

УДК 621.384

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА С МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Э.Д. ГАЗАЗЯН, А.К. ДАВТЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

(Поступила в редакцию 30 октября 2008 г.)

Развит метод модуляции плотности заряда в сгустке, когда он взаимодействует с линейно поляризованным пучком лазера. Решение проблемы основано на численном методе определения времени взаимодействия различных электронов в сгустке, пролетающем через интервал взаимодействия, используя интеграл движения для электрона в монохроматическом электромагнитном поле. Показано, что получается достаточно глубокая модуляция плотности заряда в сгустке в терагерцовой области частот при высоких значениях напряженности поля. На графиках продемонстрирована высокая эффективность модуляции плотности заряда в сгустке при различных электродинамических параметрах.

### 1. Введение

Проблема мониторинга ультракоротких электронных сгустков, представляющая важность при разработке и создании современных коллайдеров и ускорителей новых поколений, а также лазеров на свободных электронах, тесно связана с исследованиями взаимодействия электронов с электромагнитной волной. Эти исследования преследуют цель разработать и создать методики определения параметров ультракоротких сгустков, а также получения ультракоротких сгустков путем модуляции плотности заряда в электронном сгустке.

В работах [1,2] исследовалась проблема развертки ультракороткого электронного сгустка в поле стоячей волны СВЧ резонатора. В результате прохождения сгустка через резонатор наблюдалась развертка линейного сгустка в виде дуги окружности достаточно большого радиуса, удобного для наблюдения. Такая схема эффективна для сгустков низких энергий (десятки кэВ).

Принципиальное решение задачи о взаимодействии в среднем покоящегося электрона с монохроматической электромагнитной волной методом Гамильтона–Якоби приведено в [3]. Однако практический интерес представляет исследование поведения электронного сгустка, движущегося в поле плоской монохроматической электромагнитной волны высокой напряженности (поле лазера). В [4,5] была разработана методика решения

такой задачи. Это решение основывалось на доказательстве существования интеграла движения, имеющего вид

$$E/c - p_x = 1/2B, \quad B = (\gamma_0 + \sqrt{\gamma_0^2 - 1}) / 2mc, \quad (1)$$

где  $E$  – энергия электрона в сгустке,  $p_x$  – продольный импульс электрона в сгустке, движущемся вдоль оси  $x$ ,  $m$  – масса электрона, а  $\gamma_0$  – начальное (до взаимодействия с электромагнитной волной) значение лоренц-фактора.

Следует отметить, что интеграл движения (1) впервые был обнаружен в 1935 г. Д.Волковым [6], решившим уравнение Дирака для электрона в поле электромагнитной волны. В [7] показано, что операторы импульса электрона

$$\hat{p}_y = -i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_z = -i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z}, \quad \hat{p}_0 - \hat{p}_x = i \frac{h}{2\pi} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (2)$$

коммутируют с оператором Гамильтона в уравнении Дирака и, следовательно, можно утверждать, что (1) является классическим аналогом для собственного значения оператора импульса  $\hat{p}_x$  и оператора Гамильтона в уравнении Дирака.

Следует разграничить два случая: а) случай ультракороткого сгустка, когда его размеры намного меньше длины волны и б) когда эти размеры превышают длину волны. В первом случае превалирует эффект развертки ультракороткого сгустка. В работе [4] рассмотрен случай круговой поляризации волны, когда линейный сгусток разворачивался на дуге окружности достаточно большого радиуса (в зависимости от частоты и напряженности поля), удобного для наблюдения. В [5] предложен способ развертки в поле линейнополяризованной волны, когда ультракороткий сгусток “вытягивается” вдоль электрической компоненты поля. Такая развертка дает возможность получить информацию о распределении заряда в начальном (неразвернутом) сгустке путем его восстановления разработанным в [8] алгоритмом обратного преобразования развернутого изображения.

