УДК 535.14

ФОТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ФУНКЦИИ ВИГНЕРА В ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Н.О. АДАМЯН¹, Г.Ю. КРЮЧКЯН^{1, 2}

¹Ереванский государственный университет, Армения ²Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 12 ноября 2007 г.)

Исследована проблема приготовления фотонных состояний из двух коррелированных мод субгармоник, полученных в импульсном режиме оптического параметрического генератора. Вследствие квантовой корреляции детектирование *п*-фотонных фоковских состояний одной из мод проектирует другую моду также в *п*-фотонное состояние. Вычислены условные функции Вигнера, отрицательные части которых описывают приготовленные фотонные состояния, для случаев одно-, двух- и трехфотонных схем измерений.

1. Введение

Известно, что квантовые состояния системы могут быть полностью описаны функцией Вигнера в фазовом пространстве [1]. Эта функция может быть экспериментально измерена методом гомодинной квантовой томографии [2]. Одним из наиболее характерных свойств функции Вигнера является то, что она может иметь также отрицательные значения в некоторых областях фазового пространства и для специфических квантовых состояний. Отрицательность функций Вигнера отражает сильно выраженный квантовый характер системы. Характерные примеры – это фоковские состояния с определенными числами фотонов и суперпозиционные состояния, для которых функции Вигнера имеют отрицательные части (см., напр., [1]).

В последние годы функция Вигнера была измерена для состояний пары фотонов, полученных в процессе параметрической генерации или в процессе конверсии вниз $(\hbar\omega \rightarrow \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2)$. В этом процессе два коррелированных пучка фотонов используются для приготовления фотонных состояний методом условных измерений. Согласно этому методу, измерение *п*-фотонов в одной из коррелированных мод проектирует другую моду в *n*-фотонное фоковское состояние, которое исследуется путем квантовой томографии. Такие измерения были недавно проведены в двух группах, для случаев однофотонных фоковских состояний [3,4] и для двухфотонных состояний [5]. Приготовленные таким образом состояния были исследованы посредством функций Вигнера, методом гомодинной томографии.

В настоящей работе проблема приготовления фотонных состояний исследуется для двухмодовых световых импульсов, полученных в оптическом параметрическом генераторе

(ОПГ). Рассматривается пульсирующий ОПГ, т.е. ОПГ, основанный на параметрическом преобразовании частоты II типа в оптическом резонаторе, в котором генерируются две моды с взаимно-ортогональными поляризациями и с одинаковыми частотами под действием периопоследовательности дической лазерных импульсов. Квантовая теория такого параметрического генератора развита в работах [6,7]. В нашей предыдущей работе [8] были исследованы перепутанные состояния Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР), а также эффекты корреляции фотонов, в ОПГ под действием лазерных импульсов с гауссовской временной огибающей. Таким образом, настоящая работа является продолжением работ [7,8] и посвящена исследованию схем условных измерений для случаев с детектированием одно-, двух- и трехфотонных состояний. Главной особенностью является то, что в отличие от работ [4-6], здесь проблема исследуется с учетом эффектов диссипации и усиления мод субгармоник.

2. Вычисление функции Вигнера для условных измерений

Мы рассматриваем ОПГ, основанный на преобразовании частоты вниз с фазовым синхронизмом второго порядка. Под действием поля лазерных импульсов с несущей частотой ω_L и с гауссовской огибающей импульсов

$$E_{L}(t,z) = E_{0L}f(t) \ e^{-i(\omega_{L}t - k_{L}z)},$$
(1)

$$f(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} e^{-(t - n\tau)^2 / T^2},$$
(2)

генерируются субгармоники с несущими частотами $\omega_L/2$ взаимно-ортогональных поляризаций. Сохранение энергий на несущих частотах и фазовый син-

хронизм записываются как $\omega_L \to \frac{\omega_L}{2}(\uparrow) + \frac{\omega_L}{2}(\to)$ и $k_L(\omega_L) - k_1(\omega_1) - k_2(\omega_2) \approx 0$

($\omega_1 = \omega_2 = \omega_L/2$). Здесь T обозначает продолжительность импульсов, а τ – интервал между импульсами.

