Известия НАН Армении, Физика, т.43, №3, с.169-173 (2008)

УДК 335.421

ТЕОРИЯ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ТОЛСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ

Г.Г. ЗАХАРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 14 декабря 2007 г.)

Рассмотрена дифракция света на толстых анизотропных голографических средах. Решения для амплитуды волны, дифракционной эффективности и угловой расстройки приведены для отражательной геометрии в случае модуляции показателя преломления. Проведено также сравнение с изотропной теорией Когельника.

1. Введение

Теоретические исследования для понимания дифракции света на толстых решетках предприняты многими учеными [1-3]. Дифракция света на изотропных средах для толстых решеток развита в теории связанных волн Когельника [1]. Та же теория для анизотропных толстых сред была представлена Монтемезани и Згоником [2]. Для анизотропных сред, в частности, для полимерно-диспергированных жидких кристаллов (ПДЖК), угловая селективность и эффект асимметрии для пропускающих решеток представлены нашей группой в [3]. Довольно хорошо изучены дифракционные характеристики решеток такого типа. В частности, в наших предыдущих работах исследованы поляризационные и температурные свойства голографических ПДЖК решеток [4-6]. Авторы работы [2] также рассмотрели дифракцию анизотропных решеток в отражательной геометрии. Но условие Брэгга имеет другую форму по сравнению с теорией Когельника. В реальном эксперименте мы измеряем дифракционную эффективность в зависимости от падающего угла. При таком определении условия Брэгга, для сравнения численных результатов теоретических расчетов, сделанных в [2], с экспериментальными результатами требуются громоздкие перерасчеты, что создает неудобства. Поэтому становится необходимым создать теорию анизотропной голограммы аналогично теории связанных волн Когельника. Для пропускающих решеток подобная теория рассмотрена в работе [3].

В данной работе представлена теория связанных волн для толстых анизотропных голографических сред. Рассмотрена отражательная голографическая решетка, которая характеризуется тем, что дифракционный и прошедший пучки исходят из противоположных поверхностей ячейки. Решены уравнения связанных волн и рассмотрены дифракционная эффективность и селективность угловой расстройки.

2. Анализ связанных волн

Рассмотрим анизотропную среду, в которой зафиксирована толстая голографическая решетка с модуляцией показателя преломления. Будем предполагать, что тензор диэлектрической проницаемости можно представить следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \varepsilon^1 \cos(\mathbf{Kr}), \tag{1}$$

где верхние индексы 0 и 1 означают, соответственно, постоянную и модуляционную часть диэлектрической проницаемости, $|\mathbf{K}| = 2\pi/\Lambda$ – волновой вектор решетки, который считаем параллельным поверхности решетки. Суммарное электрическое поле в среде дается суммой двух волн – прошедшей и дифрагированной:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i \exp(i\mathbf{k}_i\mathbf{r}) + \mathbf{E}_d \exp(i\mathbf{k}_d\mathbf{r}). \tag{2}$$

Это поле удовлетворяет не зависящему от времени векторному волновому уравнению:

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E}) - k_0^2\varepsilon\mathbf{E} = 0. \tag{3}$$

В (2) $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_d$ являются волновыми векторами падающей и дифрагированной волны, соответственно. Как и в [1], условие Брэгга представим в виде

$$\mathbf{k}_i + \mathbf{K} = \mathbf{k}_d, \tag{4}$$

и, следовательно, фазовую расстройку от брэгговского условия можно охарактеризовать следующим параметром [3]:

$$\Delta = \frac{k_d^2 - k_i^2}{2k_i}. \tag{5}$$

Продолжая анализ уравнений связанных волн, подставим уравнения (1) и (2) в волновое уравнение (3). После некоторых математических преобразований уравнение связанных волн можно представить в виде [1,3]

$$\begin{cases} E_i' = -i\chi_i E_d, \\ E_d' + i\Delta_1 E_d = -i\chi_d E_i, \end{cases} \tag{6}$$

где введено обозначение

$$\Delta_1 = -\frac{k_i g_d \Delta}{k_d \cos\varphi_d}, \tag{7}$$

а $\chi_{i,d}$ являются параметрами связи и имеют вид

$$\chi_{i,d} = \frac{k_0 A}{4 n_{i,d}\, g_{i,d} \cos\varphi_{i,d}}. \tag{8}$$

Остальные параметры суть $A = \mathbf{e}_i \varepsilon^1 \mathbf{e}_d$ – глубина модуляции, $\mathbf{e}_{i,d}$ – единичные векторы по направлениям электрического поля падающей и дифрагированной волн, $n_{i,d}$ – показатели преломления среды для падающей и дифрагированной волн, $\varphi_{i,d}$ – углы между векторами электрического поля и главной оптической осью решетки для падающей и дифрагированной волн, $g_{i,d}$ – косинусы углов между волновыми векторами и вектором Пойнтинга.

