

УДК 535.14

КВАНТОВО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ ДЛЯ АТОМА В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

Г.Ю. КРЮЧКЯН

Ереванский государственный университет, Армения

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 25 декабря 2008 г.)

Квантово-электродинамические радиационные поправки к атомным уровням энергий в присутствии монохроматического лазерного поля рассмотрены как радиационные сдвиги квазиэнергий. Получены общие выражения для собственно-энергетической части радиационных сдвигов произвольной многоуровневой атомной системы. Как приложение, исследованы радиационные сдвиги спектральных линий в резонансных атомных переходах.

1. Введение

Одним из интересных проявлений квантовой электродинамики (КЭД) атомных систем являются вакуумные эффекты, в том числе лэмбовский сдвиг атомных уровней и эффекты поляризации вакуума (см., напр., [1,2]). Такие явления имеют место также в присутствии внешних электромагнитных полей и их исследование представляет большой интерес для более детального понимания фундаментальных проблем взаимодействия вещества с излучением и спектроскопии сверхвысокого разрешения [3]. В этом направлении, в работе [4] исследовался КЭД радиационный сдвиг атомных уровней в присутствии сильного лазерного поля. Взаимодействие атома с лазерным полем учитывалось вне рамок теории возмущений, на основе квазиэнергетических состояний (КЭС) основной системы «атом + лазерное поле» или состояний Флоке [5-7], а лэмбовский сдвиг вычислялся во втором порядке теории возмущений. При таком подходе КЭД радиационные сдвиги атомных уровней в присутствии лазерного поля проявляются как КЭД радиационные сдвиги квазиэнергий. Было найдено, что в этом случае вакуумные, радиационные сдвиги зависят от параметров лазерного поля. В серии работ [8-11] радиационные поправки к атомным уровням энергий с учетом лазерных эффектов исследовались в представлении состояний «одетого атома», т.е. состояний атома, взаимодействующего с модой фотонов [12]. Как было отмечено [13], в пределе большого числа фотонов лазерного поля оба подхода, т.е. КЭС и «одетые состояния» приводят к одинаковым результатам для радиационных сдвигов. В квазиэнергетическом подходе не учитываются квантовые эффекты интенсивного лазерного поля, которые, однако, не проявляются в спектроскопических измерениях. Тем не менее, подход КЭС имеет некоторые

преимущества. В рамках такого подхода можно сформулировать общий способ вычисления радиационных сдвигов произвольной, многоуровневой атомной системы, взаимодействующей не только с сильной модой, но и с лазерными импульсами.

Настоящая работа посвящена исследованию вакуумных радиационных сдвигов атомных уровней на основе КЭС. В разделе 2 развивается общий подход для вычисления вакуумных эффектов для произвольной атомной системы в монохроматическом лазерном поле на основе матрицы эволюции системы в представлении КЭС. Приведенный подход является обобщением известного представления Фарри (в котором кулоновское взаимодействие связанного электрона учитывается точно) [2] на случай нестационарного внешнего поля. В разделе 3 приводится нерелятивистское рассмотрение собственно-энергетической части радиационного сдвига с учетом перенормировки массы электрона. В разделе 4 исследованы эффекты лазерного поля в радиационных сдвигах для спектральных линий атома в резонансном лазерном поле.

2. Радиационный сдвиг квазиэнергий

В настоящем разделе рассматривается общий подход для описания КЭД радиационных сдвигов атомных уровней при взаимодействии атомной системы с лазерным полем. Гамильтониан многоуровневого атома, взаимодействующего с классическим монохроматическим лазерным полем и с квантованным полем излучения, имеет следующий вид:

$$H = H_S + H_F + H_{\text{int}}, \quad (1)$$

$$H_S = H_0 + H_{\text{ext}} = \alpha(\mathbf{p} - e\mathbf{a}) + \beta m - eU(r). \quad (2)$$

Гамильтониан H_S , описывающий взаимодействие атомной системы (с гамильтонианом H_0) с лазерным полем, рассмотрен в релятивистской форме, α_i и β – матрицы Дирака, U – кулоновский потенциал и $\mathbf{a}$ – вектор-потенциал монохроматического лазерного поля. H_F – свободный гамильтониан поля излучения и H_{int} описывает взаимодействие атомной системы с полем излучения с вектор-потенциалом $A_\mu(x)$, т.е. $H_{\text{int}} = j_\mu(x)A_\mu(x)$, где $j_\mu(x)$ – электромагнитный ток.

