Известия НАН Армении, Физика, т.43, №5, с.336-347 (2008)

УДК 621.315

ОПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ НАНОЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

В.А. АРУТЮНЯН, С.Л. АРУТЮНЯН, Г.О. ДЕМИРЧЯН, Н.Г. ГАСПАРЯН

Гюмрийский филиал Государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 17 февраля 2008 г.)

В приближении изотропной эффективной массы рассмотрены одноэлектронные состояния в полупроводниковом наноцилиндрическом слое в режиме “сильного” квантования. Получен явный вид энергетического спектра и огибающих волновых функций для случаев “большого” и “умеренного” радиусов слоя по отно-шению к его толщине. Для этих случаев рассчитаны также полосы поглощения, соответствующие дипольным и квадрупольным оптическим переходам в слое.

1. Введение

Наряду со многими низкоразмерными полупроводниками нанотрубки в настоящее время являются одним из самых актуальных объектов ис-следования в физике низкоразмерных систем, что обусловлено перспектив-ностью применения подобных гетерофазных структур в приборах твердо-тельной квантовой электроники [1,2]. Большая часть работ, касающихся названных трубчатых структур, посвящена углеродным нанотрубкам (см., например, работы [3,4] и цитированную в них литературу). Однако последние годы отмечены успехами также и в технологии получения полу-проводниковых цилиндрических нанотрубок – пока что соединений $A^{III}B^{V}$, Si, Ge [5-8]. При этом очень важно, что благодаря гибкости технологий, радиус и толщина слоя являются контролируемыми параметрами и могут варьироваться в довольно широких пределах. Поведение электронной подсистемы в полупроводниковых нанотрубках, при всем своем сходстве с аналогичными процессами в углеродных нанотрубках, проявляет и ряд существенных особенностей и отличий, обусловленных именно спецификой материала. В связи с этим, естественно, что определенный интерес представляет исследование физических свойств “отдельно взятого” полу-проводникового цилиндрического слоя, который может иметь прикладное применение как в “чистом виде”, так и в качестве составной компоненты более сложной структуры (например, аксиально-симметричной сверхрешет-ки [9,10] с нанорадиальным периодом).

В работе [11], в частности, показано, что электрон-фононное взаимо-действие в полом полупроводниковом цилиндре $A^{III}B^{V}$ при учете кристал-лической структуры образца и пьезоэлектрических эффектов, радикальным образом отличается от того же взаимодействия в углеродной нанотрубке [12]. В ряде работ рассмотрены также особенности электронного транспорта [13-15], магнитных свойств [1,16,17] электронной подсистемы в цилиндрических нанотрубках и влияние электрического и магнитного полей на энергию водородоподобной связи в коаксиальной двухслойной квантовой нити с участием донорной примеси [18].

В настоящей работе теоретически рассчитан энергетический спектр носителей заряда в квантованном “одиночном” цилиндрическом слое, а также рассмотрена специфика оптического поглощения при дипольных и квадрупольных межзонных и внутризонных-межподзонных переходах в слое.

2. Общие допущения

Рассматриваемую систему предполагаем бесконечной вдоль оси симметрии (*z*), а в радиальном направлении (*r*) слой аппроксимируем бесконечно глубокой потенциальной ямой, “свернутой в трубку”:

$$U(r)=\begin{cases}0; & R_1<r<R_2,\\ \infty; & r\le R_1,\ r\ge R_2,\end{cases} \tag{1}$$

где R_1 и R_2 – соответственно, внутренний и внешний радиусы слоя. Выбор модели квантовой ямы для слоя в виде (1) будет физически адекватным для случаев, когда рассматриваемая система в поперечном направлении представляет собой композицию вакуум/слой/вакуум или же кор/слой/среда. Во втором случае кор и среда должны быть из одного и того же материала и между энергетическими характеристиками контактирующих материалов должны выполняться определенные соотношения, а именно: материал слоя по сравнению с материалом кора(среды) должен быть более узкозонным, их запрещенные зоны должны перекрываться, а величина разрыва зонной энергии, отсчитанной от вакуумного уровня, для контактирующих мате-риалов на интерфейсе должна быть много больше энергии размерного квантования носителей заряда в слое. Кроме того, предполагается, что в пределах слоя для носителей заряда имеет место режим “сильного” квантования, для чего необходимо выполнение условия