В настоящей работе рассматривается проблема взаимодействия линейного электронного сгустка с полем сильной электромагнитной монохроматической волны линейной поляризации при движении сгустка в направлении распространения волны и исследуется эффект модуляции плотности заряда в сгустке, имеющем длину, существенно превышающую длину электромагнитной волны (случай б)).

Методика получения строгого решения задачи о поведении электронов в линейном сгустке, движущемся в поле линейно-поляризованной плоской монохроматической электромагнитной волны, позволила получить выражение для времени прохождения каждого электрона в сгустке через конечный интервал взаимодействия  $L_{\text{int}}$  в виде интеграла [9]

$$t = \frac{1}{c^2} \int_0^{L_{\text{int}}} \frac{E}{p_x} dx. \quad (3)$$

## 2. Алгоритм определения координат электронов в линейном сгустке

Исследуем изменение распределения заряда по длине линейного сгустка, возникающее после взаимодействия сгустка с электромагнитным полем большой напряженности, и рассмотрим эффект возникающей при этом модуляции плотности заряда вдоль длины сгустка. Распределение заряда в сгустке, как показано в [9], будет меняться в зависимости от длины интервала взаимодействия сгустка с электромагнитным полем ( $L_{\text{int}}$ ), частоты электромагнитного поля ( $\omega$ ) и напряженности электрической компоненты электромагнитной волны ( $E_0$ ). Нас будет интересовать зависимость глубины модуляции линейной плотности сгустка от длины интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$ , поскольку в реальном эксперименте есть возможность вариации этой величины в достаточно большом диапазоне при фиксированных значениях  $E_0$  и  $\varphi$ .

С учетом (1) время прохождения электрона (3) через интервал взаимодействия длиной  $L_{\text{int}}$  может быть представлено в виде

$$t_1(u) = \frac{L_{\text{int}}}{c} + \frac{L_{\text{int}}}{2\gamma_0 p_{x0}} I, \quad (3a)$$

где

$$I = \frac{1}{\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{min}}} \int_{\eta_{\text{min}}}^{\eta_{\text{max}}} \frac{1}{1 + \chi^2 [\sin(\eta + \varphi_0) - \sin \varphi_0]^2} d\eta, \quad (4)$$

$\eta = \omega t - kL_{\text{int}}$  – фаза волны и  $\varphi_0 = 0$  соответствует значению фазы волны, взаимодействующей с электроном, расположенным в центре сгустка. Здесь введено также обозначение

$$\chi^2 = \left( e^2 E_0^2 \frac{\gamma}{\gamma^2 + 1} + 1 \right) / 2m^2 c^2 \omega^2. \quad (4a)$$

Для вычисления интеграла (4) определяются пределы интегрирования  $\eta$  из уравнения (см. [9])

$$kL_{\text{int}} = 2B \left\{ p_{x0} + \frac{Be^2 E_0^2}{2\omega^2} (1 + 2\sin^2 \varphi_0) \right\} \eta + \frac{B^2 e^2 E_0^2}{2\omega^2} [8\sin \varphi_0 \cos(\eta + \varphi_0) - 3\sin 2\varphi_0 - \sin 2(\eta + \varphi_0)], \quad (5)$$

где  $k = \omega/c$  – волновое число.

Для вычисления интеграла (4) с помощью пакета MatLab была создана программа, где в качестве входящих параметров выступают  $E_0$ ,  $\varphi$ ,  $\chi$ . В результате реализации программы получается зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$ , откуда и определяются пределы изменения  $\eta$ . Отметим, что параметр  $\eta = \omega t - kL_{\text{int}}$ , определяемый из уравнения (5), зависит от параметра  $\varphi_0$ . На рис.1 представлена зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  для различных значений  $\varphi_0 = -\pi, -3\pi/4, -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ .

Как видно из рис.1, с ростом интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$  проявляется нелинейный характер зависимости  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$ . В соответствии с полученной зависимостью  $\eta(L_{\text{int}})$  определяются пределы интегрирования по

$\eta$  для данного  $L_{\text{int}}$ . В работе [8] вычисление интеграла (4) осуществлялось введением ограничения для подынтегрального выражения

$$\{\chi^2[\sin(\eta + \phi_0) - \sin \phi_0]\}^2 \ll 1, \text{ где } \phi_0(u) = ku/\beta_0, \beta_0 = v_{0,x}/c,$$

что позволило упростить уравнение и получить аналитическое выражение для (4) с соответствующей точностью. Однако такое ограничение существенно сужает пределы изменения  $\chi$ , что, в свою очередь, ограничивает спектр значений  $E_0$  и  $\omega$  и не позволяет рассматривать эффект модуляции более подробно.

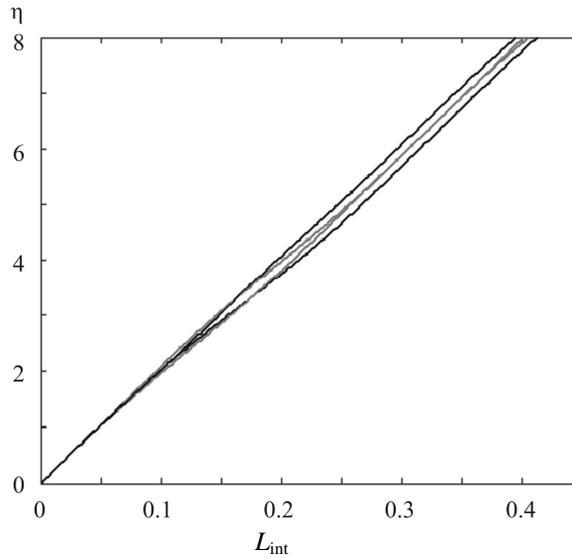


Рис.1. Зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  при различных значениях  $\phi_0$  ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $\chi = 0.25$ ).

Для преодоления этой трудности в настоящей работе предлагается вычисление интеграла (4) осуществить численным методом. Естественно, что и в этом случае полученное решение содержит приближение, однако оно управляемо и можно его поддерживать на требуемом уровне точности, используя программу MatLab. Строгое вычисление интеграла (4) позволило провести исследование для широкого диапазона изменений  $L_{\text{int}}$  и  $E_0$ .

Алгоритм определения распределения электронов в линейном сгустке до взаимодействия с электромагнитной волной и после него сводится к вычислению интеграла (4) сперва для значения  $u$  (продольной координаты электрона в сгустке до взаимодействия) и затем для значения  $u + du$  (продольной координаты соседнего электрона, отстоящего от предыдущего на расстояние  $du$ ). При этом  $\phi_0(u + du) = k(u + du)/\beta_0$ . После взаимодействия с волной координата  $u$  получает приращение  $v_{x0}[t(u) - t(u + du)]$ , и, как показано в [8], если расстояние между соседними электронами до взаимодействия было  $du$ , то после взаимодействия оно примет вид

$$dv = du + v_{x0} [t(u) - t(u + du)], \quad (6)$$

где  $v$  – продольная координата электрона в сгустке после взаимодействия.

Распределение электронов в сгустке после взаимодействия,  $\Lambda(v(u))$ , описывается с помощью формулы

$$\Lambda(v(u)) = \Lambda(u) du/dv, \quad (7)$$

где  $\Lambda(u) = e^{-u^2/\sigma^2}$  – гауссовское распределение заряда в сгустке до взаимодействия.

