ДИНАМИКА ХОЛОДНОГО КВАНТОВОГО ГАЗА В δ-РАСЩЕПЛЕННОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Г.А. МУРАДЯН, А.Ж. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 12 декабря 2007 г.)

Рассмотрено динамическое поведение волновой функции внутри несимметрично расщепленного (пространственно асимметричного) двухъямного потенциала. Исследована зависимость размеров ям от степени пространственной асимметрии и показано, что она очень быстро подавляет квантовый туннельный переход из одной ямы в другую. Практически полное подав-ление туннелирования наступает с пяти-десятипроцентной асимметрией. Это значение находится на грани чувствительности нынешних экспериментальных схем конструирования двухъямных потенциалов. Предсказано явление резонанса в квантовом туннелировании рассматриваемых состояний. Показа-но также, что некогерентно приготовленное суперпозиционное состояние в двухъямном потенциале туннелирует почти так же, как и абсолютно коге-рентное состояние.

1. Введение

Атомарный Бозе-газ, разреженный до концентраций 10^{13} – 10^{14} см 3 и сверхохлажденный до температур 10-7 К и ниже, переходит в бозе-эйнштей-новское конденсированное состояние [1],которое обладает уникальными квантовомеханическими свойствами и вытекающими отсюда возможностями для высоких технологий. Атомарное облако конденсированного газа удержи-вается в вакуумном пространстве с помощью магнитных и/или оптических полей. Параметры полей, в частности, геометрические, могут легко и конт-ролируемо различные конфигурации удерживающего квантового меняться, создавая потенциала. Если газ жестко ограничен в двух (радиальных) направлениях размерами, сопоставимыми с де бройлевской длиной волны пос-тупательного движения атома или меньшими, и одновременно слабо ограничен в третьем (аксиальном) направлении, то мы имеем дело с квазиодно-мерным потенциалом. Соответствующие радиальному движению энергети-ческие уровни атома настолько удалены друг от друга, что переходы из засе-ленного основного энергетического уровня на возбужденные уровни практи-чески отсутствуют. Таким образом, динамика квантового газа в радиальном направлении "замораживается" в основном состоянии и газ становится эффективно одномерным (см., например, [2] и приведенные там ссылки). В настоящее время представление об одномерном (1D) квантовом газе быстро прогрессирует от упрощенной теоретической модели [3,4] к

лабораторно доступным системам [5]. Выявлению квантовых закономерностей, присущих поступательному движению конденсированных атомов (так называемой фи-зики волновых пакетов), особенно способствует образование потенциально-го барьера в квантовой яме, делая возможным экспериментальное исследо-вание ряда когерентно-динамических явлений, недоступных в других областях квантовой физики [6].

При исследовании динамики газа в квантовых ямах следует, строго говоря, учитывать также энергию межатомного взаимодействия. Обычно считается, что двухмодовое приближение, хорошо известное в учебной лите-ратуре для эволюции частицы в двухъямном потенциале, может быть ис-пользовано и для описания многочастичной задачи [7]. Рассмотрение эво-люции газа с учетом межатомной потенциальной энергии в рамках двух-модового представления показало, что интуитивно ожидаемые когерентно-периодические осцилляции между двумя ямами имеют место только при от-носительно малых числах атомов (при значении квантовой проницаемости фиксированном разделяющего потенциального барьера) или при отно-сительно больших проницаемостях потенциального барьера (при фиксированном значении числа атомов). При переходах же плотного газа из одной ямы в другую он асимптотически долго задерживается в каждой из них. Происходит как бы самозахват макроскопического количества газа (macro-scopic quantum self-trapping) в одной из сопряженных квантовых ям. Этот странный на первый взгляд результат приписывается нелинейному вкладу межатомного взаимодействия в эволюционное уравнение. Кратко говоря, математическое моделирование приводит уравнение эволюции к виду урав-нения для двумерного растяжимого маятника. Тогда режим самозахвата газа в одной из потенциальных ям выявляет себя как аналог однонаправленного (вращательного) движения маятника.

