu. KRYUCHKYAN

Vacuum polarization for atomic systems in the laser field is considered in the representation of quasi-energetic states as the radiative correction to quasi-energies. It is shown that the laser effects in the vacuum electronic loop are vanished in the case of resonant mixing of atomic states. The laser effects in the vacuum polarization of muonic atoms are discussed.