$$L^2 << a_L^2, \tag{2}$$

где $L=R_2-R_1$ – толщина слоя, a_L – боровский радиус объемного экситона в материале слоя. В плане совокупного выполнения приведенных условий для случая композиции кор/слой/среда типичными можно считать, в частности, структуры CdS/HgS/CdS, CdSe/ZnS/CdSe, CdS/PbS/CdS (см., например, работы [19-21]).

Рассмотрим теперь одночастичные состояния в слое при различных соотношениях между толщиной и радиусами слоя.

3. Одноэлектронные состояния в слое

3.1. Слой “большого” радиуса

Предположим, что слой достаточно “удален” от оси симметрии, т.е., наряду с вышеприведенными условиями имеет место также и условие

$$L^2 << R_1^2, R_2^2. \qquad (3)$$

С энергетической точки зрения это равнозначно условию малости энергии вращения частицы в слое по сравнению с ее энергией размерного квантования в радиальном направлении. Из чисто качественных сооб-ражений нетрудно выяснить, что между эффективными периодами движения единичного цикла радиального (T_{conf}) и вращательного (T_{rot}) движений при этом будет иметь место следующее соотношение:

$$\frac{T_{conf}}{T_{rot}} \sim \frac{L^2}{R_{1,2}^2} << 1. \qquad (4)$$

Иначе говоря, при выполнении условия (3) вращательное движение частицы является “медленным” по сравнению с ее радиальным движением, что дает нам возможность для решения соответствующего уравнения Шредингера воспользоваться адиабатическим приближением.

В цилиндрических координатах (r, φ, z) имеем следующее уравнение Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{\partial^2\psi(r,\varphi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi(r,\varphi)}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}\right] = E\psi(r,\varphi), \qquad (5)$$

где μ – изотропная эффективная масса, E – полная энергия движения час-тицы в плоскости (r,φ). Выделив из (5) часть, соответствующую “быстрому” (радиальному) движению, для радиальной огибающей волновой функции $\phi(r)$ получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2}E_{conf}\phi = 0; \quad \left(\int_{R_1}^{R_2} |\phi(r)|^2 r dr = 1\right) \qquad (6)$$

с граничными условиями

$$\phi(r = R_1) = \phi(r = R_2) = 0. \qquad (7)$$

Решением этого уравнения является линейная комбинация функций Бесселя $(J_0(\alpha x))$ и Неймана $(N_0(\alpha x))$ нулевого порядка [22]

$$\phi(x) = C_1 J_0(\alpha x) + C_2 N_0(\alpha x), \qquad (8)$$

где $x = r/L$, $\alpha^2 = \left(2\mu L^2/\hbar^2\right)E_{conf}$, а C_1, C_2 – нормировочные константы. Учитывая теперь условие (3) и воспользовавшись асимптотическим разложением функций из (8) для больших значений аргумента [22], вместо (8) можем записать:

$$\phi(x) \cong \frac{1}{\sqrt{x}}\left[C_1 \cos\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)+C_2 \sin\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)\right]. \qquad (9)$$

Учет граничных условий (7) приводит для собственных функций и соб-ственных значений уравнения (6) к следующим результатам:

$$\phi(r) \equiv \phi_n(r) = \sqrt{\frac{2}{L}}\frac{\sin\frac{\pi n}{L}(r-R_1)}{\sqrt{r}}; \ (n=1,2,...), \qquad (10)$$

$$E_{conf} \equiv E_n = \frac{\hbar^2\alpha_n^2}{2\mu L^2} = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2\mu L^2}. \qquad (11)$$

Усредняя теперь величину r^{-2} по состояниям (10), для “медленной” части движения частицы (вращения) приходим к уравнению двумерного ротатора