Долговременное задержание основного количества бозонного газа в одной из сопряженных потенциальных ям было недавно сверхохлажденных парах ⁸⁷Rb [8]. Для объяснения экспериментальных ре-зультатов авторы работы используют двухмодовое приближение и "замора-живание" поступательного движения газа в первоначально заселенной яме связывают с наличием нелинейного члена межатомного взаимодействия в эволюционном уравнении. Авторы же работы [9] для объяснения полученных в [8] экспериментальных результатов развили несколько иную модель. Она, правда, также существенно акцентирует роль нелинейного межатомно-го взаимодействия, однако базируется на многоуровневом строении одночас-тичного энергетического спектра и его когерентного заселения в ходе подго-товки начального состояния. Подход авторов работы [9] так же успешно вос-производит экспериментальные результаты, как и подход авторов [8]. Это, на наш взгляд, указывает на то, что вопрос туннелирования конденсированного газа в двухъямном потенциале требует детального рассмотрения всех обстоятельств задачи, которые могут оказать влияние на динамику газа и привести к подавлению его эволюции, как и двух- или многомодовые нели-нейные модели. Как обоснование такой возможности достаточно напомнить явление коллапса в тех же квантовых газах [10] или в населенности энерге-тических уровней отдельного атома [11]. Как шаг в этом направлении мы в настоящей работе рассмотрим случай пространственнонесимметричного по-тенциала и покажем, что при наличии даже малой неодинаковости ширин смежных потенциальных ям конденсированный газ практически полностью задерживается в первоначально заселенной потенциальной яме. Подавление эволюции в данном случае не основано на балансе энергии при переходе атома из одной потенциальной ямы в другую, как это имеет место для моде-лей, предложенных в [8,9]. В случае пространственной асимметрии потенциала тунелированная через потенциальный барьер волновая функция деструктивно интерферирует в области первоначально незаселенной потен-циальной ямы и самоподавляется. Пространственная асимметрия двухъям-ного потенциала, помимо самосогласованного межатомного взаимодействия, может на практике стать причиной резкого замедления и даже торможения квантового туннелирования между сопряженными потенциальными ямами.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 мы представим модель пространственно-несимметричнего двухъямного потенциала с расс-мотрением эволюции волновой функции отдельного атома в нем. Согласно общепринятым представлениям, полностью вырожденный Бозе-газ (Бозе-конденсат нулевой температуры) и все его составные атомы описываются одной и той же волновой функцией [1]. Поэтому полученная в разделе 2 картина эволюции, в частности, подавление квантового туннелирования из-за пространственной асимметрии между сопряженными ямами, отно-сится И К эволюции двумя конденсированного Бозе-газа. В разделе 3 будет рассмотрен случай частичнокогерентного начального состояния (моделируя тем самым случай ненулевых температур, когда в газе помимо кон-денсированного имеется и нормальное состояние). Будет показано, что декогерентность между различными частями (пространственная декогерентность) мало что меняет в динамике переходов атомов между сопряженными квантовыми ямами. Например, амплитуда колебаний не зависит от степени начальной декогерентности в газе. Отметим, что предложенная модель в приложении к Бозе-конденсированному состоянию исходит из того, что по-нятие макроскопической волновой функции (параметра порядка) при ненулевых температурах все еще является корректным понятием для всего кон-денсата [12], а наличие нормальной составляющей газа в этом плане прояв-ляется как уменьшение длины когерентности относительно геометрических размеров газа [13]. Исходя из этих двух концепций, мы представляем частич-но когерентный газ, приготовленный в одной из ям, как совокупность пространственно смещенных и частично перекрываемых между собой частей, каждая из которых имеет длину, равную длине когерентности в газе. Общая длина этих частей равна геометрической длине газа. Волновые функции от-дельных частей имеют свои протяженности и фазы, которые распределены случайно в некоторых интервалах. При увеличении температуры пространст-венные размеры отдельных (когерентных) частей конденсата сокращаются, а ширина фазовой неопределенности увеличивается (стремясь в асимптотике к значению 2π , то есть к полной дефазировке). Предсказан эффект резонанс-ного туннелирования, основные результаты численного анализа которого представлены в разделе 4. Краткое обсуждение результатов приведено в разделе 5.