Существенно новым в настоящей работе, в отличие от [9], является такой расчет распределения электронов, когда вместо связи между координатами  $u$  и  $v$  используется связь сразу между  $du$  и  $dv$  по формуле (6). При этом, в отличие от работы [9], исчезает необходимость в интегрировании (6) для установления связи между  $u$  и  $v$ . Расчет распределения электронов в линейном сгустке после взаимодействия проводился также с помощью программы, которая написана в среде MatLab. В программе в качестве входящих параметров выступают:  $E_0$ ,  $\varphi$ ,  $L_{\text{int}}$ ,  $\gamma$ ,  $\eta_{\text{min}}$  и  $\eta_{\text{max}}$ . В программе рассчитывается интеграл (4) и получаются численные значения  $t_1(u)$  и  $t_2(u + du)$ , по которым и рассчитываются распределения  $\Lambda(v(u))$ . При этом значение  $du$  в уравнении (7) определяется, исходя из размеров сгустка и количества электронов в нем. Если рассматриваемый сгусток имеет среднеквадратичную длину  $\sigma = 10^{-6}$  м и состоит из  $N_{\text{cl}} = 2 \times 10^5$  кластеров, каждый из которых содержит  $10^6$  электронов, то заряд в сгустке будет  $Q = Ne = 2 \times 10^{-8}$  Кл. В этом случае размер каждого кластера приблизительно определим как

$$du = u/N_{\text{cl}} = 4 \times 10^{-9} \text{ (м)}, \quad (8)$$

что намного меньше, чем длина волны ( $\approx 10^{-4}$  м). Такой кластер можно считать точечным зарядом. Можно показать, что плотность заряда в каждом из кластеров получается значительно большей, чем плотность заряда в первоначальном сгустке.

В уравнении (6)  $dv$  определяется для каждого из значений  $t_1(u)$  и  $t_2(u + du)$ . По этому алгоритму строится распределение  $\Lambda(v(u))$  (7).

### 3. Результаты численных расчетов

Как было указано выше, в настоящей работе разработан численный алгоритм для строгого вычисления интеграла (4) и определения связи между параметрами  $du$  и  $dv$ , являющимися расстояниями между соседними кластерами электронов, соответственно, до и после модуляции плотности электронного сгустка. Этот алгоритм позволяет определить с произвольной, наперед заданной, точностью, модулированное распределение заряда в сгустке после его взаимодействия с высокочастотной (в настоящей работе – терагерцовой) электро-магнитной волной высокой напряженности (полем

лазера) с длиной волны, превышающей длину сгустка, не вводя никаких иных ограничений на параметры сгустка и электромагнитной волны и для произвольных значений интервалов взаимодействия.

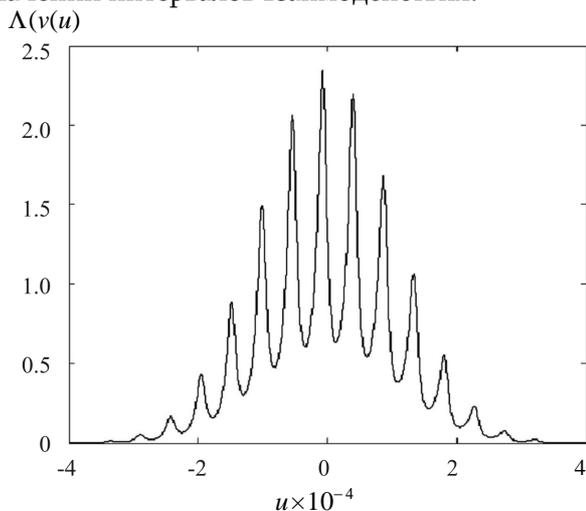


Рис.2. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.14$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $2.67 \leq \eta \leq 2.87$ ).

