

УДК 551.594

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

А.Г. БАГДОЕВ, А.В. ШЕКОЯН

Институт механики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 10 ноября 2006 г.)

Получена общая система уравнений для движения смеси слабо заряженного газа и заряженной капельной жидкости. При расчете учтены конденсация паров на каплях, процесс электризации газа и капель, а также коагуляция капель.

1. Введение

К настоящему времени опубликовано много статей и монографий, описывающих электрические процессы в атмосфере, в том числе в облаках и туманах [1-15]. Электрические процессы в облаках можно разделить на две части – электризация отдельных капель и электрические процессы в облаке в целом. Существенны также процессы, происходящие в атмосфере, в результате которых даже в безоблачной атмосфере существует электрическое поле. Кроме того, в воздухе из-за различных процессов существуют свободные заряды. Таким образом, воздух можно считать слабо ионизированным газом.

Наблюдения показывают, что в воздухе всегда есть вертикальное движение вверх со скоростью u , в том числе и в облаке. В результате этого к капле прилипают ионы воздуха различными механизмами. Один из этих механизмов описан в работах [1,2], иногда его называют диффузионным. Согласно [1], изменение во времени заряда капли равно разности положительных и отрицательных токов на капле. Диффузионный способ прилипания ионов к каплям справедлив до тех пор, пока скорость падения капли меньше скорости дрейфа ионов, то есть реализуется неравенство [5-8] $v_k < \mu_{1,2}E$, где $\mu_{1,2}$ – подвижность ионов, индекс 1 соответствует положительным, а 2 – отрицательным ионам, v_k – скорость движения капли, а E – напряженность электрического поля. Когда осуществляется обратное неравенство $v_k > \mu_{1,2}E$, то под влиянием электрического поля капли поляризуются и происходит селективная абсорбция ионов воздуха [3,4]. Тогда заряд капли Q определяется по формуле

$$Q = a_0 r^2 E, \quad (1)$$

где a_0 – некоторая постоянная, r – радиус больших капель.

В работах [8-10] приведены формулы, обобщающие эти два механизма. Изменение заряда капли определяется следующим уравнением:

$$\frac{dQ}{dt} = \beta_1(Q, E, T, \dots) - \beta_2(Q, E, T, \dots), \quad (2)$$

где

$$\beta_{1,2} = I_{1,2} \left(1 + \frac{\eta}{4\pi n_{1,2} e \mu_{1,2}} I_{1,2} \right), \quad (3)$$

$$I_{1,2} = Q \frac{\exp(\mp Q/2Q_T)}{2 \operatorname{sh}(Q/2Q_T)} 4\pi n_{1,2} e \mu_{1,2}, \quad (4)$$

$Q_T = Tr/e$, T – температура газа, e – элементарный заряд, $n_{1,2}$ – концентрация положительных и отрицательных ионов в газе, $\eta = Er^2/Q_T$. Можно показать, что при $\eta \ll 1$ уравнение (2) переходит в уравнение диффузионной зарядки капли, а при $\eta \gg 1$ из (2) получается (1).

В [11], исходя из физических представлений, приведено общее уравнение зарядки для одной капли

$$\frac{dQ}{dt} = e \int_s \mathbf{f} ds, \quad (5)$$

где

$$\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{\partial n}{\partial t},$$

\mathbf{f} – вектор плотности потока ионов на капле, s – поверхность капли, $n = n_1 + n_2$ – полная концентрация ионов в воздухе, причем n_1 – положительных, а n_2 – отрицательных, V – объем капли. Теперь (5) дает

$$\frac{dQ}{dt} = e \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV. \quad (6)$$

Ниже будет показано, что из (6), как частный случай можно получить формулы селективного и диффузионного механизмов зарядки капель.

Известно, что электризация капель зависит от их радиуса, а этот радиус изменяется из-за конденсации и коагуляции, причем последняя существенно влияет также и на изменения заряда капли. При коагуляции часто маленькие капли, сталкиваясь с большими, отдают полностью (при слиянии) или частично заряд большим каплям, таким образом увеличивая заряд и радиус больших капель. Следовательно, следует учесть при зарядке облака также коагуляцию.

