Известия НАН Армении, Физика, т.43, №4, с.252-260 (2008)

УДК 548.0

СРЕДЫ С НЕКЛАССИЧЕСКИМИ ФОРМАМИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ КЛАССИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

О.С. ЕРИЦЯН, А.А. ПАПОЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 13 августа 2007 г.)

Рассмотрены формы поверхностей волновых векторов (ПВВ) известных в настоящее время сред и проведена систематизация последних по форме ПВВ. Указаны характерные особенности в оптических свойствах сред, обусловленные новыми формами ПВВ.

1. Введение

Поверхности волновых векторов, как известно, описывают зависимость волнового вектора распространяющейся в среде электромагнитной волны от направления распространения волны. ПВВ (замкнутые центросимметричные поверхности. Эти два свойства считаются столь естественными, что в литературе даже не упоминаются [1-5].

Между тем, начиная с 1950-х годов, в научной литературе появляются статьи об оптических свойствах различных сред, представляющих принципиальный интерес, поскольку они необычны для классической оптики. Эти среды, как показано ниже, описываются поверхностями волновых векторов с формой, также необычной для классической оптики. Новизна формы ПВВ заключается как в несоблюдении обычных свойств ПВВ (замкнутости и центросимметричности, так и в других особенностях, рассмотренных ниже. Понятно, что за особенностями ПВВ стоят особенности оптических свойств соответствующих сред. Перечислим вкратце ПВВ, необычные для классической оптики.

а) ПВВ, имеющие замкнутую и центросимметричную форму, но не расщепляющиеся на две подповерхности (соответствующие двум поляризациям), несмотря на наличие анизотропии.

б) Центросимметричные замкнутые ПВВ со смещенным физическим центром (откуда откладываются волновые векторы). Отметим, что обычно в оптике физический центр в то же время есть и геометрический центр.

в) Нецентросимметричные замкнутые ПВВ.

г) Инверсные замкнутые центросимметричные ПВВ (у которых внешняя и внутренняя области переставлены).

д) Открытые центросимметричные ПВВ.

е) Открытые нецентросимметричные ПВВ.

Прежде чем перейти к рассмотрению сред с ПВВ, перечисленными выше, отметим, что они расположены ниже не по хронологическому порядку рассмотрения соответствующих сред, а по степени отличия формы ПВВ от обычной замкнутой центросимметричной формы. Авторы работ, относящихся к средам, отмеченным в пункте б (магнитоэлектрические среды) [6(10], привлекли к рассмотрению также вопрос о форме ПВВ.

2. Замкнутые центросимметричные ПВВ с одинаковым радиусом-вектором для любой поляризации, несмотря на наличие анизотропии

Такими ПВВ описываются среды, названные в [3] однопреломляющими (см. также [6]). Однако в [3] не рассмотрены ПВВ. Однопреломление заключается в том, что волна не расщепляется на две волны с разными поляризациями, т.е. модуль волнового вектора, будучи зависящим от направления распространения, не зависит от поляризации. Такая независимость имеет место при соблюдении следующего соотношения между тензорами $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ диэлектрической и магнитной проницаемостей:

$$\tilde{\hat{\mu}}^{-1} = p\hat{\varepsilon}^{-1} \ , \tag{1}$$

где тильдой обозначено транспонирование, p- скаляр. В простейшем случае тензоров $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$, приводимых к диагональному виду в одной и той же системе координат, условие (1) принимает вид

$$\frac{\varepsilon_{xx}}{\mu_{xx}} = \frac{\varepsilon_{yy}}{\mu_{yy}} = \frac{\varepsilon_{zz}}{\mu_{zz}} . \tag{2}$$

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$k_z^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} + \frac{\mu_1}{\mu_3}\right)k_x^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} + \frac{\mu_2}{\mu_3}\right)k_y^2 - \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_1\mu_2 + \varepsilon_2\mu_1) = 0 . \tag{3}$$

Уравнение (3) (не четвертой степени относительно компонент вектора $\mathbf{k}$, а второй степени и описывает эллипсоид.