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu R_n^2}\frac{d^2 f(\varphi)}{d\varphi^2} = E_{rot} f(\varphi); \ E_{rot} \equiv E_{m,n} = \frac{\hbar^2 m^2}{2\mu R_n^2}; \ f(\varphi) = \frac{e^{i|m|\varphi}}{\sqrt{2\pi}}; \quad (m=\pm1,\pm2,...), \qquad (12)$$

для эффективного радиуса вращения которого (R_n) с учетом условия (3) получаем

$$R_n^{-2} \cong R_1^{-2}\left[1-\frac{L}{R_1}+\frac{L^2}{R_1^2}\left(1-\frac{3}{2\pi^2 n^2}\right)\right]. \qquad (13)$$

Окончательно, для полной волновой функции и энергетического спектра поперечного движения частицы в слое “большого” радиуса можем записать:

$$\psi(r,\varphi) \equiv \psi_{n,m}(r,\varphi) = \phi_n(r)\, f_m(\varphi) = \sqrt{\frac{2}{L}}\frac{\sin\frac{\pi n}{L}(r-R_1)}{\sqrt{r}}\frac{e^{i|m|\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad (14)$$

$$E = E_{conf}+E_{rot} = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2\mu L^2}+\frac{\hbar^2 m^2}{2\mu R_1^2}\left[1-\frac{L}{R_1}+\frac{L^2}{R_1^2}\left(1-\frac{3}{2\pi^2 n^2}\right)\right] \equiv \varepsilon_1 n^2+\frac{\hbar^2 m^2}{2\mu R_n^2}. \qquad (15)$$

3.2. Слой “умеренного” радиуса

Предположим теперь, что соотношение между L и R_1 такое, что малой величиной по первому порядку является отношение

$$\frac{L^3}{R_1^3} \ll 1. \qquad (16)$$

Для решения уравнения (5) теперь поступаем следующим образом: ищем $\psi(r,\varphi)$ в виде

$$\psi(r,\varphi) = \frac{\chi(r)}{\sqrt{r}}\frac{e^{i|m|\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \qquad (17)$$

и после подстановки (17) в (5), переходя к переменной $\rho = r - R_1$, приходим к уравнению

$$\frac{d^2\chi(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E - \frac{\hbar^2\left(m^2 - \frac{1}{4}\right)}{2\mu(\rho + R_1)^2}\right]\chi(\rho) = 0. \tag{18}$$

Учитывая условие (16), проведем в (18) разложение центробежной энергии по степеням ρ/R_1 с точностью до членов порядка L^3/R_1^3 включительно. После этого уравнение (18) принимает вид

$$\frac{d^2\chi(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E^{(0)} + F_m\rho\right)\chi(\rho) = 0, \tag{19}$$

где обозначено: $E^{(0)} = E - \dfrac{\hbar^2\left(m^2 - \frac{1}{4}\right)}{2\mu R_1^2}$, $F_m = \dfrac{\hbar^2\left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\mu R_1^3}$.

Величина $V = -F_m\rho$, согласно (16), здесь представляет собой малое возмущение по отношению к энергии $E^{(0)}$. Для $E^{(0)}$ и соответствующей невозмущенной радиальной функции $\chi^{(0)}(\rho)$ получаем из (19):

$$E^{(0)} = \varepsilon_1 n^2; \quad \chi_n^{(0)}(\rho) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n}{L}\rho. \tag{20}$$

Поправка первого порядка к энергии вычисляется элементарно:

$$\Delta E^{(1)} = V_{n,n} = -\frac{F_m L}{2} = -\frac{\hbar^2\left(m^2 - \frac{1}{4}\right)L}{2\mu R_1^3}. \tag{21}$$

Воспользовавшись общей формулой [23]

$$\Delta E_k^{(2)} = \sum_{k \neq k'} \frac{|V_{kk'}|^2}{E_k^{(0)} - E_{k'}^{(0)}}$$

для поправки второго порядка, в нашем случае приходим к выражению

$$\Delta E^{(2)} = -\frac{(4F_m L)^2 n^2}{\pi^4 \varepsilon_1} \sum_{n \neq n'} \frac{\left[1 - (-1)^{n \pm n'}\right]^2 (n')^2}{\left[(n')^2 - n^2\right]^5}. \tag{22}$$

Применяя к (22) табличную формулу суммирования [24]