В работах [6,7,12] указано, что при замерзании больших капель на них появляются заряды, которые также могут иметь существенное значение при электризации капель. Согласно [12], заряд замерзающей большой капли определяется формулой

$$Q_3 = at, \quad (7)$$

где a – коэффициент, зависящий от температуры замерзания, содержания в капле примесей и средних долей льда в капле, m – масса капли.

Из анализа вышесказанного следует, что при электризации существенна величина радиуса капель. На увеличение радиуса существенно влияет конденсация, поэтому следует учесть также конденсацию паров на капле.

Из-за различных процессов в облаке происходит разделение зарядов, которому способствуют внешнее электрическое поле, разная подвижность заряженных капель и ионов, вынос заряженных атомов и капель из облаков конвективным движением и другие процессы. В качестве препятствующих факторов можно указать возникновение токов, турбулентное движение и другие факторы. Эти явления описаны в монографиях [5-7]. Представляется важным указать на существование многослойной структуры электрического поля в облаке, а также на мелкомасштабные ячейки с большим электрическим зарядом. Последние быстро восстанавливают свое электрическое поле после молнии [5,13]. Интересное объяснение пытается дать этому эффекту автор статьи [13], предполагая о существовании неустойчивостей, в частности, пучковой неустойчивости, приводящей в определенных условиях к отрицательной дифференциальной электропроводности. Однако в этой работе не учитывается много других факторов, действующих в облаках, например, коагуляция, конденсация.

Общим недостатком всех цитируемых работ является раздельное рассмотрение всевозможных механизмов и ситуаций, тогда как в реальных случаях в природе все они существуют одновременно, взаимосвязанно. Нет общей системы уравнений, описывающих все факторы и взаимовлияние различных процессов при образовании, электризации и развитии облаков.

Таким образом, наша цель – записать общую систему уравнений, описывающих движение смеси газа и капель с учетом различных процессов в облаках: конденсации паров на каплях, коагуляции капель, электризации капель и газа, вязкость газа, что является основной задачей настоящей работы.

2. Основные уравнения

Рассмотрим смесь газ–жидкость, причем будем считать, что газ является сплошной, слабо ионизированной средой. Здесь жидкость является капельной системой с различными размерами капель, висящей в воздухе. Там есть насыщенный и ненасыщенный пар, который конденсируется на каплях. Сами капли частично замерзающие. Кроме диффузионного движения, есть также направленное движение газа. В результате этого движения, капли увлекаются воздушным потоком, но имеют скорость движения, отличную от скорости газа [11]. Капли бывают большие и маленькие, при этом большие капли под влиянием притяжения Земли совершают также вертикальное движение, двигаясь к земной поверхности.

В результате движения ионизированного воздуха капли ионизируются. Капли при коагуляции обмениваются зарядами. Они заряжаются также при замерзании.

Учитывая эти представления, уравнения, описывающие процессы, в том числе

электрические, в облачной атмосфере можно представить в виде

$$\xi \rho_1 \frac{d_1 \mathbf{v}_k}{dt} + (1-\xi) \rho_2 \frac{d_2 \mathbf{v}_2}{dt} = -\Delta p + e(n_1 - n_2) \mathbf{E} + [\xi \rho_1 + (1-\xi) \rho_2] \mathbf{g}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \text{div} \rho_2 \mathbf{v}_2 = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \text{div} \rho_n \mathbf{v}_2 = -\sigma(\rho_n - \rho_s) + q, \quad (10)$$

$$c_p \rho_2 \frac{d_2 T}{dt} = \frac{d_2 p}{dt} + L\sigma(\rho_n - \rho_s) + U, \quad (11)$$

$$\frac{d_1 r}{dt} = \frac{D}{r \rho_1} (\rho_n - \rho_s) + M + \frac{G_1}{r^2} \frac{d_1 N}{dt}, \quad (12)$$

