

УДК 621.315

ОСОБЕННОСТИ ПРЫЖКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ В СЛАБО ЛЕГИРОВАННЫХ И СЛАБО КОМПЕНСИРОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ

С.Л. АРУТЮНЯН

Государственный инженерный университет Армении, Гюмрийский филиал

(Поступила в редакцию 5 мая 2008 г.)

Исследованы основные особенности прыжкового транспорта в квантованных ямах в условиях слабого легирования и слабой компенсации. Исходя из особенностей классического закона взаимодействия между примесями и перколяционной задачи в квантованных ямах, показано, что удельное сопротивление и энергия активации донорных центров ямы определяются параметрами легирования и зависят от ширины ямы.

1. Введение

Явление прыжковой проводимости, как особого типа электропроводности, уже несколько десятилетий находится в фокусе научных интересов многих исследователей. Это обусловлено, прежде всего, тем, что в настоящее время вопросы, имеющие концептуальное и принципиальное значение, находятся еще в стадии активного обсуждения (см., напр., [1]). С другой стороны, многочисленные экспериментальные факты и теоретические доводы убедительным образом доказывают, что в слабо легированных и компенсированных полупроводниковых образцах при достаточно низких температурах прыжковый механизм проводимости является единственным механизмом, обеспечивающим транспорт электронов (см. напр. [2-5]). Причем основные характеристики прыжкового транспорта определяются структурой примесной зоны, которая в свою очередь определяется как свойствами отдельных примесных центров, так и законом электростатического взаимодействия между электронами и ионизированными примесными центрами [6,7].

В этом плане особый интерес представляют наноразмерные полупроводниковые образцы, в которых из-за размерного квантования существенным образом изменяются как электронные состояния, так и законы взаимодействия между квазичастицами (см. [8,9]). В частности, это имеет место в одиночных квантовых ямах, когда выполняются соотношения

$$a \gg d, \quad \chi \gg \chi_1, \chi_2, \quad \rho \gg \chi d / (\chi_1 + \chi_2),$$

где $a = \hbar^2 / me^2$ – радиус локализации примесного центра, d – ширина квантовой ямы, χ, χ_1, χ_2 – диэлектрические проницаемости квантовой ямы и окружающих

сред, соответственно, ρ – расстояние между зарядами в плоскости интерфейса. В таких условиях роль индуцированных зарядов на поверхности интерфейса оказывается решающей и в результате этого взаимодействие точечных зарядов становится двумерным и осуществляется только в плоскости интерфейса, а соответствующий потенциал взаимодействия имеет вид [9]

$$\varphi(\rho) = 2e/(\chi_1 + \chi_2)\rho. \quad (1)$$

Исходя из этих соображений, в работе [10] исследована структура примесной зоны в квантовых ямах, когда одновременно выполняются также условия слабого легирования $a \ll N_D^{-1/3}$ и слабой компенсации $K = N_A/N_D \ll 1$, где N_D – концентрация основных примесей (доноров), а N_A – концентрация компенсирующих примесей (акцепторов). Очевидно, что в таких условиях потенциал взаимодействия между примесями также становится двумерным, определяется формулой (1) и зависит только от расстояния между зарядами в плоскости интерфейса. Следовательно, в условиях, когда взаимодействие имеет двумерный характер, основным параметром, характеризующим распределение примесей, является поверхностная плотность примесей $n_D = N_D d$, $n_A = N_A d$ (в условиях слабой компенсации $n_A \ll n_D$), а среднее расстояние между примесями в плоскости интерфейса порядка $n_D^{-1/2}$ и $n_A^{-1/2}$ для доноров и акцепторов, соответственно.

Исходя из этих соображений и используя методику, предложенную в работе [6], в [10] показано, что если за начало отсчета принять энергию основного состояния изолированного донора, то в квантовых ямах энергия Ферми для электронов в примесной зоне определяется выражением

$$\mu = 1.169\varepsilon_D = 2.338e^2(\pi n_D)^{1/2}/(\chi_1 + \chi_2), \quad (2)$$

где $\varepsilon_D = 2e^2/(\chi_1 + \chi_2)\rho_D$ – энергия кулоновского взаимодействия на среднем расстоянии между донорами в плоскости интерфейса, $\rho_D = (\pi n_D)^{-1/2}$. Плотность электронных состояний в примесной зоне имеет гауссовскую форму с полушириной $\gamma = 0.51\varepsilon_D \sqrt{K \ln((\chi_1 + \chi_2)/n_D^{1/2} \chi d)}$, причем из условий слабого легирования и слабой компенсации следует, что $\gamma \ll \mu$.