Мы вычисляем условную функцию Вигнера для световых импульсов одной из мод (обозначена как (1)), если другая мода (обозначена как (2)) измерена как *п*-фотонное фоковское состояние $|\Psi_n(2)\rangle$. Когда детектируется $|\Psi_n(2)\rangle$ состояние моды (2), тогда сигнальная мода (1) проектируется в квантовое состояние, которое описывается следующей матрицей плотности:

$$\rho_1(n) = \frac{\left\langle \Psi_n(2) \middle| \rho \middle| \Psi_n(2) \right\rangle}{\operatorname{Sp}_1\left(\left\langle \Psi_n(2) \middle| \rho \middle| \Psi_n(2) \right\rangle \right)} \,. \tag{3}$$

Величина ρ обозначает матрицу плотности двух мод субгармоник, которая удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \Big[H_{eff}, \rho \Big] + \sum_{i=1}^{3} (2b_i \rho b_i^+ - b_i^+ b_i \rho - \rho b_i^+ b_i) + \frac{k^2}{\gamma_3} (2b_1 b_2 \rho b_1^+ b_2^+ - b_1^+ b_1 b_2^+ b_2 \rho - \rho b_1^+ b_1 b_2^+ b_2).$$
(4)

Здесь эффективный гамильтониан параметрического взаимодействия мод имеет следующий вид:

$$H_{\rm eff} = i\hbar \frac{E_{0L}kf(t)}{\gamma_3} (e^{i\Phi_k} b_1^+ b_2^+ - e^{-i\Phi_k} b_1 b_2), \qquad (5)$$

где k обозначает коэффициент параметрического взаимодействия с фазой Φ_k , а γ_3 и $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ – параметры затухания моды накачки и субгармоник, соответственно.

Функция Вигнера вычисляется по формуле

$$W(n; r, \theta) = \sum_{m, p} \langle m(1) | \rho_1(n) | p(1) \rangle W_{pm}(r, \theta), \quad (i = 1, 2)$$
(6)

через условную матрицу плотности $\rho_1(n)$, где $|m(1)\rangle$, $|p(1)\rangle$ – фотонные состояния моды (1) и W_{pm} – матричный элемент характеристической функции. Система является диссипативной из-за квантовых флуктуаций и затухания мод в резонаторе, поэтому выражение (6) является довольно сложным и может быть исследовано только численными методами. Вычисления проводятся на основе метода диффузии квантового состояния, в котором матрица плотности $\rho(t)$ системы выражается через ансамбль квантовых траекторий. Детали вычисления этим методом некоторых оптических систем приведены в работах [9-12].

3. Функции Вигнера для приготовленных фотонных состояний

В этом разделе приведены результаты вычислений на основе формул (3), (4), (5) для условных функций Вигнера $W(1; r, \theta)$, $W(2; r, \theta)$ и $W(3; r, \theta)$, соответствующих трем различным схемам условных измерений, когда, регистрируя моду (2), детектируется либо состояние $|\Psi_1(2)\rangle$, либо $|\Psi_2(2)\rangle$ или $|\Psi_3(2)\rangle$. Функции $W(1; r, \theta)$ и $W(2; r, \theta)$ уже исследованы теоретически и экспериментально в работах [3-5]. Здесь мы исследуем эти величины в рамках полной квантовой теории пульсирующего ОПГ [7,8] с учетом эффектов затухания мод субгармоник. Наряду с этими величинами мы приведем также функцию Вигнера $W(3; r, \theta)$, соответствующую трехфотонному детектированию.

Для полноты изложения, вначале рассмотрим функцию Вигнера одной из мод субгармоник (1) для стандартной схемы измерения, когда детектируется мода (1), а по другой моде имеет место простое усреднение. Вычисление проводится по формуле (6), где необходимо использовать матрицу плотности $\rho_1 = Sp_{(2)}(\rho)$.



Рис.1. Функция Вигнера для одной из мод, для двух интервалов времени, соответствующих областям малых (а) и больших (b) чисел фотонов в каждом из импульсов. Использованы следующие параметры: $\lambda = 0.05\gamma$, $\tau = 4\gamma^{-1}$, $T = \gamma^{-1}$ и режим выше порога генерации $\chi = 1.3\chi_{\rm th}$, $\chi_{\rm th} = (\gamma\gamma_3/\sqrt{\pi k})(\tau/T)$.

Результаты вычислений для функции Вигнера и соответствующих распределений квадратурных амплитуд моды (1) (см. [8]) приведены на рис.1 для двух различных интервалов времени. Как мы видим, функции Вигнера обладают радиальной симметрией и положительны во всей фазовой плоскости.



Рис.2. Условные функции Вигнера и распределения квадратурных амплитуд для случаев n=1 (a), n=2 (b), n=3 (c) и для следующих значений параметров: $\lambda = 0.05\gamma$, $\chi = 0.5\chi_{\rm th}$, $\chi_{\rm th} = \frac{\gamma Y_3}{\sqrt{\pi k}} \frac{\tau}{T}$, $\tau = 4\gamma^{-1}$, $T = \gamma^{-1}$.

Перейдем теперь к исследованию условных функций Вигнера. Результаты приведены на рис.2 для режима ОПГ ниже порога генерации и для тех временных интервалов в области T, где отрицательность функций является максимальной. Действительно, как мы видим, все три условные функции Вигнера имеют отрицательные части в фазовой плоскости и обладают радиальной симметрией, как и функция Вигнера, соответствующая стандартному измерению (см. рис.1). Наиболее сильно отрицательность выражена для функции $W(1; r, \theta)$, которая соответствует детектированию однофотонного фоковского состояния в моде (2).