$$p = R \rho_2 T, \quad (13)$$

$$\sigma = 4\pi(r_1 N + r N_1) D, \quad (14)$$

$$\rho_1 \frac{d_1 \mathbf{v}_k}{dt} = \frac{9\mu}{2r^2} (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_k) + \rho_2 \frac{d_2 \mathbf{v}_2}{dt} + \frac{1}{2} \rho_2 \left(\frac{d_2 \mathbf{v}_2}{dt} - \frac{d_1 \mathbf{v}_k}{dt} \right) + \frac{3Q}{4\pi r^3} \mathbf{E} + \rho_1 \mathbf{g}, \quad (15)$$

$$\frac{d_2 n_{1,2}}{dt} + \text{div} (\pm n_{1,2} \mu_{1,2} \mathbf{E} - D_{1,2} \text{grad} n_{1,2}) = -\beta n_1 n_2 + \Phi_0 - \frac{1}{e} \left(\frac{N r_1^2}{r^2} + N_1 \right) I_{1,2}, \quad (16)$$

$$\frac{d_1 Q}{dt} = \left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_1 + \left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_{\text{coag}} + \left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_{\text{freez}}, \quad (17)$$

$$\left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_1 + Q \text{div} \mathbf{v}_k = \frac{4\pi e r^3}{3} \frac{\partial (n_1 - n_2)}{\partial t}, \quad (18)$$

$$\left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_{\text{coag}} = K N q_c - K N B Q - 4\pi \sigma_1 Q, \quad (19)$$

$$\left(\frac{d_1 Q}{dt} \right)_{\text{freez}} = a \frac{dm}{dt} = 4\pi r^3 \rho_1 a \frac{d_1 r}{dt}, \quad (20)$$

$$\text{div} \mathbf{E} = 4\pi [\varepsilon_1 (N q_1 + N_1 Q) + (n_1 - n_2) e], \quad (21)$$

$$\frac{d_1 N}{dt} + N \text{div} \mathbf{v}_k = K N^2 - G N, \quad (22)$$

$$K = \frac{1}{6\pi\mu} \left[-Q q_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r} \right) + g (4\pi)^2 \rho_1 (r - r_1) \frac{(r + r_1)^2}{3} + 4\pi \mu (r_1 + r)^2 + 4\pi (r_1 + r)^2 E \left(\frac{Q}{r} - \frac{q_1}{r_1} \right) \right]. \quad (23)$$

В уравнениях (8)-(22) сделаны следующие обозначения: ξ – водность, ρ_1 и ρ_2 –

плотности жидкости и газа, g – ускорение силы тяжести, v_2 – скорость движения газа, ρ_s и ρ_n – плотности насыщенных и ненасыщенных паров, r и r_1 – радиусы больших и малых капель, D , D_1 и D_2 – коэффициенты диффузии пара, положительных и отрицательных ионов воздуха, N и N_1 – соответственно, концентрации маленьких и больших капель, t – время, p – давление в среде, μ – коэффициент динамической вязкости воздуха, Q – заряд большой капли, β – коэффициент рекомбинации ионов, ϕ_0 – коэффициент ионообразования, K – константа коагуляции, G – коэффициент коагуляции, G_1 – коэффициент, обуславливающий увеличение радиуса капель из-за коагуляции, B – доля заряда, передаваемая от больших капель к малым, σ_1 – электропроводность воздуха, q, U, M – источники пара и тепла, производства капель, определяемые из уравнений (8), (9) и (10) в невозмущенном состоянии, q_1 – заряд маленьких капель, ϵ_1 – диэлектрическая проницаемость жидкости, L – удельная теплота конденсации, R – газовая постоянная, c_p – теплоемкость, $d_1/dt = \partial/\partial t + v_k \nabla$, $d_2/dt = \partial/\partial t + v_2 \nabla$.

Предполагается, что капли имеют шаровую форму, а ρ_n есть функция $\rho_n = \rho_n(T, Q, E, r)$ [15].

В кинетическом уравнении (22) в общем случае должен быть интеграл столкновений (см., например, [11,16]). Решать в таком виде кинетическое уравнение представляет значительную математическую трудность. Поэтому предполагается, что константа коагуляции постоянна [11,16]; тогда интеграл столкновений удастся посчитать. Причем с учетом акустического поля правая часть примет вид, написанный в уравнении (18) [11,14].