Решение уравнений связанных волн ищем в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} E_i &= E_i^{01}\exp(\gamma_1 y) + E_i^{02}\exp(\gamma_2 y), \\ E_d &= E_d^{01}\exp(\gamma_1 y) + E_d^{02}\exp(\gamma_2 y). \end{aligned} \tag{9}$$

Для отражательных решеток граничные условия даются как

$$E_i(0) = 1, \qquad E_d(d) = 0. \tag{10}$$

Окончательное решение для амплитуды дифракционной волны при $y = 0$ представим с помощью хорошо известных параметров ξ и ν (см. [1]):

$$E_d = \frac{\chi_d d}{\xi - i\sqrt{-\xi^2 - \nu^2}\coth\sqrt{-\xi^2 - \nu^2}}. \tag{11}$$

Здесь d – толщина дифракционной решетки,

$$\xi = \frac{n_i g_d d\Delta}{2n_d \cos(\varphi_d)} \tag{12}$$

является параметром, который описывает фазовую расстройку от условия Брэгга, а

$$\nu = d\sqrt{\chi_i \chi_d} \tag{13}$$

является параметром, описывающим глубину модуляции и связь между прошедшей и дифрагированной волнами. Дифракционную эффективность определим как отношение дифрагированной и входной интенсивностей [3]:

$$\eta = \frac{E_d(0)E_d^*(0)}{E_i(0)E_i^*(0)} \frac{n_d g_d \cos\varphi_d}{n_i g_i \cos\varphi_i}. \tag{14}$$

Подставив (11) в определение дифракционной эффективности, получим выражение

$$\eta = \frac{1}{\left(\frac{\xi}{\nu}\right)^2 - \left(\left(\frac{\xi}{\nu}\right)^2 + 1\right)\coth^2\sqrt{-\xi^2 - \nu^2}}. \tag{15}$$

Для изотропных материалов Когельник получил следующую формулу для дифракционной эффективности [1]:

$$\eta = \frac{1}{1 + \left(1 - \left(\frac{\xi}{\nu}\right)^2\right) \Big/ \operatorname{sh}^2\sqrt{\nu^2 - \xi^2}}. \tag{16}$$

3. Сравнение с изотропной теорией

Сравним теоретическую формулу для дифракционной эффективности с экспериментальными результатами. Для этого нужно только подставить необходимые параметры решетки в уравнение (15), как это сделано для толстых пропускательных ПДЖК дифракционных решеток [3-6]. Автору неизвестны подобные экспериментальные результаты, поэтому здесь не проведено сравнение такого типа.