Независимость $\mathbf{k}$ от поляризации имеет простую интерпретацию [3]. Пусть волна распространяется вдоль оси *z*. Тогда для k^2 будем иметь

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1\mu_2 , \qquad k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2\mu_1 . \tag{4}$$

В общем случае $\varepsilon_1\mu_2 \neq \varepsilon_2\mu_1$, и имеем $k_1 \neq k_2$: в одном направлении распространяются две волны с разными поляризациями и ПВВ оказывается расщепленной на две. В случае одноосной среды имеем сферу и эллипсоид, показывающие зависимость модуля $\mathbf{k}$ от направления распространения. Если же имеет место соотношение (1), то $\varepsilon_1\mu_2 = \varepsilon_2\mu_1$ и, следовательно, $k_1 = k_2$: в одном направлении распространяется одна волна с волновым вектором, не зависящим от поляризации. В то же время k зависит от направления распространения. Это явление показывает, что двупреломление, т.е. зависимость k от поляризации, обусловлено не анизотропией ε_{ij} (т.е. $(\varepsilon_{\alpha\alpha} - \varepsilon_{\beta\beta})/(\varepsilon_{\alpha\alpha} + \varepsilon_{\beta\beta})$) или μ_{ij} (т.е. $(\mu_{\alpha\alpha} - \mu_{\beta\beta})/(\mu_{\alpha\alpha} + \mu_{\beta\beta})$), а разной анизотропией тензоров ε_{ij} и μ_{ij} [3]. Действительно, нетрудно убедиться, что при соблюдении (1) или, проще говоря, (2) имеет место равенство анизотропий ε_{ij} и μ_{ij} :

$$\frac{\varepsilon_{\alpha\alpha}-\varepsilon_{\beta\beta}}{\varepsilon_{\alpha\alpha}+\varepsilon_{\beta\beta}}=\frac{\mu_{\alpha\alpha}-\mu_{\beta\beta}}{\mu_{\alpha\alpha}+\mu_{\beta\beta}}. \quad (5)$$

На рис.1а представлена ПВВ для одноосного кристалла с анизотропным ε_{ij} и изотропным μ_{ij}, на рис.1б - ПВВ с одновременно анизотропными ε_{ij} и μ_{ij}, удовлетворяющими условию однопреломления (1).

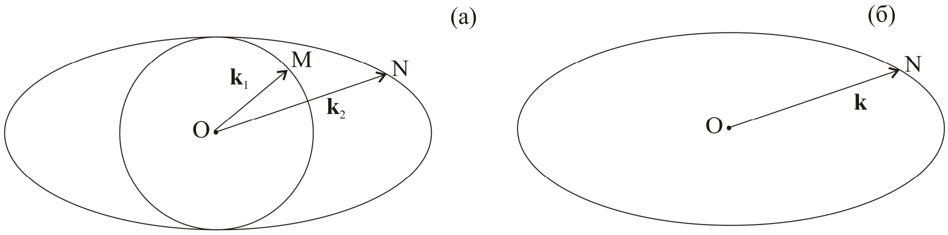

Рис.1. Форма ПВВ для одноосного кристалла с анизотропным ε_{ij} и изотропным μ_{ij} (а), и для одноосного кристалла с одновременно анизотропными ε_{ij} и μ_{ij}, удовлетворяющими условию однопреломления (б).

3. Замкнутые центросимметричные ПВВ со смещенным физическим центром

Такими ПВВ обладают магнитоэлектрические среды [7-11]. Материальные уравнения для таких сред имеют вид

$$\mathbf{D}=\hat{\varepsilon}\mathbf{E}+\hat{\nu}\mathbf{H}, \qquad \mathbf{B}=\hat{\mu}\mathbf{H}+\hat{\beta}\mathbf{E}. \quad (6)$$

Для ряда одноосных кристаллов, благодаря свойствам тензоров $\hat{\nu}$ и $\hat{\beta}$, уравнения (6) приводятся к виду

$$\mathbf{D}=\hat{\varepsilon}\mathbf{E}+[\hat{p}\mathbf{H}], \qquad \mathbf{B}=\hat{\mu}\mathbf{H}-[\hat{p}\mathbf{E}]. \quad (7)$$