2. Волновой пакет в несимметричной двойной потенциальной яме

Потенциал пленения атомов считаем консервативным и простой прямоугольной формы (кстати, в работе [14] сообщается о достаточно хорошей реализации такого потенциала для нейтральных атомов). Потенциальная яма делится на две смежные, в общем случае неравные, части узким потенциальным барьером, который для простоты выберем в виде δ -функции, т.е.,

$$V(x) = \begin{cases} V_0 \delta(x-a), & 0 < x < b, \ a < b, \\ \infty, & x \le 0, \ x \ge b. \end{cases}$$
 (1)

Временную эволюцию волновой функции $\Psi(x,t)$ будем исследовать на основе разложения по полному базису стационарных состояний $\Psi_n(x)$, где n=1,2,3,... нумерует энергетический уровень. Поэтому решение задачи начнем с определения стационарных состояний. Соответствующее уравнение Шредингера запишем в безразмерном виде

$$\left(-\frac{d^2}{dX^2} + U\,\delta(X - a/b)\right)\Psi_n(X) = \varepsilon_n\,\Psi_n(X),\tag{2}$$

где $X=x/b,\; U=V_0/(bE_r),\; E_r=\hbar^2/2mb^2$ – энергетический масштаб задачи, m – масса атома, а $\, \epsilon_n=E_n/E_r\,$ – энергия атома в единицах $\, E_r\,$.

Уравнение (1) на собственные значения и собственные функции решается элементарно. Энергетический спектр определяется из трансцендент-ного уравнения

$$\sqrt{\varepsilon_n} \sin\left[\sqrt{\varepsilon_n}\right] + U \sin\left[\left(1 - a/b\right)\sqrt{\varepsilon_n}\right] \sin\left[\left(a/b\right)\sqrt{\varepsilon_n}\right] = 0, \tag{3}$$

а собственные функции имеют вид

$$\Psi_{n}(X) = \begin{cases} \alpha_{n} \sin\left[\sqrt{\varepsilon_{n}}X\right], & 0 \leq X \leq a/b, \\ \alpha_{n} \frac{\sqrt{\varepsilon_{n}} \cos\left[\left(a/b\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right] + U\sin\left[\left(a/b\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right]}{\sqrt{\varepsilon_{n}} \cos\left[\left(a/b - 1\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right]} \sin\left[\sqrt{\varepsilon_{n}}(X - 1)\right], & a/b \leq X \leq 1 \end{cases}$$
(4)

с коэффициентом нормировки

$$\alpha_{n} = 2\varepsilon_{n}^{1/4} \sin\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right) \left\{ \left[\frac{2a}{b}\sqrt{\varepsilon_{n}} - \sin\left(\frac{2a}{b}\sqrt{\varepsilon_{n}}\right)\right] \sin^{2}\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right) + \left[2\left(1 - \frac{a}{b}\right)\sqrt{\varepsilon_{n}} - \sin\left(2\left(1 - \frac{a}{b}\right)\sqrt{\varepsilon_{n}}\right)\right] \sin^{2}\left(\frac{a}{b}\sqrt{\varepsilon_{n}}\right) \right\}^{-1/2}.$$
(5)

Вне потенциальной ямы все собственные функции тождественно равны нулю.

Если ввести также безразмерное время, $\tau = (E_r / \hbar)t$, то вышеуказанное разложение по стационарным состояниям запишется в виде

$$\Psi(X,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \Psi_n(X) \exp(-i\varepsilon_n \tau), \tag{6}$$

где искомые коэффициенты c_n не зависят от времени и поэтому могут быть выражены через начальную волновую функцию $\Psi(X,0)$:

$$c_n = \int_0^1 \Psi_n^*(X) \Psi(X, 0) dX, \tag{7}$$

замыкая тем самым цепь соотношений, определяющих волновую функцию при выбранном ее начальном виде.

Предположим, как обычно для аналогичных задач, что волновая функция в начальный момент времени сосредоточена в одной (левой, в данном случае) стороне потенциального барьера и выберем для нее сперва сле-дующий вид:

$$\Psi(X,0) = \sqrt{\frac{2b}{a}} \sin\left(\frac{\pi b}{a}X\right). \tag{8}$$

Для функции (8) интеграл (7) элементарно вычисляется и для искомых коэффициентов получаем

$$c_{n} = A_{n} \sqrt{\frac{a}{2b}} \left[\frac{\sin\left(\pi - a\sqrt{\varepsilon_{n}}/b\right)}{\pi - a\sqrt{\varepsilon_{n}}/b} - \frac{\sin\left(\pi + a\sqrt{\varepsilon_{n}}/b\right)}{\pi + a\sqrt{\varepsilon_{n}}/b} \right]. \tag{9}$$

Приступим теперь к численным расчетам и представим с их помощью, как ведут себя заселенности ям при отклонении формы потенциала от симметричного, в данном случае – при отклонении отношения a/b от значения 1/2.