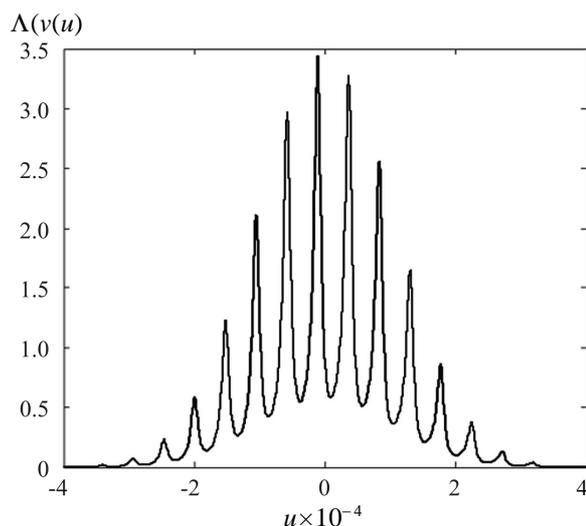
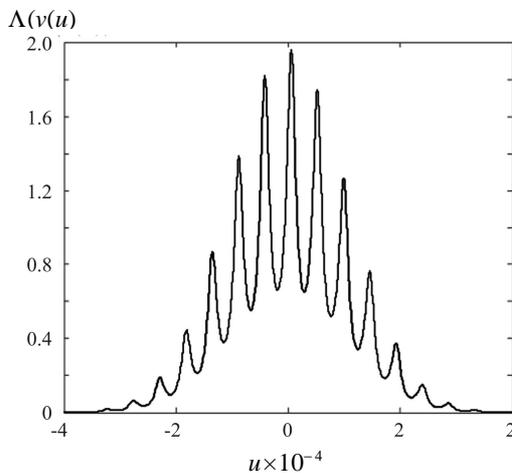


Рис.3. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.17$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $3.21 \leq \eta \leq 3.44$ ).

Сказанное иллюстрируется на нескольких примерах. Рассматривались различные значения величин  $L_{\text{int}}$ ,  $E_0$  и  $\phi$ , влияющих на эффект модуляции, возникающий под влиянием электромагнитной волны с частотой  $2 \times 10^{13}$  рад/сек. На рис.2 и 3 показан эффект модуляции для двух значений интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$  (0.14 м и 0.17 м), напряженности поля  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м и

энергии электронов 20 МэВ. Параметр  $\chi = 0.25$  на обоих рисунках, а  $\eta$  меняется в пре-делах от 2.67 до 2.87 на рис.2 и от 3.21 до 3.44 на рис.3.

Как видим, напряженность поля  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м обеспечивает достижение глубоких модуляций, причем глубина модуляции растет с увеличением длины интервала взаимодействия. Такой рост объясняется увеличением области изменения параметра  $\eta$ , когда зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  перестает быть линейной.



4

Рис.4. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 20$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.17$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $12.9 \leq \eta \leq 13.75$ ).

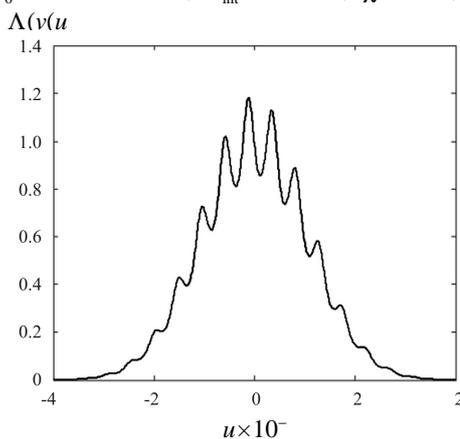


Рис.5. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 20$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 1.7 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.19$  м,  $\chi = 0.05$ ,  $15.772 \leq \eta \leq 15.815$ ).

На рис.4 для тех же значений напряженности поля представлен случай энергии электронов 10 МэВ. Интервал взаимодействия тот же, что и на рис.3. Как видим, получается довольно глубокая модуляция при изменении  $\eta$  от 12.9 до 13.75.

Наконец, на рис.5 для энергии электронов 10 МэВ иллюстрирован случай значительно более низкого значения напряженности поля  $E_0 = 1.7 \times 10^9$  В/м. Здесь глубина модуляции значительно уменьшается, хотя

остаётся наблюдаемой для значения интервала  $L_{\text{int}} = 0.19$  м при пределах изменения параметра  $\eta$  от 15.772 до 15.815.

Приведенные результаты говорят в пользу возможности достижения существенной модуляции плотности заряда в сгустке при его взаимодействии с достаточно сильным электромагнитным полем (полем лазера) линейной поляризации в широком диапазоне изменения параметров задачи.