Уравнения Максвелла

$$[\mathbf{kH}]=-\frac{\omega}{c}\mathbf{D}, \qquad [\mathbf{kE}]=\frac{\omega}{c}\mathbf{B} \quad (8)$$

для такой среды совпадают с уравнениями для среды

$$\mathbf{D}=\hat{\varepsilon}\mathbf{E}, \qquad \mathbf{B}=\hat{\mu}\mathbf{H}, \quad (9)$$

если заменить $\mathbf{k}$ на $\mathbf{k}+\mathbf{p}$.

На рис.2а изображена форма ПВВ для одноосных кристаллов без магнитоэлектрического эффекта. Присутствие магнитоэлектрического эффекта оставляет форму ПВВ неизменной, но волновой вектор $\mathbf{k}$ откладывается не от геометрического центра $O_{геом.}$, которой обладает ПВВ геометрически, а от смещенной от нее на $\mathbf{p}$ точки $O_{физ}$ - физического центра: рис.2б соответствует такой среде.

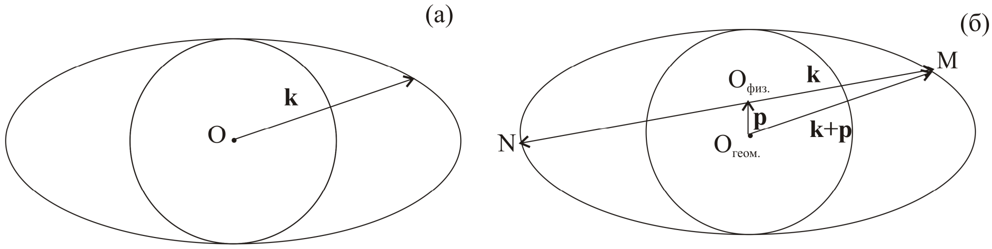

Рис.2. Форма ПВВ для одноосных кристаллов без магнитоэлектрического эффекта (а) и при наличии магнитоэлектрического эффекта (б).

Такое смещение приводит к необратимости волн: волновые векторы, соответствующие двум взаимно противоположным направлениям, имеют неодинаковые модули. Это имеет место для обеих волн, которым соответствуют сфера и эллипсоид (обыкновенная и необыкновенная волна). Необратимость имеет место не только в отношении волнового вектора, но и в отношении вектора групповой скорости.

4. Замкнутые нецентросимметричные ПВВ

Такими ПВВ описываются естественно гиротропные среды при наличии магнитооптической активности. Нецентросимметричностью ПВВ обусловлены необратимость волн и асимметрия ряда оптических свойств [12-15].

В число естественно гиротропных сред входят среды с право-левой асимметрией молекулярной структуры (оптически активные немагнитные и магнитные среды), среды с надмолекулярной спиральной структурой (какими являются холестерические жидкие кристаллы), спиральные магнитные структуры. Будем ограничиваться случаем естественно гиротропной среды при наличии внешнего магнитного поля (рассмотрение более общих случаев можно найти в [13-15]). Этот случай, будучи простым, одновременно отражает физическую картину необратимости волн.

Материальные уравнения для такой среды имеют вид

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}\mathbf{E} + i[\mathbf{g}(\mathbf{k})\mathbf{E}] + i[\mathbf{g}(\mathbf{H}^{ext})\mathbf{E}]\,, \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}\,. \tag{10}$$

Второй член первого уравнения ответственен за естественную оптическую активность, третий - за магнитооптическую активность. Компоненты вектора естественной активности $\mathbf{g}(\mathbf{k})$ линейно зависят от компонент волнового вектора, а компоненты вектора магнитооптической активности $\mathbf{g}(\mathbf{H}^{\mathrm{ext}})$ - от компонент внешнего магнитного поля (также линейно). Уравнения (10) могут быть записаны в виде