В данной работе, учитывая указанные особенности примесной зоны, исследованы основные особенности прыжкового транспорта в квантовых ямах. Интерес к данной задаче в первую очередь связан с тем, что в настоящее время область практического применения особенностей кинетических свойств квантовых ям весьма широк и практически охватывает весь спектр прикладной полупроводниковой наноэлектроники [11]. Во-вторых, сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными позволяет целенаправленно управлять основными характеристиками образца.

2. Метод решения и обсуждение результатов

Для решения поставленной задачи будем использовать метод, впервые

предложенный Миллером и Абрахамсом (см., напр., [6,7]) для исследования прыжковой проводимости в массивных образцах. В основе теории Миллера–Абрахамса лежит, во-первых, тот факт, что в режиме прыжкового транспорта длина свободного пробега квазичастиц становится сравнимой с длиной волны де Бройля и концепция, лежащая в основе стандартного кинетического уравнения Больцмана, оказывается неприменимой.

Во-вторых, в области локализованных состояний, которые возникают из-за разброса примесных уровней, квазичастица с заданной энергией вообще не может слишком далеко удалиться от центра локализации, несмотря на перекрытие волновых функций некоторых состояний, отвечающих достаточно близким потенциальным центрам. В таких условиях безактивационный (туннельный) процесс электропроводности исключается, ввиду отсутствия проходящих через всю систему цепочек изоэнергетических переходов между различными примесями. Так что в области локализованных состояний стационарный перенос заряда может происходить лишь благодаря прыжкам электронов между состояниями с различными энергиями, за счет поглощения и испускания фононов.

Модифицируя метод, предложенный Миллером и Абрахамсом, установим особенности состояния электрона, который находится в поле потенциала притяжения донорных центров i и j и в поле всех остальных заряженных примесей.

Волновая функция электрона в квантовой яме, находящейся также в поле указанных заряженных центров, имеет вид:

$$F(z, \rho) = \chi_n(z) \psi(\rho), \quad (3)$$

где $X_n(z) = \sqrt{2/d} \sin \pi n z / d$ ($n=1, 2, \dots$) – волновая функция электрона в направлении размерного квантования в модели бесконечно глубокой потенциальной ямы, а $\psi(\rho)$ – волновая функция электрона в плоскости интерфейса квантовой ямы и определяется уравнением

$$\left(-(\hbar^2/2m)\Delta + U_i(\rho) + U_j(\rho) + W(\rho) \right) \psi(\rho) = E \psi(\rho), \quad (4)$$

где $U_{i,j}(\rho) = -2e^2/(\chi_1 + \chi_2) |\rho - \rho_{i,j}|$ – энергии взаимодействия электрона с донорными центрами i и j с радиус-векторами ρ_i и ρ_j , соответственно, а $W(\rho) = \sum_{k \neq i,j} W(\rho - \rho_k)$ – энергия взаимодействия с акцепторами и с остальными заряженными донорами.

Повторяя вариационную процедуру, приведенную в работах [6,7], для волновых функций двух низших состояний получим следующие выражения:

$$\Psi_i(\rho) = \Psi_i^{(0)}(\rho) + (I_{ij}/\Delta_i^j) \Psi_j^{(0)}(\rho), \quad \Psi_j(\rho) = \Psi_j^{(0)}(\rho) - (I_{ij}/\Delta_i^j) \Psi_i^{(0)}(\rho), \quad (5)$$

где $\Psi_{i,j}^0(\rho) = \sqrt{2/\pi a_0^2} \exp(-|\rho - \rho_{i,j}|/a_0)$ – волновые функции основного состояния электрона в поле «двумерного» кулоновского поля доноров i и j , $a_0 = (\chi_1 + \chi_2)a/4\chi$ – боровский радиус двумерного донорного центра, величина

$$I_{ij} = \sqrt{2/\pi e'} (e^2/(\chi_1 + \chi_2) a_0) (\rho_{ij}/a_0)^{1/2} \exp(-\rho_{ij}/a_0) \quad (6)$$