Предполагается, что коагулируют многочисленные маленькие частицы на большие, причем $N \square N_1$ и $N_1 = \text{const}$. Коагуляция существенно увеличивает радиус и заряд больших капель, а для маленьких капель эти изменения малы и можно считать их радиус и заряд постоянными. Тогда, подобно изложенному в [11], для K можно получить выражение (23), где учитываются кулоновское взаимодействие между каплями, электрические и гравитационные поля и направленное движение воздуха, а изменение заряда Q из-за коагуляции, следуя [5,17], записывается в виде (19).

Уравнение (18) получится из (6), если использовать теорему о среднем, вывести $\partial n/\partial t$ из-под знака интеграла и учесть шарообразную форму капли.

Из (18) видно, что подставляя из уравнений (16) $n_{1,2}$ в (18), можно получить уравнения для dQ/dt , где, кроме слагаемых в (2), есть также слагаемые, отсутствующие в нем.

Уравнение (20) получится из (7), если учесть шарообразную форму капель.

Уравнения (8) и (15) описывают движение капель и воздуха. Уравнения (9)-(14) написаны аналогично представленному в статье [14], с учетом электрических сил. Уравнения (16) показывают изменение количества положительных и отрицательных ионов в воздухе. В отличие от аналогичных уравнений из [2,8], здесь учтен тот факт, что к большим каплям из-за большой поверхности прилипает больше ионов, чем к маленьким, поэтому в уравнении (16), вместо значения концентрации капель у множителя $I_{1,2}$ в статьях [2,8], берется средняя по большим и малым каплям концентрация $(Nr_1^2 + N_1r^2)/(r_1^2 + r^2) \approx Nr_1^2/r^2 + N_1(r_1 \square r)$.

3. Линеаризованная система и дисперсионное уравнение

Исследование ограничивается одномерным приближением, считается, что есть только вертикальное движение, т.е. предполагается $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. Все величины представляются в виде $v_k = v_{0k} + v'_{kk}$, где v_{0k} – невозмущенная величина, а штрихованная – возмущения, причем малые, так что можно ограничиться линейным приближением. Невозмущенные величины определяются из системы уравнений нулевого приближения, которая получится из (8)-(22), если положить $\partial/\partial t = \partial/\partial x = \partial/\partial y = \partial/\partial z = 0$. Для простоты записи в дальнейшем при всех возмущениях опустим штрихи.

Итак, получается следующая система линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \xi \rho_1 \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) + (1-\xi) \rho_{02} \left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_{02} \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + (n_{10} - n_{20})E + (n_1 - n_2)E_0 + (1-\xi)\rho_2 g, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + v_{20} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \rho_{20} \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \rho_n}{\partial x} + \rho_{0n} \frac{\partial v_2}{\partial x} = -4\pi D \left[(r_1 N + r N_1)(\rho_{0n} - \rho_{0s}) + (\rho_n - \rho_s)(r_1 N_0 + r_0 N_1) \right], \quad (26)$$

$$\begin{aligned} c_p \rho_{20} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_{20} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + v_{20} \frac{\partial p}{\partial x} + \\ + 4\pi D L \left[(r_1 N + r N_1)(\rho_{0n} - \rho_{0s}) + (\rho_n - \rho_s)(r_1 N_0 + r_0 N_1) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{D}{r_0 \rho_1} \left[\rho_n - \rho_s - \frac{r}{r_0} (\rho_{0n} - \rho_{0s}) \right] + \frac{G_1}{r_0^2} \left(\frac{\partial N}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial N}{\partial x} \right), \quad (28)$$