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}\mathbf{E} + i[(\mathbf{g}(\mathbf{k}) + \mathbf{g}(\mathbf{H}^{\mathrm{ext}}))\mathbf{E}]\,, \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}\,. \tag{11}$$

При замене $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$ сумма $G_1 = \mathbf{g}(\mathbf{k}) + \mathbf{g}(\mathbf{H}^{ext})$ переходит в разность $G_2 = -\mathbf{g}(\mathbf{k}) + \mathbf{g}(\mathbf{H}^{ext})$. Поэтому замена $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$ меняет дисперсионное уравнение, и, следовательно, если $\mathbf{k}$ - его решение, то $-\mathbf{k}$ не является решением. Это означает, что имеет место необратимость волн.

Будем конкретизировать дальнейшее рассмотрение на простейшем случае изотропной среды при наличии магнитного поля -общее рассмотрение можно найти в [13-15]).

Материальные уравнения для такой среды могут быть записаны в виде [15]

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + i\gamma[\mathbf{kE}] + i[\mathbf{gE}], \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}. \qquad (12)$$

Для $\mathbf{k}$ получаем

$$k^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\left[1 \pm \left(\frac{\gamma_0}{\varepsilon} + \frac{g}{\varepsilon}\cos\alpha^{\pm}\right)\right], \qquad \gamma_0 = \frac{\omega}{c}\gamma\sqrt{\varepsilon\mu}\ , \qquad (13)$$

где $\alpha^{\pm}$ - углы между направлениями распространения волн с волновыми векторами $\mathbf{k}^{+}$ и $\mathbf{k}^{-}$ и магнитным полем.

При замене $\alpha^{\pm} \to \alpha^{\pm} + \pi$ (и $\alpha^{\pm} \to \alpha^{\pm} - \pi$) суммы $\gamma_0\varepsilon^{-1} + g\varepsilon^{-1}\cos\alpha^{\pm}$ переходят в разности $\gamma_0\varepsilon^{-1} - g\varepsilon^{-1}\cos\alpha^{\pm}$. Поэтому модули $\mathbf{k}^{\pm}$ меняются при замене направления их распространения на обратное, в чем и выражается необратимость.

Необратимость может быть интерпретирована следующим образом. Пусть волны распространяются в направлении магнитного поля и естественное и магнитооптическое вращения плоскости поляризации, обусловленные естественной гиротропией и магнитооптической активностью, имеют одинаковое направление (противоположные направления), т.е. естественное и магнитооптическое вращения складываются (вычитываются). Изменим теперь направление распространения на обратное. Тогда естественное вращение изменит свое направление относительно направления магнитного поля, а магнитооптическое не изменит (это известное свойство двух типов вращения следует также из (12): естественное вращение определяется направлением волнового вектора, а магнитооптическое (направлением вектора магнитооптической активности $\mathbf{g}$). Поэтому естественное и магнитооптическое вращения теперь будут вычитываться (складываться), т.е. прямое и обратное направления распространения неэквивалентны.

Это отражается на форме ПВВ (рис.3), которая в простейшем случае изотропной среды, обладающей одновременно естественной и магнитооптической активностями, представляет две сферы с разными радиусами, причем центры сфер O_1 и O_2 смещены от физического центра O в противоположные стороны, в направлении внешнего магнитного поля. Такой вид ПВВ объясняется следующим образом [13]. В отсутствие магнитного поля и естественной гиротропии ПВВ представляет собой сферу (поверхность A на рис.4). Естественная гиротропия приводит к тому, что вместо одной сферы имеем две концентрические сферы с разными радиусами, соответствующими волнам с правой и левой круговой поляризациями (B, рис.4). Если на изотропную негиротропную среду наложить магнитное поле, то из-за появления магнитооптической активности сфера A распадается на две, с теми же радиусами, что и A, но смещенные на одну и ту же величину в противоположные стороны вдоль внешнего магнитного поля [1] (поверхность C; звездочками обозначены центры сфер). Если же имеются одновременно как естественная гиротропия, так и магнитооптическая активность, то получаем смещенные в противоположные стороны сферы с разными радиусами (поверхность D, рис.4). Теперь, в отличие от поверхностей A, B, C, поверхность D не обладает центром симметрии.