Рассмотрим режим «сильного лазерного поля», когда эффекты взаимодействия связанного электрона с лазерным полем намного превосходят радиационные эффекты, т.е. эффекты взаимодействия атома с квантовым полем излучения. В этом режиме естественным является подход, в котором состояния комбинированной системы «атом + лазерное поле» вычисляются вне рамок теории возмущений, а КЭД радиационные эффекты рассматриваются как радиационные поправки к этим состояниям по теории возмущений.

Далее будут использованы квазиэнергетические состояния (или состояния Флоке) системы «атом + лазерное поле»

$$|\Psi_n(t)\rangle = \exp(-iE_n t)|\phi_n(t)\rangle, \quad (3)$$

где состояние $|\phi_n(t)\rangle$ удовлетворяет условию периодичности, $|\phi_n(t+T)\rangle = |\phi_n(t)\rangle$, $T = 2\pi/\omega$ – период монохроматической волны и E_n – квазиэнергия (или энергия Флоке). Приведем также уравнение для квазиэнергетического состояния, записывая последнее в следующей операторной форме:

$$|\Psi_n\rangle = R(t)|\phi_n\rangle, \quad (4)$$

где $|\phi_n\rangle$ – не зависящее от времени состояние для произвольного начального времени $t = t_0$, а оператор $R(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial}{\partial t} R(t) = (H_0 + H_{ext}(t)) R(t). \quad (5)$$

Как известно, переходы между квазиэнергетическими состояниями и квазиэнергии описывают, соответственно, интенсивности и частоты спектральных линий излучения и поглощения атомных систем в монохроматическом лазерном поле [7].

Перейдем теперь к вычислению радиационных сдвигов квазиэнергий вследствие взаимодействия составной системы «атом + лазерное поле» с полем излучения. Нетрудно показать (см. также [4]), что временная эволюция вектора состояния полной системы (1) в представлении квазиэнергетических состояний дается уравнением

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi_n(t)\rangle = H_1(t) |\Phi_n(t)\rangle, \quad (6)$$

где

$$H_1(t) = e^{iH_F t} R^{-1}(t) H_{int} R(t) e^{-iH_F t}. \quad (7)$$

Таким образом, временную эволюцию атомной системы, взаимодействующей с лазерным полем и с полем излучения, можно записать в следующей стандартной форме:

$$|\Phi(t_2)\rangle = U_F(t_2, t_1) |\Phi(t_1)\rangle, \quad (8)$$

где

$$U_F(t_2, t_1) = T \exp \left\{ -i \int_{t_1}^{t_2} d\tau H_1(\tau) \right\}, \quad (9)$$

T означает символ упорядочения по времени и предполагается адиабатическое выключение взаимодействия $H_1(t)$ при $t \rightarrow \mp\infty$.

Использованное представление обобщает известное представление Фарри на случай внешних полей с временной зависимостью, т.е. на случай, когда наряду с кулоновским потенциалом также и лазерное поле включено в невозмущенный гамильтониан H_S (см. напр., [14]). Очевидно, что в рамках вторичного квантования с квазиэнергетическими волновыми функциями $\phi_n(x)$, $x = (\mathbf{r}, t)$, оператор эволюции $U_F(t_2, t_1)$ может быть проанализирован на языке фейнма-

новских диаграмм. В частности, фейнмановский пропагатор для связанного электрона в лазерном поле выражается через квазиэнергетические волновые функции $\phi_n(x)$ и спектр квазиэнергий E_n следующим образом:

$$-\frac{1}{2}S_F(x_2, x_1) = \begin{cases} \sum_{n, E_n^+} \phi_n(x_2) \bar{\phi}_n(x_1) e^{-iE_n(t_2-t_1)}, & t_2 > t_1, \\ -\sum_{n, E_n^-} \phi_n(x_2) \bar{\phi}_n(x_1) e^{-iE_n(t_2-t_1)}, & t_1 > t_2, \end{cases} \quad (10)$$

через суммы по состояниям с положительными и отрицательными энергиями. Радиационный сдвиг квазиэнергии E_n , которая соответствует состоянию $|\phi_n\rangle$, согласно соотношению Томонага–Швингера получается в следующем виде:

$$e^{-i\Delta E_n(t-t_0)} = \frac{\langle 0 | \langle \phi_n | S_F(t, t_0) | \phi_n \rangle | 0 \rangle}{\langle 0 | \langle \phi_0 | S_F(t, t_0) | \phi_0 \rangle | 0 \rangle} \quad (11)$$