Интуитивные соображения о туннелировании как о результате интерференции волн материи (проходящих через барьер и отраженных от стен потенциала) показывают, что сильно неравномерное заселение потенциальных ям следует искать в области относительно больших "мощностей" потенциального барьера, когда левосторонняя и правосторонняя ямы проявляют некую самостоятельность. С точки зрения энергетического спектра это озна-чает, что энергетический спектр полного потенциала близок к результату на-ложения спектров левосторонней и правосторонней ям. Исходя из этих сооб-ражений, мы

сразу заключаем, например, что причиной хорошего туннели-рования между двумя ямами в случае симметрично разделенного потенциала является то, что каждая собственная мода одной части потенциала является собственной и для другой части потенциала. Переходя из одной ямы в другую и отражаясь от стен, они интерферируют конструктивно и самоподдер-живаются без потерь. Увеличение "мощности" потенциала уменьшает веро-ятность туннелирования, но не влияет на величину заселения, периодически накапливающейся в каждой из смежных ям.

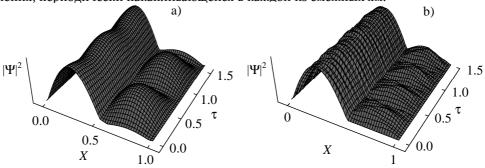


Рис.1. Эволюция волновой функции в пространственно-асимметрич-ной двойной потенциальной яме. Асимметрия составляет 5% в случае (а) и 10% в случае (b). В обоих случаях "мощность" U=75. В случае (b) состояние в два раза быстрее осциллирует, чем в случае (а).

На базе приведенной интерференционной картины туннелирования становится понятным, что с отклонением вида потенциала от симметричноразделенного степень самоподдержания собственных мод (при переходе из одной ямы в другую) будет уменьшаться в общем случае. Интерференция будет принимать все более деструктивный характер, подавляя величину засе-ленности (вероятности), которая может накапливаться в первоначально пус-той потенциальной яме в ходе периодических осцилляций. Вопрос факти-чески переходит в количественную плоскость, то есть насколько быстро это происходит. Наши численные расчеты показывают, что очень быстро. Для иллюстрации на рис.1 мы представили картину временной эволюции засе-ленности ям (модуля волновой функции) при значениях $a/b = 0.525\,$ и $a/b = 0.55,\,$ то есть, когда асимметрия составлает всего 5% и 10%, соответственно. Начальное заселение левосторонней ямы сохраняется из-за подавления туннелирования (особенно в случае 10%-ой асимметрии, когда подавление туннелирования почти полное). Отметим, что в расчетах сохранено до сорока членов суммы (6), хотя в данном случае эффективно населяется небольшое число нижних энергетических уровней. Причиной тому является необходимость как можно корректнее выяснить вопрос о возможности режимов коллапса и возрождения в заселении потенциальных ям, которые иногда сопровождают интерференцию амплитуд вероятности. Поиск в ши-роком интервале времен, вплоть до 10^6 осцилляций (и при большем числе населенных энергетических уровней) не обнаружил, однако, этих явлений. Картина рис.1 практически без изменений

сохраняется и в дальнейшем. Отсутствие коллапсов и возрождений во временной эволюции объясняется, по-видимому, тем, что распределение энергетических уровней в рассматривае-мом случае не является квазиравномерным. А это означает, что при выборе удерживающего потенциала в виде, близком к параболическому, будет воз-можен и такой специфический вид долговременного подавления эволюции заселения. Следует также добавить, что явления коллапса и возрождения в эволюции заселенности двухъямного потенциала предсказаны давно (см., например, [15]). Однако они объясняются наличием межатомного взаимо-действия (наличием нелинейного члена в уравнении Шредингера) и соответственно отсутствуют в рассматриваемой здесь линейной теории.