это энергия расщепления плоской двухцентровой задачи, которая вычислена с учетом деформации волновой функции посередине между центрами, где их потенциальные энергии сравнимы (см. [12]), $\Delta_i^j = W(\mathbf{r}_i) - W(\mathbf{r}_j)$ – разность энергий взаимодействия электрона в поле заряженных примесей, окружающих доноры i и j , между которыми происходит переход электрона, $\rho_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ – расстояние между донорами i и j , e' – число Эйлера.

Если иметь в виду, что в условиях слабого легирования, как правило, выполняется неравенство $\Delta_i^j \gg I_{ij}$, то для соответствующих энергий состояний (5) с точностью до членов порядка I_{ij}^2/Δ_i^j получаем:

$$E_i = W(\mathbf{r}_i), \quad E_j = W(\mathbf{r}_j). \quad (7)$$

Отметим, что состояния (5) мало отличаются от функций изолированных доноров, так как, согласно условию $\Delta_i^j \gg I_{ij}$, имеется сильный разброс случайной энергии, в результате чего реализуется полная андерсоновская локализация.

При вычислении вероятности перехода между состояниями i и j (5) необходимо учитывать, что величина Δ_i^j обычно составляет несколько мЭВ; следовательно, при достаточно низких температурах переход происходит только с участием длинноволнового акустического фонона.

Если предположить, что фононный спектр в яме совпадает со спектром в массивном образце, то с учетом (5) для матричного элемента перехода $i \rightarrow j$ будем иметь

$$M_{ij}(q) = iE_1 \left(\frac{\hbar q N_q}{16V_0 s \rho_0} \right)^{1/2} \frac{I_{ij}}{\Delta_i^j} \left(1 + \left(\frac{a_0 q}{2} \right)^2 \right)^{-3/2}, \quad (8)$$

где E_1 – константа деформационного потенциала, N_q – число фононов с импульсом $\hbar q$, а V_0, ρ_0 – соответственно, объем и плотность кристалла, s – скорость фонона.

Вычисляя вероятность перехода стандартным образом, с учетом (3), (5)–(8), после длинных, но достаточно простых вычислений можно убедиться, что в процессе поглощения и испускания фононов номер квантовой подзоны n не изменяется, т.е. перескоки электронов совершаются внутри одной и той же подзоны размерного квантования, и для вероятности перехода будем иметь

$$P_{ij} = P_{ij}^0 \exp(-2\rho_{ij}/a_0) N(\Delta_i^j),$$

где

$$P_{ij}^0 = \left(\frac{1}{2\pi^2 e'} \right) \frac{E_1^2 \Delta_i^j}{\hbar^4 s^5 \rho_0} \left(\frac{e^2}{(\chi_1 + \chi_2) a_0} \right)^2 \left(\frac{\rho_{ij}}{a_0} \right) \left[1 + \left(\frac{a_0 \Delta_i^j}{2\hbar s} \right)^2 \right]^{-3}, \quad (9)$$

$N(\Delta_i^j)$ – равновесная планковская функция распределения фононов.

Далее, следуя [6,7] и предполагая, что вероятность заполнения донора определяется равновесной функцией Ферми–Дирака, и сопоставляя каждому донору среднюю по времени энергию электронного уровня в поле всех остальных примесей и электронов, для эквивалентного сопротивления перехода $i \rightarrow j$ получаем

$$R_{ij} = R_{ij}^0 \exp \xi_{ij}, \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$R_{ij}^0 = \frac{kT}{e^2 P_{ij}^0}, \quad (11)$$

$$\xi_{ij} = \frac{2\rho_{ij}}{a_0} + \frac{\tilde{E}_{ij}}{kT}, \quad (12)$$

$$\tilde{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(|W(\rho_i) - W(\rho_j)| + |W(\rho_i) - \mu| + |W(\rho_j) - \mu| \right), \quad (13)$$

а энергия Ферми μ определяется формулой (2).