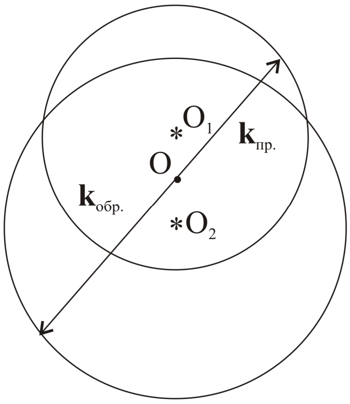

Рис.3. Форма ПВВ для изотропной среды, обладающей одновременно естественной и магнитооптической активностями.

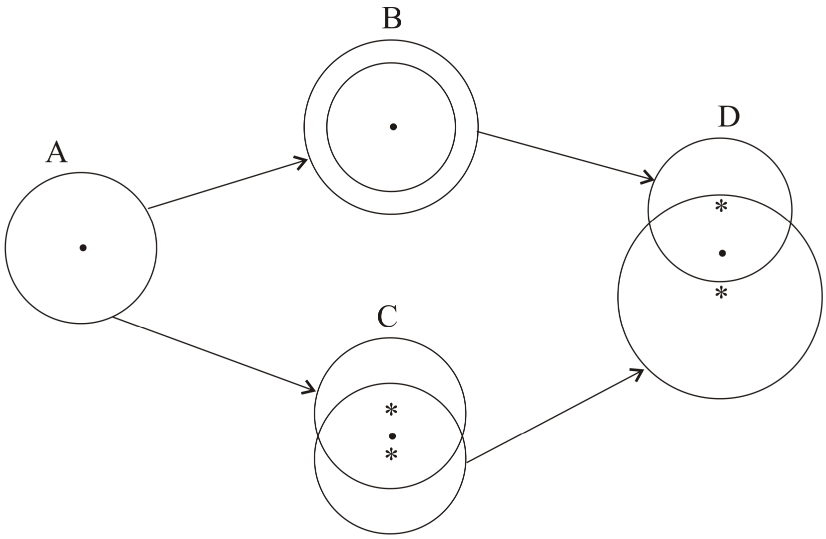

Рис.4. Формы ПВВ для изотропной среды в разных ситуациях.

5. Замкнутые центросимметричные инверсные ПВВ

В работе [16] рассмотрены изотропные среды с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ. Согласно уравнениям Максвелла

$$[\mathbf{kH}] = -\frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}, \qquad [\mathbf{kE}] = -\frac{\omega}{c}\mu\mathbf{H}, \tag{14}$$

векторы $\mathbf{k}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ составляют левую тройку, поэтому вектор Пойнтинга $\mathbf{S} = c[\mathbf{EH}]/4\pi$, составляющий правую тройку с $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, направлен противоположно волновому вектору $\mathbf{k}$. Можно непосредственно убедиться также, что вектор групповой скорости $\mathbf{u}$, определяемый как

$$\mathbf{u} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}}, \tag{15}$$

направлен противоположно вектору $\mathbf{k}$. Если придерживаться классического результата, согласно которому групповая скорость направлена по внешней нормали к ПВВ, то при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ направление внешней нормали будет противоположно направлению при $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$ (рис.5а,б). Область, внутренняя при $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$, является внешней при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$. В этом смысле ПВВ при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ можно назвать инверсной.

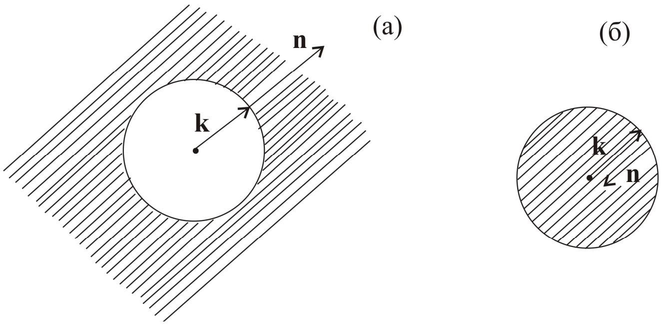

Рис.5. Направление внешней нормали $(\mathbf{n} = \partial\omega/\partial\mathbf{k})$ в случае, когда $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$ (а), и в случае, когда $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ (б).