#### 4. Заключение

При взаимодействии электронного сгустка с монохроматической электромагнитной волной линейной поляризации наблюдается эффект модуляции плотности заряда в сгустке (изменение распределения заряда по длине сгустка). Глубокая модуляция плотности заряда в сгустке позволяет рассматривать этот сгусток как когерентную последовательность подсгустков со значительно высокой плотностью заряда в каждом из них. Исследования показали, что эффект более четко проявляется при больших напряженностях электрической компоненты электромагнитной волны, а также с ростом интервала взаимодействия сгустка с электромагнитным полем.

Авторы выражают благодарность Д. Калантаряну и М. Ходжояну за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J.Haimson, B.Mecklenburg, et al. AIP Conference Proceedings, **647**, 810 (2002).
2. G.G.Oksuzyan, M.I.Ivanian, E.D.Gazazyan, A.T.Margarian, A.D.Ter-Poghosyan. Ultra-High Frequency Scanning Cavities for Non-Relativistic Electron Beam. EPAC-04, Lucerne, Switzerland, 2002, p.2466.
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Наука, 1988.
4. E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan. Femtosecond Deflection of Electron Beams in Laser Fields and Femtosecond Oscilloscopes. Advanced Radiation Sources and Applications. NATO Science. Series II, **199**, 313 (2005).
5. E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan. Transversal Deflection of Electrons Moving in Parallel with a Linearly Polarized Laser Beam and Its Application. PAC-05. Knoxville, Tennessee, USA. May 16-20, 2005, p. 4054.
6. D.M.Volkov. Z. Phiz., **94**, 250 (1935).
7. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория. М., Наука, ч.1, 1968.
8. Э.Д.Газазян, Д.К.Калантарян, М.А.Ходжоян. Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 170 (2006).
9. E.D.Gazazyan, D.K.Kalantaryan, M.A.Khojoyan. On the Possibility of Electron Bunch Charge Density Modulation in Laser Beam. Proc. of the 43<sup>rd</sup> Japan Workshop on Accelerator Sciences. KEK, Tsukuba, Japan, October 29-30, 2007, p.93.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՁՐՈՒԿԻ ԵՎ ՄՈՆՈԲՐՈՄՍՏԱՅԻՆ  
ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՄԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

## Է.Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Ա.Կ. ԴԱՎԹՅԱՆ

Առաջարկված է էլեկտրոնային թանձրուկի և մոնոքրոմատային էլեկտրամագնիսական ալիքի փոխազդեցության արդյունքում ստացվող թանձրուկում լիցքի խտության մոդուլացման արդյունավետ եղանակ: Խնդրի լուծումը կատարվում է թանձրուկէլեկտրամագնիսական ալիք փոխազդեցության միջակայքով թանձրուկի էլեկտրոնների թռիչքի տևողության որոշման թվային եղանակով: Լուծումը ստացվում է՝ օգտվելով մոնոքրոմատային էլեկտրա-մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի շարժման ինտեգրալի գոյությունից: Ցույց է տրված, որ հնարավոր է ստանալ թանձրուկում լիցքի խտրը մոդուլացված բաշխվածություն հաճախությունների տերահերցային տիրույթում էլեկտրամագնիսական ալիքի բավարար մեծ ինտենսիվության դեպքում: Լիցքի մոդուլացման խորության հաշվարկված բարձր արդյունավետությունը տարբեր էլեկտրադինամիկ պարամետրերի դեպքում ցուցադրված է գրաֆիկորեն:

## ON THE ELECTRON BUNCH INTERACTION WITH A MONOCHROMATIC ELECTROMAGNETIC WAVE

E.D. GAZAZYAN, A.K. DAVTYAN

An efficient method of the electron bunch charge density modulation during the bunch interaction with a linearly polarized electromagnetic field is developed. The problem solution is based on a numerical method of defining the duration of the interaction bunch electrons passing through the interaction interval. The solution is obtained using the integral of motion for an electron in the monochromatic electromagnetic field. It is shown that a high modulation depth for the high intensity electromagnetic wave of terahertz frequency may be achieved. The high efficiency of charge density modulation in the bunch at different electrodynamic parameters is demonstrated in a graphical way.