Рис.2 подтверждает приведенный выше интуитивный вывод о том, что подавления туннелирования из-за асимметрии двухъямного потенциала следует ожидать, если только ямы достаточно хорошо изолированы друг от друга потенциальным барьером. Видно, что понижение "мощности" потен-циального барьера до значения U=25 (вместо значения U=75 на рис.1a) практическии полностью возобновляет осцилляции между потенциальными ямами.

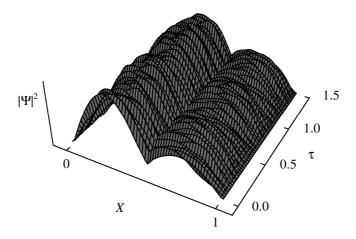


Рис.2. То же, что и на рис.1а, только "мощность" потен-циального барьера U понижена до значения 25.

В явлении квантового туннелирования (квантовой транспортировки) существенную роль играет характер импульсных состояний, в частности, значение среднего импульса волнового пакета $p = \langle \psi | p | \psi \rangle$ начального сос-тояния. Рис.З иллюстрирует начальный этап эволюции волнового пакета при относительно небольших значениях начального импульса p_0 . Видно, что вол-новой пакет, двигаясь направо, сталкивается с потенциальным барьером; ма-лая доля при этом проходит через барьер в правостороннюю яму, а основная часть сначала останавливается, а потом самоинтерферируя, отражается и двигается к левосторонней стенке потенциала. Отметим, что относительно малому значению импульса $p_0 = 15$ (в единицах \hbar/b , для атомов 87 Rb в по-тенциальной яме с характерным размером 50 мкм) на температурной шкале соответствует значение

 $T=\hbar^2\,p_0^2\,/\,b^2mk_B\approx 5\,{\rm HK}.$ Это примерно на порядок ниже температуры конденсации в магнитооптических ловушках, реализо-ванных в настоящее время. С чисто квантовомеханической точки зрения эти импульсы, тем не менее, нельзя считать малыми, поскольку соответствую-щая кинетическая энергия более чем в 15 раз больше расстояния первой возбужденной пары энергетических уровней от низколежащей пары. В более поздний период эволюции в условиях рис.3 туннелирование остается подав-ленным.

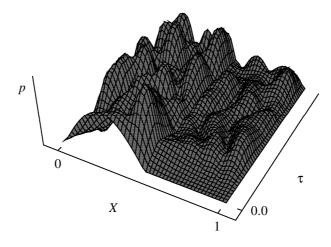


Рис.3. Начальный этап эволюции волновой функции в пространственно-асимметричной двойной потенциальной яме при относительно малом значении ($p_0=15$) среднего значения импульса начального волнового пакета. Осталь-ные параметры те же, что и на рис.1а.

В случае больших значений импульса p_0 падающий на барьер пакет практически не отражается от него, целиком проходит в правостороннюю яму и, сильно сталкиваясь с потенциальной стенкой, распадается на части. В дальнейшем устанавливается в среднем равномерное распределение плотности по всей длине потенциальной ямы.

3. Некогерентная смесь волновых пакетов в симметричной двойной потенциальной яме

Другой, не менее важной стороной проблемы квантового туннелиро-вания является вопрос о роли (или степени важности) декогерентности. Здесь мы будем отличать две различные по смыслу возможности. К первой категории мы отнесем случай, когда система сама по себе не содержит источника (механизма) генерации декогерентности, а декогерентность была наложена на начальное состояние. То есть это случай, когда система гамиль-тонова, эволюция может быть описана уравнением Шредингера, однако на-чальное состояние системы представляет собой некую некогерентную смесь волновых пакетов. Тогда ко второй категории мы отнесем