В среде с $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ вместо светового давления, согласно [16], имеет место притяжение отражающей среды к источнику света. Имеет место также фокусировка расходящегося пучка при его отражении на плоской границе среды. Отметим, что в [16] ПВВ не рассмотрена.

6. Открытые центросимметричные ПВВ

В работе [17] рассмотрены оптические свойства немагнитных кристаллов с разными знаками компонент тензора диэлектрической проницаемости. Показано, что наличие отрицательной компоненты тензора вместе с положительной приводит к тому, что поверхность волновых векторов оказывается открытой. Ниже рассмотрим простой случай одноосной среды.

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\left(k_0^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\perp\right)\left(\frac{k_{ex}^2 + k_{ey}^2}{\varepsilon_\parallel} + \frac{k_{ez}^2}{\varepsilon_\perp} - \frac{\omega^2}{c^2}\right) = 0, \tag{16}$$

где k_0 - модуль волнового вектора обыкновенной волны, k_{ex}, k_{ey}, k_{ez} - компоненты волнового вектора необыкновенной волны, ось z направлена вдоль оптической оси кристалла. На рис.6 представлены ПВВ в разных случаях выбора знаков $\varepsilon_\perp$ и $\varepsilon_\parallel$.

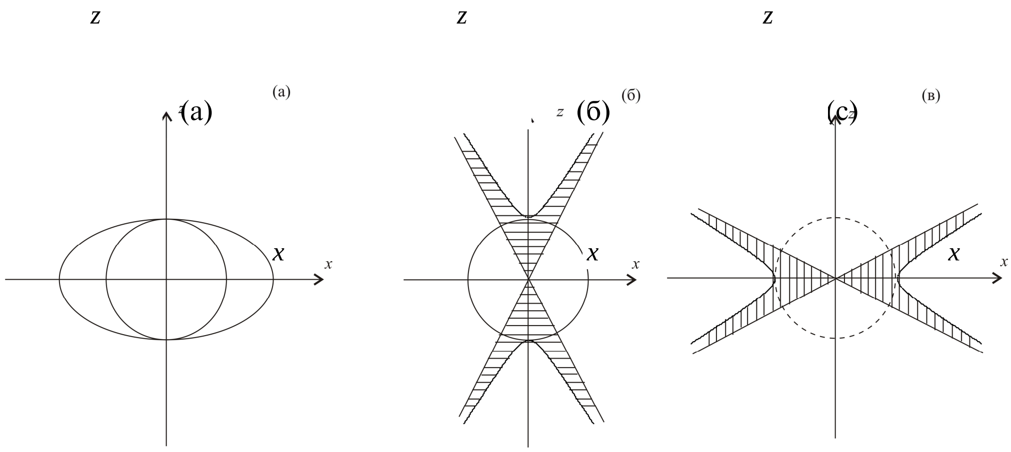

Рис.6. Форма ПВВ для одноосного кристалла в случаях, когда $\varepsilon_{\perp} > 0$ и $\varepsilon_{||} > 0$ (а), когда $\varepsilon_{\perp} > 0$ и $\varepsilon_{||} < 0$ (б), и когда $\varepsilon_{\perp} < 0$ и $\varepsilon_{||} > 0$ (в).

Рис.6а соответствует кристаллу с $\varepsilon_{\perp} > 0$ и $\varepsilon_{||} > 0$: ПВВ - сфера и эллипсоид вращения. Рис.6б соответствует случаю $\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{||} < 0$: ПВВ - сфера и гиперболоид вращения; в кристалле могут распространяться как обыкновенная волна (на ПВВ ей соответствует сфера), так и необыкновенная (ей соответствует гиперболоид вращения; ось гиперболоида направлена вдоль оптической оси кристалла). Рис.6в соответствует случаю $\varepsilon_{\perp} < 0$, $\varepsilon_{||} > 0$. Обыкновенной волны нет (в соответствии с чем сфера показана пунктиром). В обоих случаях ($\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{||} < 0$ и $\varepsilon_{\perp} < 0$, $\varepsilon_{||} > 0$) необыкновенная волна может распространяться. Но, в отличие от случая $\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{||} > 0$, направления распространения ограничены асимптотами гиперболоидов вращения.