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k+1)^2}{\left[(2k+1)^2 - a^2\right]^3} = \frac{\pi}{32a^3}\tan\frac{\pi a}{2} + \frac{\pi^2}{64a^2}\left(1 + \pi a\tan\frac{\pi a}{2}\right)\left(\sec\frac{\pi a}{2}\right)^2 \tag{23}$$

для четных и нечетных n' и проведя в ней двукратное дифференцирование по “параметру” n, для $\Delta E^{(2)}$ получаем

$$\Delta E^{(2)} \equiv \Delta E^{(2)}_{n,m} = \frac{\left(F_m L\right)^2}{48\varepsilon_1 n^2}\left(1 - \frac{15}{\pi^2 n^2}\right). \tag{24}$$

Для полной энергии поперечного движения частицы в рассмотренном приближении теперь можем записать

$$E = \varepsilon_1 n^2 + \frac{\hbar^2\left(m^2 - \frac{1}{4}\right)}{2\mu R_1^2} + \Delta E^{(1)} + \Delta E^{(2)}. \tag{25}$$

При расчете возмущенной части волновой функции общая формула

$$\chi_k^{(1)} = \sum_{k \neq k'} \frac{V_{k,k'}\chi_{k'}^{(0)}}{E_k^{(0)} - E_{k'}^{(0)}}$$

для рассматриваемого случая принимает вид

$$\chi_n^{(1)}(\rho) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\frac{4F_m L n}{\pi^2 \varepsilon_1}\sum_{n \neq n'} \frac{\left[1 - (-1)^{n \pm n'}\right] n'}{\left[(n')^2 - n^2\right]^3}\sin\frac{\pi n'}{L}\rho. \tag{26}$$

Применяя к (26) табличную формулу суммирования [24]

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \sin kx}{\left(k^2 - a^2\right)^2} = \frac{\pi^2}{4a}\sin ax \csc^2 \pi a - \frac{\pi x}{4a}\cos\left(\pi a - xa\right)\csc \pi a$$

с однократным дифференцированием по параметру, получаем для возму-щенной части радиальной волновой функции

$$\chi_n^{(1)}(\rho) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\frac{F_m L}{4\varepsilon_1 n^2}\left[\frac{\pi n}{L}\rho\left(\frac{\rho}{L} - 1\right)\cos\frac{\pi n}{L}\rho + \left(\frac{1}{2} - \frac{\rho}{L}\right)\sin\frac{\pi n}{L}\rho\right]. \tag{27}$$

С чисто методической точки зрения отметим также, что результаты (25) и (27) можно получить, если решения уравнения (19) искать в виде линейной комбинации функций Эйри первого и второго рода с после-дующим их асимптотическим разложением с учетом условия (16).

Рассмотрим теперь оптические переходы для рассмотренных выше случаев.

4. Оптическое поглощение в слое

Предположим, что падающая на цилиндрический слой световая волна $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\mathbf{e}A_0\exp i(\Omega t-\mathbf{qr})+\text{к.с.}$ с амплитудой A_0, частотой Ω, волновым век-тором $\mathbf{q}$ и единичным вектором поляризации $\mathbf{e}$ направлена вдоль оси y и поляризована линейно вдоль оси x: $\mathbf{q}=\mathbf{q}(0,q,0)$, $\mathbf{e}=\mathbf{e}(1,0,0)$.

Соответствующее возмущение, связанное со слабой волной, пред-ставим, как обычно [25], в виде

$$A=\frac{i\hbar|e|}{m_0c}(\mathbf{AP}), \tag{28}$$

где $\mathbf{P}$ – трехмерный оператор импульса, m_0 – масса свободного электрона, e – его заряд, c – скорость света в вакууме. Переходя в (28) к цилиндрическим координатам и используя полученные выше результаты, для полосы оптического поглощения в слое получаем следующую картину.

4.1. Случай “большого” радиуса

При расчетах в этом разделе пользуемся волновыми функциями и спектром из (14) и (15).