Рис.3. Зависимость функций Вигнера W(1), W(2) и W(3) от радиального параметра для следующих значений параметров: $\lambda = 0.05\gamma$, $\chi = 0.5\chi_{\rm th}$, $\tau = 4\gamma^{-1}$, $T = \gamma^{-1}$; непрерывная линия (n = 1), пунктир (n = 2), точечная линия (n = 3).

На рис.3 приведены результаты для зависимости функций Вигнера от реального параметра ρ для тех же параметров, что и на рис.2. Отметим, что результаты на рис.2a,b и на рис.3, соответствующие схемам условных измерений с детектированием однофотонного или двухфотонных фоковских состояний в моде (2), совпадают в основном с результатами, полученными в [3-5]. Отличие состоит в том, что отрицательность функций Вигнера, которая соответствует квантовой интерференции, меньше выражена в нашей схеме ОПГ по сравнению со случаем параметрического преобразования частоты. Что касается функции Вигнера W(3), то форма интерференции здесь имеет более сложный характер, чем в одно- и в двухфотонном случаях. Существенно, что отрицательность функции Вигнера проявляется также в режиме генерации в окрестности порога и выше порога. Детальное обсуждение этого режима будет приведено в следующих работах.

Работа была поддержана грантами NFSAT/CRDF No. UCEP-02/07 и ANSEF No. 666-PS-Opt.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. W.P.Schleich. Quantum Optics in Phase Space. Berlin, Wiley-VCH, (2001).
- D.T.Smithey, M.Beck, M.G.Raymer, A.Faridani. Phys. Rev. Lett., 70, 1244 (1993); D.T.Smithey, M.Beck, M.Belsley, M.G.Raymer, ibid., 69, 2650 (1992); A.Lvovsky, M.G.Raymer. e-print quantph/0511044.
- 3. A.I.Lvovsky, H.Hansen, T.Aichele, O.Benson, J.Mlynek, S.Schiller. Phys. Rev. Lett., 87, 050402 (2001).
- 4. A.Zavatta, S.Viciani, M.Bellini. Phys. Rev. A, 70, 053821 (2004).
- 5. A.Ourjoumtsev, R.Tualle-Brouri, P.Grangier. Phys. Rev. Lett., 96, 213601 (2006).
- G.Yu.Kryuchkyan, H.H.Adamyan. Strong Entanglement of Bright Light Beams in Controlled Quantum Systems. NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry, vol. 189, Springer, New York, 2005, p.105.
- 7. H.H.Adamyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 74, 023810 (2006).
- 8. **Н.О.Адамян, Г.Ю.Крючкян**. Изв. НАН Армении, Физика, **43**, 91 (2008).
- 9. S.T.Gevorkyan, N.T.Muradyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 61, 043805 (2000).
- 10. H.H.Adamyan, S.B.Manvelyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. A, 63, 022102 (2001).
- 11. S.B.Manvelyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev. Lett., 88, 094101 (2002).

S.B.Manvelyan, G.Yu.Kryuchkyan. Phys. Rev A, 68, 013823 (2003).

\$ՈՏՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ԵՎ ՎԻԳՆԵՐԻ \$ՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՅԻ ՊՐՈՑԵՍՈՒՄ

Ն.Հ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Գ.Յու. ԿՐՅՈՒՉԿՅԱՆ

Հետազոտված է իմպուլսային ռեժիմում աշխատող օպտիկական պարամետրական գեներատորի Ճառագայթած երկու կոռելյացված սուբհարմոնիկ մոդերից ֆոտոնային վիճակների պատրաստման խնդիրը։ Քվանտային կոռելյացիաների հետևանքով մոդերից մեկի *ո*-ֆոտոնային Ֆոկի վիճակի չափումը երկրորդ մոդը նույնպես պրոյեկտում է *ռ*-ֆոտոնային վիճակի։ Հաշվարկված են պատրաստված ֆոտոնային վիճակները նկարագրող, բացասական արժեքներ պարունակող պայմանական Վիգների ֆունկցիաները մեկ-, երկու- և երեքֆոտոնային վիճակների սխեմաների դեպքերում։

PHOTON STATES AND WIGNER FUNCTIONS IN PARAMETRIC GENERATION

N.H. ADAMYAN, G.Yu. KRYUCHKYAN

The problem of photon state-preparation from two correlated subharmonic modes generated in pulsed optical parametric oscillator is studied. Due to quantum correlations the detection of *n*-photon Fock states in one of modes projects the other mode into the *n*-photon state as well. Conditional Wigner functions describing prepared photon states for cases of one-, two- and three-photon schemes which include negative values, are calculated numerically.