где $|0\rangle$ – вакуумное состояние поля излучения и $|\phi_0\rangle$ – вакуумное квазиэнергетическое состояние. В пределе больших интервалов времени $t-t_0$ и во втором порядке теории возмущений получаем

$$\begin{aligned} (t-t_0)\Delta E_n = & -\alpha\pi \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \bar{\phi}_n(x_2) \gamma_\mu S_F(x_2, x_1) \gamma_\mu D_F(x_2-x_1) \phi_n(x_1) d^4x_1 d^4x_2 + \\ & + i\alpha\pi \int_{t_0}^t \bar{\phi}_n \gamma_\mu \phi_n(x) A_\mu^{eff}(x) d^4x. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь $D_F(x_1-x_2)$ – фотонный пропагатор и $A_\mu^{eff}(x)$ – эффективный потенциал, который описывает эффект поляризации вакуума для связанного электрона в присутствии лазерного поля и записывается как

$$A_\mu^{eff}(x) = \int_{t_0}^t D_F(x-x_1) \text{Tr}[\gamma_\mu S_F(x_1, x_1)] d^4x_1. \quad (13)$$

Для полноты изложения на рис.1 приведены соответствующие диаграммы Фейнмана для собственно-энергетической части и поляризации вакуума.

Выражения (12), (13) хорошо известны и используются обычно для квантовых систем, взаимодействующих со стационарными внешними полями. В этом случае интегрирование по времени в правой части формулы (12) легко проводится, что приводит к появлению множителя $t-t_0$ и в итоге – к конечному выражению для ΔE_n . В общем случае нестационарных внешних полей такая ситуация не реализуется, формула (12) теряет смысл, и энергия системы не сохраняется. Однако, для случая периодического по времени гамильтониана (2) формулы (12), (13) приводят к конечному выражению для радиационного сдвига квазиэнергий ΔE_n , что связано с периодической зависимостью от времени волновых функций $\phi_n(x)$. Это легко объяснить, если учесть, что интеграл от произвольной периодической по времени функции можно представить как

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = (t_2 - t_1) \overline{f(t)} + F(t_2) - F(t_1), \quad (14)$$

где $\overline{f(t)}$ – среднее по периоду значение $f(t)$, а функции $F(t_2)$ и $F(t_1)$ являются периодическими по t_2 и t_1 . Использование формулы (14) показывает, что в случае периодического возмущения можно добиться сокращения множителя $t - t_0$ в формуле (12). Действительно, используя в выражении (12) формулы разложения по гармоникам типа

$$\langle \overline{\phi}_n(x) \gamma_\mu e^{ikr} \phi_m(x) \rangle = \sum_s Q_{\mu, nm}^{(s)}(k) e^{-is\omega t} \quad (15)$$

и выражение для D_F , получаем для собственно-энергетической части ΔE_n следующий результат:

$$\Delta E_n = \frac{\alpha}{4\pi^2} \int \frac{d^2k}{|k|} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_m |Q_{\mu, nm}^{(s)}(\mathbf{k})|^2 / (E_n - E_m - s\omega - k), \quad (16)$$

где

$$Q_{\mu, nm}^{(s)}(\mathbf{k}) = \langle \langle \overline{\phi}_n(r, t) \gamma_\mu e^{i(\mathbf{k}r + S\omega t)} \phi_m(r, t) \rangle \rangle \quad (17)$$

есть матричный элемент перехода между квазиэнергетическими состояниями и использовано обозначение

$$\langle \langle uv \rangle \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int d^3r u^+(r, t) v(r, t). \quad (18)$$

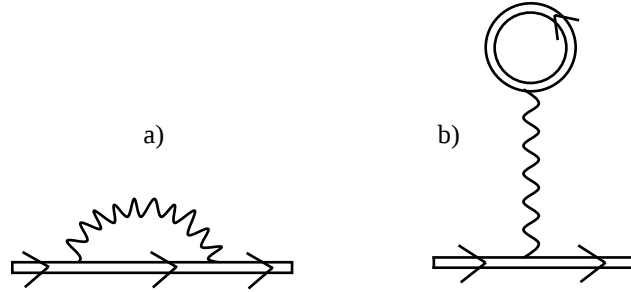


Рис.1. (а) Диаграмма собственно-энергетической части; (б) диаграмма поляризации вакуума для атомной системы в лазерном поле. Двойные линии означают состояния и функции распространения электрона во внешних полях атомного ядра и лазера в представлении КЭС. Волнистые линии означают функции распространения фотона.