4.1.1. Межзонные дипольные переходы

Для матричного элемента $M_{c,v}^{D}$ переходов $|n_v,m_v\rangle\to|n_c,m_c\rangle$ получаем:

$$M_{c,v}^{D}=D_{c,v}\delta_{n_c,n_v}\delta_{m_c,m_v}, \tag{29}$$

где $D_{c,v}$ – матричный элемент дипольной “части” оператора (28), построен-ный на блоховских амплитудах зоны проводимости (c) и валентной зоны (v), $\delta_{n,m}$ – символ Кронекера.

4.1.2. Межзонные квадрупольные переходы

Соответствующий матричный элемент $M_{c,v}^{Q}$ теперь имеет вид

$$M_{c,v}^{Q}=Q_{c,v}\delta_{n_c,n_v}\delta_{m_c,m_v}, \tag{30}$$

где $Q_{c,v}$ – матричный элемент квадрупольной “части” оператора (28), построенный на блоховских амплитудах v- и c-зон. Пороговая частота для переходов (29) и (30) будет одной и той же:

$$\hbar\omega_{c,v}=E_g^L+\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2\mu_{c,v}L^2}+\frac{\hbar^2m^2}{2\mu_{c,v}R_n^2}, \tag{31}$$

где $\mu_{c,v}^{-1}=\mu_c^{-1}+\mu_v^{-1}$, $n_c=n_v\equiv n$, $m_c=m_v\equiv m$, а E_g^L – ширина запрещенной зоны массивного образца из материала слоя.

Частотная зависимость коэффициента поглощения $\gamma_{c,v}(\omega)$ в обоих случаях будет определяться ходом кривой, характерной для поглощения в 1D-системах [26,27]:

$$\gamma_{c,v}(\Omega) \sim \sum_{c,v} \left|M_{c,v}\right|^2 \left(\hbar\Omega - \hbar\omega_{c,v}\right)^{-\frac{1}{2}} \Theta\left(\hbar\Omega - \hbar\omega_{c,v}\right), \qquad (32)$$

где $\Theta(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда, а под $M_{c,v}$ подразумеваются матричные элементы (29) и (30) для соответствующих случаев.

4.1.3. Внутризонные дипольные переходы

Для матричного элемента $M^D_{f,i}$ переходов между начальным $\left|n_i, m_i\right\rangle$ и конечным $\left|n_f, m_f\right\rangle$ состояниями внутри одной и той же "одномерной" зоны теперь имеем:

$$M^D_{n,n} = \pm i\hbar \frac{|e| A_0}{4m_0 cL} \left(2|m| \pm 1\right) \ln \frac{R_2}{R_1} \delta_{|m_f|,|m_i \pm 1|}; \quad (m \equiv m_i) \qquad (33)$$

с правилами отбора $n_f = n_i \equiv n,\ \left|m_f\right| = \left|m_i\right| \pm 1$ и пороговой частотой

$$\hbar\omega^{\pm}_{n,n} = \frac{\hbar^2 \left(2|m| \pm 1\right)}{2\mu R_n^2}, \qquad (34)$$

$$M^D_{n_f,n_i} = \mp i\hbar \frac{|e| A_0}{4m_0 cL} \frac{8 n_f n_i}{n_f^2 - n_i^2} \left[1 \mp \left(2|m| \pm 1\right) \frac{L^2}{R_1^2} \frac{1}{\pi^2 \left(n_f^2 - n_i^2\right)}\right] \qquad (35)$$

с правилами отбора $\left|m_f\right| = \left|m_i\right| \pm 1,\ n_f \pm n_i$ – нечетное, и пороговой частотой

$$\hbar\omega_{f,i} = \frac{\pi^2 \hbar^2 \left(n_f^2 - n_i^2\right)}{2\mu L^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{\left(|m| \pm 1\right)^2}{R_{n_f}^2} - \frac{m^2}{R_{n_i}^2}\right]. \qquad (36)$$

4.1.4. Внутризонные квадрупольные переходы

Для матричного элемента $M^Q_{f,i}$ получаем

$$M^Q_{n,n} = i\hbar \frac{|e| (qL) A_0}{4m_0 cL} \left(|m| \pm 1\right) \delta_{|m_f|,|m_i| \pm 2} \qquad (37)$$