случай, когда на-чальное состояние является когерентным, но система содержит источник не-когерентности (внутренний или внешний), который действует с начального момента времени. Вопрос о роли декогерентности в литературе как правило, для второй категории, когда источниками декогерентности в плененном квантованном газе являются его связь с внешним термостатом и отличная от нуля температура. В контексте туннелирования в двойной по-тенциальной яме, в частности, обоснован (см., например, [15]) интуитивно ожидаемый результат о том, что некогерентность уменьшает скорость тунне-лирования квантового газа через потенциальный барьер. При достаточно высоком уровне некогерентности она может полностью подавить квантовое туннелирование. В настоящем же параграфе мы рассмотрим первый тип некогерентности, моделируя начальную волновую функцию системы в следу-ющем виде:

$$\Psi(X,0) = C \sum_{j=0}^{n} \left[\Theta\left(X - \frac{f_{\text{rand}} aj}{bN}\right) - \Theta\left(X - \frac{a - f_{\text{rand}} a(n-j)/N}{b}\right) \right] \times \left(10\right)$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi b}{a(1 - f_{\text{rand}} n/N)} \left(X - \frac{f_{\text{rand}} aj}{bN}\right)\right) \exp(i2\pi g_{\text{rand}}),$$

где $f_{\rm rand}$ ($g_{\rm rand}$) – случайное число из интервала [0, f(g)], причем $f(g) \le 1$, а число членов в сумме n+1 не превосходит наперед выбранное значение N. Выбором предопределяем максимально возможное волновых пакетов, которые совместно составляют начальное состоясобой волновой пакет сину-Каждый член представляет соидального вида, расположенный между точками $x_{\min} = f_{\text{rand}} a(j/N)$ и $x_{
m max} = a - f_{
m rand} a \left(n - j
ight) / N$. Например, первый волновой пакет (с номером j = 0) простирается от левосторенней стенки потенциала до некоторой точки, удаленной влево от потенциального барьера на величину $f_{\rm rand}a(n/N)$. Величина $a \left[1 - \int_{\mathrm{rand}} (n \, / \, N) \right]$ составляет длину отдельного волнового пакета. Поскольку случайное число f_{rand} имеет в общем случае различные значения для различных j слагаемых суммы (10), то все волновые пакеты начального состояния имеют разные длины (но большие, чем a[1-(n/N)]). Нумерация всех волновых пакетов произведена, как обычно, слева направо. Последний из пакетов (с j=n) простирается от точки $x_{\min} = f_{\mathrm{rand}} a \left(n \, / \, N \right)$ до точки на-хождения потенциального барьера $x_{\max} = a$. Каждый волновой пакет имеет некую случайную фазу из интервала $[0,2\pi g]$. Таким образом, случайность в начальной волновой функции (10) имеет двойную природу: случайность по длине и расположению (в левосторонней потенциальной яме) и случайность по фазе. Их эффективности определяются выбором чисел $f \pounds 1$ и $g \pounds 1$, соответственно.

Схема расчетов для начального суперпозиционного состояния остается той же, что и в предыдущем параграфе, только выражение (8) заменяется на выражение (10). Кроме того, поскольку некогерентность начального состояния интересует нас с

точки зрения возможного источника подавления квантового туннелирования, то в этом параграфе мы ограничимся только случаем симметрично расщепленного потенциала, когда когерентно-квантовое туннелирование максимально эффективно.

Мы провели детальный анализ режимов некогерентности начального состояния типа (10), в частности, режима фазовой некогерентности, и для всех режимов получили ту же самую качественную картину: степень декогерентности начального состояния практически не влияет на динамику тунне-лирования гамильтоновой системы. Один из случаев показан на рис.4. Хотя в некоторых случаях удавалось получить заметное, до 30–40%, подавление туннелирования, однако это подавление исчезало после двух-трех колебаний заселенности в квантовых ямах. Достаточно четко наблюдается и следующая закономерность: укорочение пространственных протяженностей некогерентных волновых пакетов, а также увеличение разброса их длительностей, сглаживает картину пространственновременной эволюции модуля волновой функции и тем самым приближает к картине эволюции в полностью коге-рентном случае.

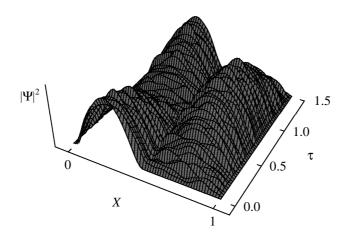


Рис.4. Картина эволюции волновой функции в симме-трично расщепленной (с "мощностью" U=75) потен-циальной яме в случае некогерентно приготовленного начального состояния. Эволюция происходит менее глад-ко, чем в случае полностью когерентного состояния, но практически не выявляет признаков подавления тунне-лирования.