Формула (16) обобщает хорошо известный результат для собственно-энергетической части радиационного сдвига атомных уровней на случай возмущенных лазерным полем атомных систем. В настоящей работе будет рассмотрен

только вклад собственно-энергетической части в лэмбовский сдвиг атомных уровней. Вклад поляризации вакуума будет рассмотрен в следующей работе [15].

3. Нерелятивистское рассмотрение. Перенормировка массы

В нерелятивистском приближении гамильтониан (2) для одноэлектронного атома приобретает следующий вид:

$$H_s = \mathbf{p}^2/2m - (e/m)\mathbf{p}\mathbf{a} + (e^2/2m)\mathbf{a}^2 - eU(r). \quad (19)$$

В этом выражении опущен член, линейный по обоим полям, $(e^2/2m)\mathbf{a}^2\mathbf{A}$ (полем излучения $\mathbf{A}$ и лазерным полем $\mathbf{a}$), который не дает вклада в радиационный сдвиг. Гамильтониан взаимодействия (7) в представлении квазиэнергетических состояний записывается в виде

$$H_1 = -(e/m)\mathbf{A}\mathbf{p} + (e^2/2m)\mathbf{A}^2 \quad (20)$$

через новый оператор импульса в использованном представлении

$$\mathbf{p}(t) = R^{-1}(t)\mathbf{p}R(t). \quad (21)$$

Во втором порядке теории возмущений нетрудно получить для сдвига квазиэнергий следующее выражение:

$$(t-t_0)\Delta E_n = -i \int_{t_0}^t d\tau_1 \int_{t_0}^{\tau_1} d\tau_2 \langle 0 | \langle \phi_n | H_1(\tau_1) H_1(\tau_2) | \phi_n \rangle | 0 \rangle. \quad (22)$$

Для вычисления временных интегралов используем условие полноты КЭС

$$\sum_n |\phi_n(t)\rangle \langle \phi_n(t)| = \sum_n |\phi_n\rangle \langle \phi_n| \quad (23)$$

для произвольных временных интервалов и, в частности, для независимых от времени состояний $|\phi_n\rangle$ при $t=t_0$. Используя также соотношения (3), (4) и (21), получаем следующее соотношение между матричными элементами импульсов:

$$\langle \phi_m | \mathbf{p}(t) | \phi_n \rangle = \langle \phi_m | R^{-1}(t) \mathbf{p} R(t) | \phi_n \rangle = e^{-i(E_n - E_m)t} \langle \phi_m(t) | \mathbf{p} | \phi_n(t) \rangle. \quad (24)$$

В таком подходе собственно-энергетическая часть сдвига приобретает вид

$$\begin{aligned} \Delta E_n = & \frac{2\alpha}{3\pi m^2} \int_0^{k_{\min}} k dk \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{|\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2}{E_n - E_m - s\omega - k} = -\frac{2\alpha}{3\pi m^2} k_{\min} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 + \\ & + \frac{2\alpha}{3\pi m^2} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 (E_m - E_n + s\omega) \times \ln \left(\frac{k_{\min}}{|E_m - E_n + s\omega|} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

где использовано обозначение

$$\mathbf{p}_{nm}^{(s)} = \langle \langle \phi_n | \mathbf{p} e^{is\omega} | \phi_n \rangle \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt d^3x \phi_n^+(x, t) \mathbf{p} e^{is\omega} \phi_m(x, t) \quad (26)$$

и соотношение $\mathbf{p}_{nm}^{(-s)} = \mathbf{p}_{mn}^{(-s)*}$. Этот результат (25) был впервые получен в работе [4]. Выражение (25) преобразовано таким образом, чтобы сформировать процедуру перенормировки массы. Действительно, легко заметить, что имеет место соотношение

$$\langle \langle \phi_n | \mathbf{p}^2 | \phi_n \rangle \rangle = \sum_m \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 \quad (27)$$

и поэтому первый член в выражении (22) в точности сокращается путем перенормировки массы электрона

$$\frac{\mathbf{p}^2}{2m} \rightarrow \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} \mathbf{p}^2 \delta_m. \quad (28)$$

Отметим, что в такой (**ар**) калибровке перенормировка массы осуществляется обычным образом и в итоге для конечного перенормированного выражения для сдвига квазиэнергии получаем

$$\begin{aligned} \Delta E_n &= \frac{2\alpha}{3\pi m^2} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 (E_m - E_n + s\omega) \times \ln \left(\frac{k_{\min}}{|E_n - E_m + s\omega|} \right) = \\ &= \frac{2\alpha}{3\pi m^2} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 (E_m - E_n + s\omega) \times \ln \left(\frac{k_{\min}}{\varepsilon} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь ε – характеристическая энергия, которая определяется из соотношения (29).