с правилами отбора $n_f = n_i \equiv n, \left|m_f\right| = \left|m_i\right| \pm 2, \left(m_i \equiv m\right)$ и пороговой частотой

$$\hbar\omega_{n,n} = \frac{2\hbar^2 \left(|m| \pm 1\right)}{\mu R_n^2}, \qquad (38)$$

$$M^{Q}_{n_f,n_i}=\mp\hbar\frac{|e|\left(qR_1\right)A_0}{m_0cL}\frac{n_fn_i}{n_f^2-n_i^2}\delta_{|m_f|,|m_i|\pm2}\begin{cases}1+\dfrac{L}{2R_1}; & n_f\pm n_i=2k+1,\\ \left(-\dfrac{L}{2R_1}\right); & n_f\pm n_i=2k;\ \left(k=0,1,\ldots\right)\end{cases}\tag{39}$$

с приведенными в (39) правилами отбора и пороговой частотой

$$\hbar\omega_{f,i}=\frac{\pi^2\hbar^2\left(n_f^2-n_i^2\right)}{2\mu L^2}+\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{\left(|m|\pm2\right)^2}{R_{n_f}^2}-\frac{m^2}{R_{n_i}^2}\right].\tag{40}$$

4.2. Случай “умеренного” радиуса

В этом разделе будут использованы спектр и волновые функции (25), (27).

4.2.1. Межзонные переходы

В силу ортогональности функций $\chi^{(0)}(\rho)$ и $\chi^{(1)}(\rho)$ и с учетом условия (16), матричные элементы межзонных переходов в этом случае имеют тот же вид, что и в (29), (30). Меняется только значение пороговой частоты. Вместо (31) теперь имеем

$$\hbar\omega_{c,v}=E_g^L+\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2\mu_{c,v}L^2}+\frac{\hbar^2\left(m^2-\frac{1}{4}\right)}{2\mu_{c,v}R_1^2}-\frac{1}{2}\left(F_m^cL+F_m^vL\right)+\frac{1-\frac{15}{\pi^2n^2}}{48n^2}\left[\frac{\left(F_m^cL\right)^2}{\varepsilon_{1c}}+\frac{\left(F_m^vL\right)^2}{\varepsilon_{1v}}\right],\tag{41}$$

где индексы c и v относятся к значениям величин F_m и ε_1 соответственно в зоне проводимости и в валентной зоне.

4.2.2. Внутризонные дипольные переходы

Расчеты для внутризонных дипольных переходов показывают, что при условии (16) соответствующий матричный элемент переходов $n_f=n_i\equiv n$ имеет то же самое значение, что и в (33), и с теми же правилами отбора. А для соответствующей пороговой частоты вместо (34) получаем:

$$\hbar\omega_{n,n}^{\pm}=\pm\frac{\hbar^2\left(2|m|\pm1\right)}{2\mu R_1^2}+\frac{1}{2}\left(F_mL-F_{m\pm1}L\right)+\frac{1}{48\varepsilon_1n^2}\left(1-\frac{15}{\pi^2n^2}\right)\left[\left(F_{m\pm1}L\right)^2-\left(F_mL\right)^2\right].\tag{42}$$

Для матричного элемента дипольных переходов при $n_f\neq n_i$ теперь имеем вместо (35):

$$M^{D}_{n_f,n_i}=\mp i\hbar\frac{|e|A_0}{4m_0cL}\frac{8n_fn_i}{n_f^2-n_i^2}\left[1\mp\left(2|m|\pm1\right)\frac{L^2}{R_1^2}\frac{1}{\pi^2\left(n_f^2-n_i^2\right)}\left(1-\frac{L}{R_1}\right)\right]\tag{43}$$

с правилами отбора $|m_f|=|m_i|\pm1$, ($m_i\equiv m$), $n_f\pm n_i$ нечетное и пороговой час-тотой

$$\hbar\omega_{f,i} = \varepsilon_1\left(n_f^2 - n_i^2\right) \pm \frac{\hbar^2\left(2|m| \pm 1\right)}{2\mu R_1^2} + \Delta E_f^{(1)} + \Delta E_f^{(2)} - \Delta E_i^{(1)} - \Delta E_i^{(2)}. \qquad (44)$$