Таким образом, чтобы установить основные особенности прыжковой проводимости, необходимо рассчитать сопротивление R_{ij} двумерной эквивалентной сетки сопротивлений Миллера и Абрахамса, построенной на случайных узлах. Сопротивление, включенное между каждой парой узлов этой сетки, имеет вид (10) и из-за большого разброса величин ξ_{ij} такая сетка сопротивлений является частным случаем сильно неоднородных сред, количественная теория исследования которых базируется исключительно на методах теории протекания (см., напр., [6,7]).

Чтобы установить зависимость сопротивления от концентрации примесей, следуя [6], сначала в формуле (10) будем пренебрегать слабой степенной зависимостью предэкспоненциального множителя R_{ij}^0 от ρ_{ij} , а также энергетическим слагаемым $\tilde{E}_{ij}/kT$ в выражении для ξ_{ij} .

Для вычисления показателя экспоненты в рассматриваемом случае необходимо определить порог протекания, используя результаты перколяционной задачи окружностей. Согласно этой теории, отличная от нуля проводимость в плоскости со случайными сопротивлениями (10) возникает, когда выполняется условие $\rho_{ij} = \rho_c$, где ρ_c – перколяционный радиус окружности, который определяется соотношением $\pi \rho_c^2 n_D \approx 4.1 \pm 0.4$ [6], и, следовательно,

$$\rho_c \approx (1.142 \pm 0.056) (N_D d)^{-1/2}. \quad (14)$$

Далее, учитывая энергетическое слагаемое $\tilde{E}_{ij}/kT$ (которое возникает из-за разброса энергий электронов в донорах), можно определить температурную зависимость и энергию активации прыжковой проводимости.

В условиях слабого легирования и слабой компенсации необходимо учитывать, что энергии большинства доноров оказываются очень близкими к невозмущенному уровню (принятому нами за нуль отсчета). Кроме того, ширина

пика γ плотности состояний много меньше расстояния от нулевого значения пика до уровня Ферми ($\gamma \ll \mu$), поэтому при $K \ll 1$ состояния в окрестности уровня Ферми очень редки, перекрытие между ними слабое и их вкладом в электропроводность можно пренебречь. Поэтому в выражении (13) для $\tilde{E}_{ij}$ у подавляющего большинства пар соседних доноров можно пренебречь энергиями $W(\rho_i)$ и $W(\rho_j)$ по сравнению с μ . Следовательно, из (13) получаем $\tilde{E}_{ij} = \mu$.

Для оценки предэкспоненциального множителя R_{ij}^0 методом, приведенным в [6], с учетом (10)–(14) и $\Delta_i^j = W(\rho_i) - W(\rho_j) \approx \mu$, для поверхностного удельного сопротивления (т.е. сопротивления квадрата единичной длины) получим

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\beta/a_0 (N_D d)^{1/2}\right), \quad (15)$$

где $\beta = (2.284 \pm 0.109)$,

$$\rho_0 = \eta_1 \frac{2}{\pi^2 e} \frac{\hbar^4 s^5 \rho_0}{E_1^2 \mu} \left(\frac{(\chi_1 + \chi_2) a_0}{e^3} \right)^2 \left(\frac{a_0}{\sqrt{N_D d}} \right) \left[1 + \left(\frac{\eta_2 a_0 \mu}{2 \hbar s} \right)^2 \right]^3 \exp \frac{\mu}{kT},$$

а численные коэффициенты η_1, η_2 порядка единицы.