Необходимо отметить, что формула (25) может быть получена и из общего результата (16), приведенного в релятивистской форме. Тем не менее, приведенный нерелятивистский вывод подтверждает с одной стороны формулу (16), а с другой стороны позволяет сформулировать перенормировку массы в представлении КЭС. Отметим также, что для одноэлектронных атомных систем с гамильтонианом (19) с помощью коммутационной алгебры может быть получено следующее соотношение (см. приложение):

$$\sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\mathbf{p}_{nm}^{(s)}|^2 (E_m - E_n + s\omega) = \frac{e}{2m^2} \langle \langle \phi_n | \Delta U(r) | \phi_n \rangle \rangle, \quad (30)$$

где Δ определяет лапласиан. С помощью этой формулы из (29) получаем

$$\Delta E_n = \frac{\alpha}{3\pi m^2} \langle \langle \phi_n | \Delta U(r) | \phi_n \rangle \rangle \log \frac{k_{\min}}{\varepsilon}. \quad (31)$$

Известно, что квазиэнергетические волновые функции могут быть представлены в форме суперпозиции атомных волновых функций $\phi_i(r)$ и разложения по гармоникам:

$$\phi_i(r, t) = \sum_j a_j^{(i)} \phi_j(r) = \sum_j \sum_s a_{j,s}^{(i)} e^{-is\omega t} \phi_j(r) \quad (32)$$

С учетом этого разложения, для водородоподобных атомов, когда $U(r) = -Ze/r$, из формулы (31) получаем

$$\Delta E_n = (4Z\alpha^2/3m^2) \sum_i n_i |\phi_i(0)|^2 \log(k_{\min}/\epsilon), \quad (33)$$

где $n_i = \sum |a_{i,s}^{(n)}|^2$ есть населенность атомного состояния $|\phi_i\rangle$ в квазиэнергетическом состоянии $|\phi_n\rangle$, усредненная по периоду.

Как можно видеть из (31)–(33), эффекты интенсивности лазерного поля в радиационных сдвигах квазиэнергий являются двух типов: эффекты перемешивания атомных состояний и эффекты виртуальных переходов между квазиэнергетическими состояниями, которые проявляются в характеристической энергии ϵ .

Ниже исследуются радиационные сдвиги атомных уровней на основе формулы (25) для собственно-энергетической части сдвига. Необходимо отметить, что именно собственно-энергетическая часть является определяющей радиационной поправкой для водородоподобных атомных систем и приводит к 98% от полного лэмбовского сдвига для основного состояния атома водорода [14,16].

4. Радиационный сдвиг атомных спектральных линий

В этом разделе исследуются зависящие от частоты и интенсивности лазерного поля эффекты в радиационных сдвигах атомных уровней. Рассмотрим резонансную конфигурацию, когда частота лазерного поля ω близка к частоте перехода $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$ между стационарными состояниями атомной системы. Квазиэнергетические состояния этой системы в резонансном приближении имеют вид

$$|\phi_1(t)\rangle = \alpha |\phi_1\rangle + b e^{-i\omega t} |\phi_2\rangle, \quad |\phi_2(t)\rangle = -b^* e^{i\omega t} |\phi_1\rangle + \alpha |\phi_2\rangle, \quad (34)$$

где $|\phi_1\rangle$ и $|\phi_2\rangle$ – состояния гамильтониана атома $H_0 = p^2/2m - eU(r)$. Квазиэнергии равны

$$E_1 = \omega_1 + (\delta - \Omega)/2, \quad E_2 = \omega_2 - (\delta - \Omega)/2, \quad (35)$$

где $\delta = \omega_{21} - \omega$ – расстройка резонанса, $\Omega = \sqrt{\delta^2 + 4|V|^2}$ есть частота Раби, $V = -(e/m)\langle\phi_2|\mathbf{ap}|\phi_1\rangle$ – матричный элемент атомного перехода $|\phi_1\rangle \leftrightarrow |\phi_2\rangle$ под действием лазерного поля.