4. Резонансы в туннелировании в двойной потенциальной яме

Вышеприведенные рассуждения об интерференции в туннелировании приводят также к другому, не менее важному выводу, который может быть проверен на современном уровне эксперимента. Это наличие серии резонансов в квантовом туннелировании материальных волн в двойной потен-циальной яме, если разделяющий потенциальный барьер, как и раньше, достаточно "мощный". Для выяснения сути сделанного утверждения рассмотрим случай a/b = 1/3, когда

правосторонняя, первоначально пустая яма в два раза шире левосторонней, первоначально заполненной ямы. Тогда собственные волновые функции левосторонней ямы дважды укладываются в правосторонней яме и поэтому интерференция снова, как и в симметрич-ном случае a/b=1/2, становится конструктивной и сохраняет состояния также в правосторонней яме. Результаты численных расчетов, которые пред-ставлены на рис.5 четко подтверждают сделанный вывод. Понятно, что эти, так сказать, геометрические резонансы составляют целую серию, определяе-мую условием a/b=1/n, где $n=2,3,4,\ldots$ С этой точки зрения случай си-мметрично расщепленного потенциала представляет первый член серии ре-зонансов.

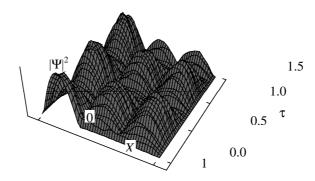


Рис.5. Резонансное усиление туннелирования в пространственно асимметричной двойной потенциальной яме, когда первоначально незаселенная яма в два раза шире первоначально заселенной (геометрический резонанс); $b=2a,\,U=75.$

Следут иметь в виду, что с переходом к более высоким порядкам "мощность" разделяющего потенциального барьера постепенно все хуже будет удовлетворять условию хорошего разделения квантовых ям. Это означает, что ширина резонансов будет постепенно увеличиваться, а эффективность падать. Для их сохранения следует с увеличением n соответственно увеличивать и "мощность" барьера. Но с последней быстро растут и времена туннелирования. Поэтому высокие порядки резонансов не представляют практического интереса и не могут быть экспериментально наблюдаемы в настоящее время, если времена туннелирования будут порядка секунды и больше.

Следует добавить также, что геометрические резонансы несимметрич-ны относительно начального заселения ям. Из вышеприведенного объясне-ния прямо следует, что первоначальное заселение широкой ямы не приводит к конструктивной интерференции в области узкой ямы и туннелирование оказывается сильно подавленным. Это показано на рис.6, условия которого отличаются от условий рис.5 только выбором начально заселенной ямы. Туннелирование из широкой ямы в узкую практически отсутствует.

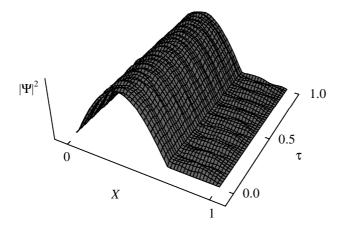


Рис.6. Картина эволюции модуля волновой функции пока-зывает, что геометрический резонанс в явлении квантового туннелирования в двухъямном потенциале исчезает, если первоначально заселена широкая яма.

5. Заключение

Рассмотрев квантовое туннелирование в двухъямном потенциале с достаточно высоким потенциальным барьером, мы показали, что с отклонением от разделения потенциала на две равные части очень быстро наступает подавление квантового туннелирования. При начальном заселении более широкой ямы квантового потенциала подавление туннелирования универсальное и имеет место для любых соотношений ширин смежных ям. В обратном случае, когда первоначально заселена более узкая яма, мы показали, что имеет место резонансное восстановление полного туннелирования, как только ширина широкой ямы становится в целое число раз больше ширины более узкой ямы.