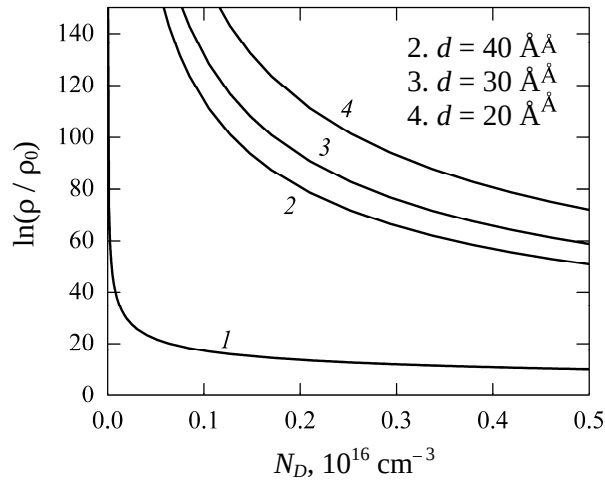


Рис.1. Зависимость $\ln(\rho/\rho_0)$ от концентрации доноров для образца n-GaAs, 1 – массивный образец; квантовые ямы с толщиной 2 – $d=40$ Å, 3 – $d=30$ Å, 4 – $d=20$ Å.

Если формулу (15) сравнить с аналогичной формулой, приведенной, например, в [6] для массивных образцов, то можно отметить следующие особенности. При равных концентрациях основных примесей N_D удельное сопротивление квантовой ямы намного больше, чем в массивных образцах, что, по-видимому, связано с тем, что в двумерном случае квантовое перекрытие соседних примесей сравнительно мало из-за сильной локализации электронов вблизи примеси. Во-вторых, удельное сопротивление квантовой ямы существенно

образом зависит от ширины ямы и быстро увеличивается с уменьшением ширины ямы. Все эти особенности отражены на рис.1, где показана зависимость $\ln(\rho/\rho_0)$ от концентрации доноров для n-GaAs – для массивного образца, а также для квантовой ямы при ее разных толщинах.

Отметим, что аналогичная зависимость в случае аморфных пленок экспериментально доказана (см., напр., [6]), однако в этих образцах квантовый размерный эффект не осуществляется и результаты наблюдений объясняются только при помощи перколяционных соображений.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы Республики Армения “Полупроводниковая наноэлектроника.”

ЛИТЕРАТУРА

1. Proceedings of 10th Conference on Hopping and Related Phenomena, Trieste, Italy, 2003.
2. **А.А.Пронин** и др. ФТТ, **49**, 1336 (2007).
3. **С.П.Зимин**. ФТП, **40**, 1388 (2006).
4. **Ю.И.Равич, С.А.Немов**. ФТТ, **36**, 3 (2002).
5. **Н.А.Поклонский, С.Ю.Лопатин, А.Г.Забродский**. ФТП, **42**, 432 (2000).
6. **Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос**. Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979.
7. Hopping transport in solids, ed. by M.Poolak, B.Shklovski. Amsterdam, Elsevier, 1990.
8. **В.П.Драгунов** и др. Основы наноэлектроники. М., Логос, 2006.
9. **L.V.Keldysh**. Phys. stat. sol. (a), **164**, 3 (1997).
10. **S.L.Haroutunian, V.A.Haroutunian, et al.** Thin Solid Films, **258**, 347 (1995).
11. **C.Guozhong**. Nanostructures and Nanomaterials, Synthesis, Properties and Applications. Imperial College press, 2005.
12. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика. М., Наука, 1974.

ԹՈՒԴՔԱՅԻՆ ՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ
ԹՈՒՅԼ ԼԵԳԻՐԱՅՎԱԾ ԵՎ ԹՈՒՅԼ ՀԱՄԱԿՇՈՒՎԱԾ
ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍԵՐՈՒՄ

Ս.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ռիսումնասիրված են թռիչքային հաղորդականության հիմնական առանձնահատկությունները թույլ լեգիրացված և թույլ համակշռված կիսահաղորդչային քվանտային փոսե-րում: Ցույց է տրված, որ փոսի տեսակարար դիմադրությունը և դոնորների ակտիվացման էներգիան որոշվում են լեգիրացման պարամետրերով և կտրուկ կախված են փոսի լայնու-թյունից:

FEATURES OF HOPPING CONDUCTIVITY IN WEAKLY DOPED AND WEAKLY COMPENSATED SEMICONDUCTOR QUANTUM WELLS

S.L. HARUTYUNYAN

Main features of hopping transport in quantum wells in the conditions of low doping and low compensation are considered. Based on the features of the classical law of interaction between the impurities and on the percolation problem in quantized wells, it is shown that the specific resistance and activation energy of donor centers of the well are determined by the doping parameters and sharply depend on the width of the well.