Вначале рассмотрим функцию распространения связанного в атоме электрона S_F для резонансного случая. Вычисляя часть с позитивными энергиями в (10), также пренебрегаем динамическими штарковскими сдвигами атомных уровней, т.е. считаем $E_1 \approx \omega_1$, $E_2 \approx \omega_2$. Нетрудно показать, что в этом приближении сумма $\sum_n \phi_n(x_1) \bar{\phi}_n(x_2) e^{-i\omega_n(t_1-t_2)}$ по квазиэнергетическим состо-

яниям в функции распространения равна сумме по атомным состояниям $\sum \varphi_n(x_1)\bar{\varphi}_n(x_2)e^{-i\omega_n(t_1-t_2)}$. Таким образом, пренебрежение штарковскими сдвигами атомных уровней ведет к исчезновению тех эффектов лазерного поля в радиационных поправках, которые обусловлены виртуальными переходами.

Ниже приводятся вычисления радиационных сдвигов по формулам (26), (29), (34), (35) с учетом также штарковских сдвигов в энергиях КЭС переходов. Вычисления включают виртуальные переходы между КЭС $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$, $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$, а также между КЭС и невозмущенными атомными состояниями $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_i\rangle$, $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_i\rangle$, ($i \neq 1, 2$). Полученные результаты можно представить в следующем виде:

$$\Delta E_1 = n_1 \delta_1 + n_2 \delta_2 + F, \quad \Delta E_2 = n_1 \delta_2 + n_2 \delta_1 - F, \quad (36)$$

где δ_1 и δ_2 есть полные радиационные сдвиги атомных (невозмущенных) энергетических уровней, а n_1 , n_2 – населенности атомных состояний в КЭС:

$$n_1 = (1 + \delta/\Omega)/2, \quad n_2 = (1 - \delta/\Omega)/2. \quad (37)$$

Отметим, что выражения δ_1 и δ_2 получаются из ΔE_1 и ΔE_2 , если амплитуда лазерного поля стремится к нулю. Таким образом, как легко заметить, первые два члена в выражениях (36) представляют собой эффекты перемешивания радиационных сдвигов. Величина

$$F = (|V_{12}|^2/\Omega)(\Delta_1 + \Delta_2), \quad (38)$$

где выражения

$$\Delta_1 = (2\alpha/3\pi m^2) \sum_i |\mathbf{p}_{1i}|^2 \log(m/|\omega_{1i}|e), \quad \Delta_2 = (2\alpha/3\pi m^2) \sum_i |\mathbf{p}_{2i}|^2 \log(m/|\omega_{1i}|e) \quad (39)$$

представляют вклад эффектов интенсивности лазерного поля в виртуальных радиационных переходах. Отметим, что при получении выражений (36)–(39) пренебрежены штарковские сдвиги в логарифмах, вклад которых в нерелятивистском приближении довольно большой.

Переходя к исследованию радиационных поправок в атомных спектральных линиях, вначале перепишем полученные выражения через экспериментально измеримые перенормированные атомные уровни энергий $\omega_{1R} = \omega_1 + \delta_1$ и $\omega_{2R} = \omega_2 + \delta_2$. Легко проверить, что при пренебрежении членами второго и высших порядков степеней от δ_1 и δ_2 получаются следующие выражения:

$$E_1 + \Delta E_1 = E_{1R} + F, \quad E_2 + \Delta E_2 = E_{2R} + F, \quad (40)$$

где E_{1R} , E_{2R} являются квазиэнергиями, записанными через перенормированные уровни энергии ω_{1R} , ω_{2R} и расстройку резонанса $\delta_{1R} = \omega_{2R} - \omega_{1R} - \omega$. В пределе слабого лазерного поля, $a \rightarrow 0$, получаем $F \rightarrow 0$ и, следовательно, $E_i + \Delta E_i \rightarrow E_{iR}$.

Ниже коротко рассматриваются два известных процесса:

а) Резонансная флуоресценция.