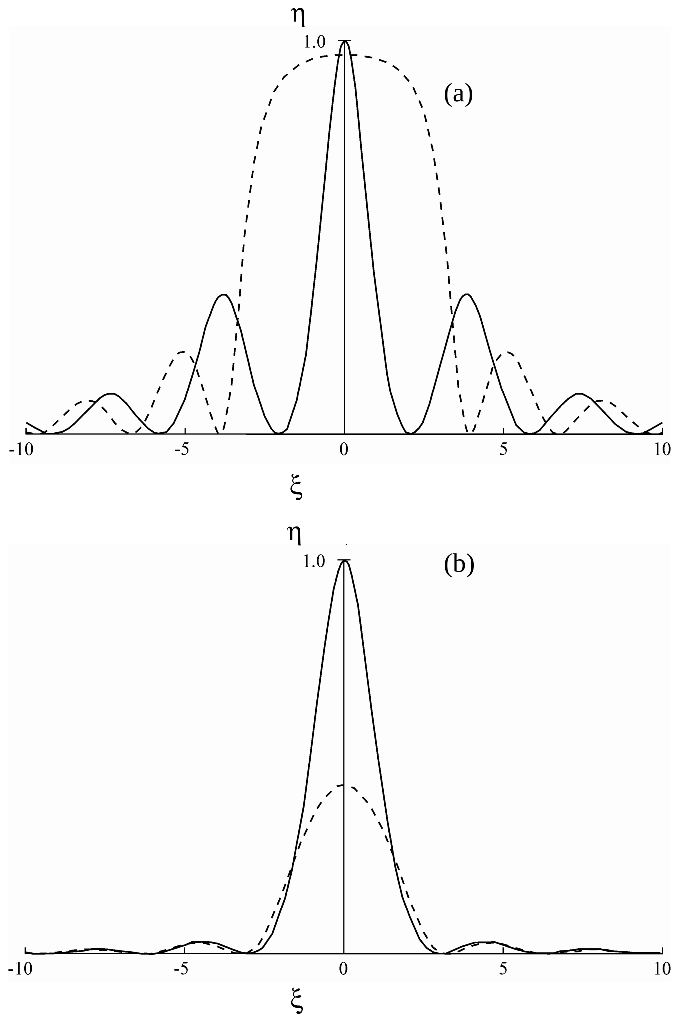

Рис.1. Дифракционная эффективность η в зависимости от параметра ξ для $\nu = 3\pi/4$ (a) и $\nu = \pi/4$ (b). Сплошная кривая – анизотропная решетка, пунктирная кривая – изотропная решетка (теория Когельника).

Однако, есть возможность сравнить дифракционную эффективность для анизотропных и изотропных решеток. На рис.1 представлены зависимости дифракционной эффективности от параметра ξ для двух разных значений параметра ν. Пунктирными кривыми представлена эта зависимость для изотропной теории Когельника [1]. Как и в пропускающих решетках, заметно, что и в нашем случае дифракционная эффективность анизотропной решетки выше, чем для изотропной решетки.

4. Заключение

Итак, представлена теория связанных волн, подобная изотропной теории, разработанной Когельником. С помощью этой теоретической модели можно получить дифракционную эффективность в зависимости от угла падения, который измеряется в эксперименте. Кроме того, проведено сравнение с изотропной теорией.

Автор благодарен проф. Р.С.Акопяну за плодотворные обсуждения. Исследования, представленные в настоящей работе, стали возможны, в частности, благодаря гранту GRASP 06/06, предоставленному NFSAT и CRDF для СНГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **H. Kogelnik**. Bell Syst. Tech. J., **48**, 2909 (1969).
2. **G.Montemezzani, M.Zgonik**. Phys. Rev. E, **55**, 1035 (1997).
3. **R.S.Hakobyan, A.V.Galstyan, T.V.Galstyan**. JETP, **99**, 101 (2004).
4. **Р.С.Акопян, А.В.Галстян, Г.Г.Захарян, Ю.С.Чилингарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **39**, 187 (2004).
5. **Р.С.Акопян, А.В.Галстян, Г.Г.Захарян, Ю.С.Чилингарян**. ЖТФ, **75**, 55 (2005).
6. **Р.С.Акопян, А.В.Галстян, Г.Г.Захарян, Н.Ф.Варданян, Ю.С.Чилингарян**. ЖТФ, **76**, 74 (2006).

ԼՈՒՅՍԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԱՍՏ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՆՈՂ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԿ ՑԱՆՑԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Գ.Գ. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված է լույսի դիֆրակցիան հաստ անիզոտրոպ հոլոգրաֆիկ միջավայրերում: Ալիքի ամպլիտուդի, դիֆրակցիոն էֆեկտիվության և անկյունային ապալարքի լուծումները բերված են անդրադարձնող երկրաչափության համար բեկման ցուցչի մոդուլյացիայի դեպքում: Բերված է նաև համեմատություն Կոգելնիկի իզոտրոպ տեսության հետ:

THEORY OF LIGHT DIFFRACTION IN THICK ANISOTROPIC REFLECTION HOLOGRAPHIC GRATINGS

G.G. ZAKHARYAN

The light diffraction in thick anisotropic holographic media is studied. Solutions for the wave amplitudes, diffraction efficiencies, and angular mismatch sensitivities are given in the reflection geometry for the case of refractive index modulation. A comparison with Kogelnik’s isotropic theory is made.