4.2.3. Внутризонные квадрупольные переходы

При квадрупольных переходах $n_f = n_i \equiv n$ матричный элемент имеет вид

$$M_{n,n}^Q = i\hbar\frac{|e|(qL)A_0}{4m_0cL}\left[\left(|m| \pm 1\right) \pm \frac{R_1}{L}\left(\frac{\pi^2 n^2}{6} - 1\right)\left(f_{n,m_f} - f_{n,m_i}\right)\right]\delta_{|m_f|,|m_i|\pm 2};\ \left(f_{n,m} = \frac{F_m L}{4\varepsilon_1 n^2}\right) \qquad (45)$$

с пороговой частотой

$$\hbar\omega_{n,n} = \frac{2\hbar^2\left(|m| \pm 1\right)}{\mu R_1^2} + \frac{1}{2}\left(F_m L - F_{m\pm 2}L\right) + \Delta E_{n,m\pm 2}^{(2)} - \Delta E_{n,m}^{(2)}. \qquad (46)$$

Для переходов $n_f \neq n_i$ приходим к следующим результатам: при переходах $n_f \pm n_i$ нечетное, для матричного элемента повторяется выражение (39) при пороговой частоте

$$\hbar\omega_{f,i} = \varepsilon_1\left(n_f^2 - n_i^2\right) + \frac{\hbar^2}{2\mu R_1^2}\left[\left(|m| \pm 2\right)^2 - m^2\right] + \frac{1}{2}\left(F_{n_f,|m|\pm 2}L - F_{n_i,|m|}\right) + \Delta E_{n_f,|m|\pm 2}^{(2)} - \Delta E_{n_i,|m|}^{(2)}, \qquad (47)$$

а при переходах $n_f \pm n_i$ четное, для матричного элемента получаем выражение

$$M_{n_f,n_i}^Q = i\hbar\frac{|e|(qR_1)A_0}{m_0cL}\frac{n_f n_i}{n_f^2 - n_i^2}\left[\frac{L}{R_1} + 2\frac{f_{n_f,|m|\pm 2}\left(3n_f^2 + n_i^2\right) - f_{n_i,|m|}\left(3n_i^2 + n_f^2\right)}{n_f^2 - n_i^2}\right]\delta_{|m_f|,|m_i|\pm 2} \qquad (48)$$

с той же пороговой частотой (47).

5. Заключение

Относительно результатов, полученных в работе, можно заключить следующее:

1. В полученных выражениях для энергии и волновых функций адекватным образом отображается факт корреляции движения носителей заряда по радиальному и ротационному направлениям, обусловленной ко-нечностью толщины слоя.

2. При межзонных (дипольных и квадрупольных) переходах в выражении для пороговой частоты наглядно “комбинируются” параметры, характерные как для “чисто пленочных” переходов, так и для переходов в модели жесткого двумерного ротатора.

3. Существенно, что различие между физическими ситуациями для случаев “большого” и “умеренного” радиусов приводит к тому, что при внутризонных (дипольных и квадрупольных) переходах для этих случаев различными оказываются как пороговые частоты, так и интенсивности оп-тических переходов.