Как известно, трехпиковая структура спектра резонансной флуоресценции двухуровневого атома в монохроматическом лазерном поле может быть описана переходами между КЭС [7]. Центральный пик на частоте излучения $\omega_k = \omega$ определяется диагональными переходами $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$ и $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$, а два сателлита на частотах излучения $\omega_k = E_2 - E_1 = \omega + \Omega$ и $\omega_k = 2\omega - (E_2 - E_1) = \omega - \Omega$ определяются недиагональными переходами $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$ и $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$. Радиационные сдвиги квазиэнергий изменяют боковые спектральные линии следующим образом:

$$E_2 - E_1 \rightarrow E_2 + \Delta E_2 - (E_1 + \Delta E_1) = \omega + \Omega_R - (2|V_{12}|^2/\Omega)(\Delta_1 + \Delta_2), \quad (41)$$

$$2\omega - (E_2 - E_1) \rightarrow \omega - \Omega_R + (2|V_{12}|^2/\Omega)(\Delta_1 + \Delta_2). \quad (42)$$

б) Спектр поглощения пробного поля.

Рассматривается трехуровневая атомная система (см. рис.2), в которой состояния $|\phi_1\rangle$ и $|\phi_2\rangle$ связаны интенсивным лазерным полем на частоте ω и исследуется спектр поглощения на смежном переходе $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$. В такой схеме спектр поглощения пробного поля на частоте ν вблизи $\nu \approx \omega_{32}$ имеет два пика на частотах

$$\nu_1 = \omega_3 - E_2 = \omega_{32} + (\delta - \Omega)/2, \quad \nu_2 = \omega_3 - (E_1 + \omega) = \omega_{32} + (\delta + \Omega)/2 \quad (43)$$

вследствие динамического штарковского расщепления атомного состояния $|\phi_2\rangle$ в лазерном поле. Радиационные сдвиги квазиэнергий изменяют эти спектральные линии следующим образом:

$$\nu_{1R} = \omega_{3R} - (E_{2R} - F) = \omega_{3R} - \omega_{2R} + (\delta_R - \Omega_R)/2 + F, \quad (44)$$

$$\nu_{2R} = \omega_{3R} - (E_{1R} + \omega + F) = \omega_{3R} - \omega_{2R} + (\delta_R + \Omega_R)/2 - F. \quad (45)$$

Легко заметить, что интервал между дублетными спектральными линиями $\nu_{2R} - \nu_{1R} = \Omega_R - 2F$ не содержит атомных уровней энергий, но содержит вклады лазерных эффектов в радиационных сдвигах, как поправки к частоте Раби.

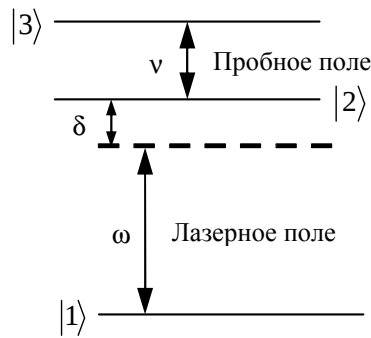


Рис.2. Схема для исследования спектра поглощения пробного поля на смежном резонансном атомном переходе.

Оценим порядок лазерных эффектов в радиационных сдвигах, т.е. величину F , по сравнению с обычными радиационными сдвигами δ_1, δ_2 . Для этого, вводя характеристическую энергию ε_j ($j=1,2$), преобразуем суммы в (38), (39) как

$$F = (2\alpha/3\pi m^2) (|V_{12}|^2/\Omega) (\langle \phi_1 | \mathbf{p}^2 | \phi_1 \rangle \log(m/\varepsilon_1) + \langle \phi_2 | \mathbf{p}^2 | \phi_2 \rangle \log(m/\varepsilon_2)) \quad (46)$$

Анализ показывает, что для сильных полей ($|V_{12}| \gg \delta$) или малых расстройек величина F подавлена по сравнению с δ_1 или δ_2 как отношение взаимодействия атома с лазерным полем к характерной атомной энергии $\varepsilon_{at} \approx (Z\alpha)^2 m$, т.е. $F \approx \delta_{1,2} \xi_e$ где $\xi_e = eF/2\omega mc$ есть параметр, описывающий взаимодействие связанного электрона с лазерным полем с напряженностью F . Существенно отметить, что эффекты лазерного поля в радиационных сдвигах атомных уровней по порядку величины являются линейными по параметру ξ_e , однако только для случая резонансных переходов.