Мы также предложили модель учета некогерентности в начальном состоянии квантовой системы и показали, что если система гамильтонова, то некогерентный характер начального состояния практически не влияет на эволюцию заселения смежных потенциальных ям. Следует отметить, что этот результат не противоречит ранее полученным результатам других авторов, которые показали, что некогерентность подавляет квантовое туннелировние между квантовыми ямами. Дело в том, что последние рассматривают в некотором смысле обратный случай, когда источник некогерентности функ-ционирует как раз в ходе всей эволюции системы. Это делает систему нега-мильтоновой и состояние системы описывается уже не волновой функцией, а матрицей плотности. И наконец, уравнением эволюции является не урав-нение Шредингера, а уравнение Лиувиля с наличием слагаемого релакса-ционного типа.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E.A.Cornell, C.E.Wieman. Rev. Mod. Phys., 74, 875 (2002); W.Ketterle. Rev. Mod. Phys., 74, 1131 (2002); J.O.Andersen. Rev. Mod. Phys., 76, 599 (2004); C.J.Pethick, H.Smith. Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases. Cambridge, 2004.
- 2. M.T.Batchelor, X.W.Guan, N.Oelkers, C.Lee. arXiv:cond-mat/0505550.
- 3. L.Tonks. Phys. Rev., 50, 955 (1936).
- 4. M.Girardeau. Phys. Rev., 139, B500 (1965); ibid., J. Math. Phys., 1, 516 (1960).
- A.Gorlitz, J.M.Vogels, A.E.Leanhardt, et al. Phys. Rev. Lett., 87, 130402 (2001);
 M.Greiner, I.Bloch, O.Mandel, et al. Phys. Rev. Lett., 87, 160405 (2001).
- J.Esteve, T.Schum, J.-B.Trebbia, I.Bouchoule, A.Aspect, C.I.Westbrook. arXiv:physics/0503112; T.Scumm, J.Schmiedmayer, P.Kruger. Nature Physics, 1, 57 (2005); R.Gati, M.Albiez, J.Folling, B.Hemmerling, M.K.Oberthaler. Appl. Phys. B, 82, 207 (2006).
- G.J.Milburn, J.Corney, E.M.Wright, D.F.Walls. Phys. Rev. A, 55, 4318 (1997);
 A.Smerzi, S.Fantoni, S.Giovanazzi, S.R.Shenoy. Phys. Rev. Lett., 79, 4950 (1997);
 C.Menotti, J.R.Anglin, J.I.Cirac, P.Zoller. Phys. Rev. A, 63, 023601 (2001); J.Chen,
 Y.Guo, H.Cao, H.Song. arXiv:quant-ph/0507191v1; K.M.Mahmud, H.Perry,
 W.P.Rein-hardt. Phys. Rev. A, 71, 023615 (2005).
- 8. M.Albiez, R.Gati, J.Folling, S.Hunsmann, M.Cristiani, M.K.Oberthaler. Phys. Rev. Lett., 95, 010402 (2005) [arXiv:cond-mat/0411757].
- 9. A.N.Salgueiro, A.F.R. de Toledo Piza, et al. arXiv:quant-ph/0608222.
- S.Dyrting, G.J.Milburn. Phys. Rev. A, 47, R2484 (1993); M.Greiner, O.Mandel, T.W. Hansch, I.Bloch. Nature, 419, 51 (2002).
- 11. A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan. J.Phys. B, 37, 4471 (2004).
- 12. S.Franke-Arnold, G.Huyet, S.M.Barnett. J. Phys. B, 34, 945 (2001).
- 13. F.Garbier, S.Richard, G.H.Thywissen, et al. Phys. Rev. A, 67, 051602 (2003).
- 14. T.P.Meyrath, F.Schreck, J.L.Hanssen, et al. Phys. Rev. A 71, 041604(R) (2005).
- 15. A.Smerzi, S.Raghavan. Phys. Rev. A, 61, 033601 (2000).

DYNAMICS OF A COLD QUANTUM GAS IN A $\delta\text{-SPLIT}$ ONE-DIMENSIONAL POTENTIAL WELL

G.A. MURADYAN, A.Zh. MURADYAN

The dynamics of a wave function in a non-symmetrically split (space-asymmetric) double-well potential is considered. The dependence on the degree of space-asymmetry is studied and it is shown that the space-asymmetry very quickly suppresses the quantum tunneling between the neighboring wells. A space asymmetry of already of 5-10 percent almost totally suppresses the quantum tunneling. This is near the edge of sensitivity of the present experimental schemes of optical double-well potentials. The existence of resonances in asymmetrical configurations is predicted also. In addition, we show that any incoherently prepared superposition state in the double-well potential tunnels almost identically to the totally coherent state.