4. Отмеченные оптические характеристики рассмотренной системы определяются геометрическими размерами образца и соотношениями между ними.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы Рес-публики Армения “Полупроводниковая наноэлектроника”.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.А.Григорькин, С.М.Дунавский**. ФТТ, **50**, 507 (2008).
2. **А.А.Григорькин, С.М.Дунавский**. ФТТ, **49**, 557 (2007).
3. **H.Ajiki, T.Ando**. J. Phys. Soc. Jap., **628**, 1255 (1993), **T.Ando**. Semicond. Sci. Tecnol. **15**, R13 (2000).
4. **J.Appenzeller, J.Knoch, M.Radosavljevic, P.Avouris**. Phys. Rev. Lett., **92**, 226802 (2004).
5. **В.М.Осадчий, В.Я.Принц**. Письма в ЖЭТФ, **72**, 451 (1998), **V.Ya.Prinz, V.A.Se-leznew, A.K.Gutakovsky**. The Physics of Semiconductors. World Scientific, 1999.
6. **V.Ya.Prinz, V.A.Seleznev, A.K.Gutakovsky,** et al. Physica E, **6**, 828 (2000).
7. **V.Ya.Prinz**. Microelectron. Eng., **69**, 466 (2003).
8. **V.Ya.Prinz**. Physica E, **24**, 54 (2004), **A.B.Vorob'ev**, **V.Ya.Prinz**, et al. Photonics Spectra, **23**, 171 (2004).
9. **Н.В.Ткач, И.В.Пронишин, А.М.Маханец**. ФТТ, **40**, 557 (1998).
10. **Н.В.Ткач, В.А.Головацкий**. ФТТ, **43**, 350 (2001).
11. **А.И.Ведерников, А.В.Чаплик**. ФТП, **38**, 1358 (2004).
12. **H.Suzuura, T.Ando**. Phys. Rev. B, **65**, 235412 (2002).
13. **Л.И.Магарилл, Д.А.Романов, А.В.Чаплик**. ЖЭТФ, **113**, 1411 (1998).
14. **Л.И.Магарилл, А.В.Чаплик**. ЖЭТФ, **115**, 1478 (1999).
15. **A.V.Chaplik**. Pis'ma v ZhETF, **80**, 140 (2004).
16. **V.A.Margulis, M.A.Pyataev**. Phys. Rev. B, **72**, 075312 (2005).
17. **И.И.Чугаев, В.А.Маргулис, А.В.Шорохов, С.Е.Холодова**. ФТТ, **41**, 856 (1999).
18. **Sr.G.Jayam, K.Navaneethakrishnan**. Sol. State Commun., **122**, 433 (2002).
19. **V.A.Harutyunyan**. Physica E, **39**, 37 (2007).
20. **J.W.Haus** et al., Phys. Rev. B, **47**, 1359 (1993).
21. **D.Schooss, A.Mews,** et al. Phys. Rev. B, **49**, 17072 (1994).
22. Справочник по специальным функциям (ред. **М.Абрамовиц, И.Стиган**). М., Наука, 1979.
23. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., Наука, 1974.
24. **А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Маричев**. Интегралы и ряды, т.I. М., Наука, 1981.
25. **H.Haug, S.W.Koch**. Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors. Singapore, World Scientific, 1994.
26. **P.Harrison**. Quantum Wells, Quantum Wires, and Quantum Dots. New York, Wiley, 2000.
27. **V.A. Harutyunyan, E.M. Kazaryan, A.A. Kostanyan, H.A. Sarkisyan.** Physica E, **36**, 114 (2007).

Օպտիկական կլանումը կիսահաղորդչային նանոգլանային շերտում

Ուժեղ քվանտացման պայմաններում, լիցքակիրների իզոտրոպ արդյունարար զանգվածի մոտավորությամբ դիտարկված են լիցքակիրների վիճակները կիսահաղորդչային գլանային շերտում: Կախված գլանային շերտի հաստության և շառավղի մեծությունների հարա-բերակցությունից “մեծ”, և “չափավոր” շառավիղների դեպքեր) ստացված են լիցքակիրների էներգիական սպեկտրի և պարուրող ալիքային ֆունկցիաների բացահայտ տեսքը: Նշված դեպքերի համար հաշվարկված են նաև դիպոլային և քվադրուպոլային օպտիկական անցումներին համապատասխանող կլանման բնութագրիչները:

OPTICAL ABSORPTION IN A SEMICONDUCTOR CYLINDRICAL NANOLAYER

V.A. HARUTYUNYAN, S.L. HARUTYUNYAN, G.H. DEMIRJAN, N.H. GASPARYAN

In the isotropic effective-mass approximation we consider the single-particle states in a semiconductor cylindrical nanolayer when the “strong quantization regime” takes place in the layer. The explicit form of the energy spectrum and envelope wave functions of single-electron states in the layer is obtained in the cases of “large” and “moderate” radii of the system. The corresponding characteristics of dipole and quadrupole optical transitions are calculated.