Приложение А

Для получения формулы (30) рассмотрим следующее коммутационное соотношение:

$$\langle \langle \phi_n | [[\bar{H}, p], p] | \phi_n \rangle \rangle, \quad (A1)$$

в котором использовано обозначение (18). Здесь $\bar{H} = H_S - i(\partial/\partial t)$ является эрмитовым оператором в пространстве обобщенных КЭС

$$|\phi_{m,s}(t)\rangle\rangle = |\phi_m(t)\rangle e^{iS\omega t} \quad (A2)$$

с квазиэнергиями $E_m + S\omega$, где $S = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Отметим полноту этих состояний; для произвольного состояния имеем

$$|\psi(t)\rangle\rangle = \sum_{m,S} |\phi_{m,s}\rangle\rangle \langle \langle \phi_{m,s} | \psi(t) \rangle \rangle, \quad (A3)$$

причем суммирование по гармоникам $\exp(iS\omega t)$ приводит к $\tilde{\delta}$ -функции в пространстве периодических функций:

$$\sum_{S=-\infty}^{\infty} e^{iS\omega(t-t')} = \tilde{\delta}(t-t'), \quad (A4)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \tilde{\delta}(t-t') dt = f(t'). \quad (A5)$$

Состояния $|\phi_{n,s}\rangle\rangle$ удовлетворяют уравнению

$$(H_S - i\partial/\partial t) |\phi_{n,s}\rangle\rangle = (E_n + S\omega) |\phi_{n,s}\rangle\rangle. \quad (A6)$$

Таким образом, получаем

$$\langle\langle\phi_n|[[\bar{H}_S, p], p]|\phi_n\rangle\rangle = 2\sum_{m,S}|\mathbf{P}_{nm}^{(S)}|^2(E_n - E_m - S\omega). \quad (\text{A7})$$

Вычисляя коммутационные соотношения для одноэлектронных атомных систем с гамильтонианом (19), получаем

$$\langle\langle\phi_n|[[H_S, p], p]|\phi_n\rangle\rangle = -e\langle\langle\phi_n|\Delta U(r)|\phi_n\rangle\rangle, \quad (\text{A8})$$

откуда приходим к выражению (30).

Автор выражает благодарность В.И. Ритусу, U.D. Jentschura, J. Evers, and Ch.H. Keitel за многочисленные обсуждения. Данная работа была поддержана CRDF/NFSAT, грант UCER 07/02 и МНТЦ, гранты А-1451 и А-1606.

ЛИТЕРАТУРА

1. **C.Itzykson, I.B.Zuber.** Quantum Field Theory. McGraw-Hill, New York, 1980.
2. **P.J.Mohr, B.N. Taylor.** Rev. Mod. Phys., **72**, 351 (2000).
3. **J.Reichert, M.Niering, R.Holzwarth, M.Weitz, T.Udem, T.W.Hдnnsch.** Phys. Rev. Lett., **84**, 3232 (2000).
4. **Г.Ю.Крючков.** ЖЭТФ, **83**, 1992 (1982).
5. **В.И.Ритус.** ЖЭТФ, **51**, 1544 (1966).
6. **Ю.Б.Зельдович.** ЖЭТФ, **51**, 1006 (1966).
7. **N.B.Delone, V.P.Krainov.** Atom in strong laser fields. Springer ser. Chem. Phys., v. **28**, Springer, Berlin-Heidelberg, 1985.
8. **U.D.Jentschura, J.Evers, M.Haas, Ch.H.Keitel.** PRL, **91**, 253601 (2003).
9. **U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel.** Ann. Phys. (N4), **310**, 1 (2004).
10. **J.Evers, U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel.** PR, **A70**, 062111 (2004).
11. **U.D.Jentschura, J.Evers, Ch.H.Keitel.** Laser Physics, **15**, 37 (2005).
12. **C.Cohen-Tannoudji, J.Dupout-Roc, G.Grynberg.** Atom-Photon Interactions, J. Willey and Sons, New York, 1992.
13. **G.Yu.Kryuchkyan, U.D.Jentschura, J.Evers, Ch.H.Keitel.** Modern Optics, **54**, 1481 (2007).
14. **С.Швебер.** Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., ИЛ, 1963.
15. **Г.Ю.Крючкян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, № 4 (2009).
16. **U.D.Jentschura, J.Evers, M.Haas, Ch.H.Keitel.** Phys. Rev. Lett., **82**, 53 (1999).

QUANTUM ELECTRODYNAMICAL VACUUM EFFECTS FOR ATOMS IN A LASER FIELD

G.Yu. KRYUCHKYAN

Quantum electrodynamics (QED) radiative corrections to atomic levels in the presence of a monochromatic laser field are considered as the radiative corrections to quasi-energies. General expressions for the self-energetic part of the radiative corrections are obtained for an arbitrary multilevel atomic system. As an application, the QED radiative shifts of spectral lines are studied for the resonant atomic transitions.