Внешней областью открытой ПВВ, соответствующей необыкновенной волне, будем считать область, в которую направлен вектор Пойнтинга. Эта область может быть определена непосредственным расчетом [15]. На рис.6б,в внутренние области заштрихованы.

Отметим также, что эллипсоид Френеля и характеристические поверхности тензоров ε_{ij} и ε_{ij}^{-1} также превращаются в гиперболоиды [18].

В средах с открытой ПВВ имеет место также фокусировка при преломлении расходящегося пучка на плоской границе [19]. Отметим также, что полное отражение от такой среды может иметь место при нормальном падении, а преломленная волна появляется при увеличении угла падения.

Среды с разными знаками компонент ε_{ij} исследованы также в [20]. При этом автор не привлекает в рассмотрение форму ПВВ.

7. Открытые нецентросимметричные ПВВ

При соблюдении разных знаков у компонент ε_{ij} ПВВ становится открытой. Выше было показано (пункт 4), что нецентросимметричность возникает в при наличии естественной гиротропии и магнитооптической активности. Поэтому среды с разными знаками компонент ε_{ij}, обладающие естественной гиротропией, при наличии внешнего магнитного поля должны описываться открытыми нецентросимметричными ПВВ.

Выше мы ограничились указанием лишь той или иной особенности сред, обусловленной формой ПВВ, не останавливаясь на всестороннем изучении оптических свойств рассмотренных сред, являющемся самостоятельной задачей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982.
2. **М.Борн, Э.Вольф.** Основы оптики. М., Наука, 1970
3. **Ф.И.Федоров.** Оптика анизотропных сред. Минск, изд. АН БССР, 1958.
4. **Ф.И.Федоров.** Теория гиротропии. Минск, Наука и техника, 1976.
5. **А. Ярив, П.Юх.** Оптические волны в кристаллах. М., Мир, 1987.
6. **Ф.И.Федоров.** Оптика и спектр., **2**, 514 (1957).
7. **В.Н.Любимов.** ДАН СССР, **181**, 858 (1968).
8. **В.Н.Любимов.** Кристаллография, **13**, 1008 (1968).
9. **В.Н.Любимов.** ФТТ, **10**, 3502 (1968).
10. **В.Н.Любимов.** Кристаллография, **14**, 213 (1969).
11. **В.Н.Любимов.** Кристаллография, **12**, 708 (1967).
12. **О.С.Ерицян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **3**, 217 (1968).
13. **О.С.Ерицян.** УФН, **138,** 645 (1982).
14. **О.С.Ерицян.** ФТТ, **22,** 3684 (1980).
15. **О.С.Ерицян.** Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, Айастан, 1988.
16. **В.Г.Веселаго.** УФН, **92**, 517 (1967).
17. **О.С.Ерицян.** Кристаллография, **33**, 461 (1978).
18. **О.С.Ерицян, О.М.Аракелян.** Изв. НАН Армении, Физика, **38,** 312 (2003).
19. **О.С.Ерицян, А.А.Папоян, О.М.Аракелян, А.А.Лалаян, Р.Б.Костанян.** Изв. НАН Армении, Физика, **41,** 178 (2006).
20. **М.И.Рязанов.** ЖЭТФ, **103,** 1840 (1993).

MEDIA WITH NON-CLASSICAL FORMS OF THE SURFACES OF WAVE VECTORS OF CLASSICAL OPTICS

H.S. ERYTSYAN, A.A. PAPOYAN, H.M. ARAKELYAN

The forms of surfaces of wave vectors (SWV) of the known media are considered and the systematization of them by the form of SWV is made. The characteristic features of optical properties of the media stipulated by the new forms of SWV are indicated.