$$\sigma = 4\pi D (r_1 N + r_0 N_1), \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) = \frac{9\mu}{2r_0^2} \left[-\frac{2r}{r_0} (v_{20} - v_{k0}) + v_2 - v_k \right] + \\ + \frac{3}{2} \rho_{20} \left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_{20} \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} \rho_{20} \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) + \frac{3}{4\pi r_0^3} \left(-\frac{3r Q_0 E_0}{r_0} + Q E_0 + Q_0 E \right), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} + v_{20} \frac{\partial n_{1,2}}{\partial x} \mp \mu_{1,2} \left(n_{10,20} \frac{\partial E}{\partial x} + E_0 \frac{\partial n_{1,2}}{\partial x} \right) - D_{1,2} \frac{\partial^2 n_{1,2}}{\partial x^2} = \\ = -\beta (n_{10} n_2 + n_1 n_{20}) + \mu_{1,2} \frac{4\pi}{e} \left[n_{10,20} \frac{T_0 r_1^2}{r_0} \left(N' - \frac{2N_0 r}{r_0} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{r_1^2}{r_0^2} N_0 + N_1 \right) (n_{10,20} T_0 r + n_{10,20} r_0 T + r_0 T_0 n_{1,2}) \right], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial Q}{\partial x} = -Q_0 \frac{\partial v_k}{\partial x} + \frac{4\pi e}{3} r_0^3 \left[\frac{\partial(n_1 - n_2)}{\partial t} + \right. \\ \left. + (q_{av} - B_3 Q_0) K_0 N - Q(N_0 B_3 K_0 + 4\pi\sigma_1) + 4\pi a \rho_1 r_0^2 \left(\frac{\partial r}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial r}{\partial x} \right) \right], \quad (32)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + v_{k0} \frac{\partial N}{\partial x} = -K_0 N_0 N - \frac{1}{2} N_0^2 - G(N_0 + N) - N_0 \frac{\partial v_k}{\partial x} = \\ = -2K_0 N_0 N - GN - N_0 \frac{\partial v_k}{\partial x}, \quad (33)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi \left[\varepsilon_1 (N_0 + N) q_1 + N_1 (Q_0 + Q) + (n_{10} - n_{20}) e + (n_1 - n_2) e \right] = \\ = 4\pi \left[q_1 \varepsilon_1 N + N_1 Q + (n_1 - n_2) e \right]. \quad (34)$$

Функция $\rho_s(T, r, Q, E)$ разлагается в ряд по возмущениям:

$$\rho_s = \frac{\partial \rho_s}{\partial T_0} T + \frac{\partial \rho_s}{\partial r_0} r + \frac{\partial \rho_s}{\partial Q_0} Q + \frac{\partial \rho_s}{\partial E_0} E.$$

В выражении (4) принято [13] $Q/2Q_T \ll 1$, тогда

$$\exp\left(\mp \frac{Q}{2Q_T}\right) \approx 1, \quad \text{sh}\left(\frac{Q}{2Q_T}\right) \approx \frac{Q}{2Q_T}.$$

Решение уравнений системы (20)-(30) ищется в виде $A_j \exp[i(kx - \omega t)]$, где A_j – постоянные амплитуды всех параметров. После подстановки их в уравнения получится система алгебраических уравнений для амплитуд. Приравнивая нулю их детерминант, имеющий двенадцатый порядок, получаем дисперсионное уравнение, дающее связь между k и ω . Изучение детерминанта двенадцатого порядка ввиду его громоздкости представит предмет отдельной статьи.

Таким образом, в данной работе впервые выведена система нелинейных уравнений, описывающая движение и электризацию облачной атмосферы с учетом всех известных физических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Ф.Друкарев.** Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **8**, 330 (1944).
2. **Г.Ф.Друкарев.** Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **9**, 94 (1945).
3. **С.Т.Уилсон.** J. Franklin Inst., №1, 1 (1929).
4. **F.Y.Whipple, J.A.Chalmers.** Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **70**, 103 (1944).
5. **И.М.Имянитов, Е.В.Чубарина, Я.М.Шварц.** Электричество облаков. Л., Гидрометеоздат, 1971.
6. **Н.В.Красногорская.** Электричество нижних слоев атмосферы и методы его измерения. Л., Гидрометеоздат, 1972.
7. **Б.Дж.Мейсон.** Физика облаков. Л., Гидрометеоздат, 1961.
8. **С.М.Анисимов, Е.А.Мареев, А.Е.Сорокин, Н.Н.Шихова, Э.М.Дмитриев.** Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, **39**, 58 (2003).
9. **В.У.Лиу, А.Карадия.** J. Aerosol Sci., **9**, 227 (1978).
10. **J.D.Klett.** J. Atmospheric Sci., **28**, 78 (1971).

11. **И.П.Верещагин, В.И.Левитов, Г.З.Мирзабекян, М.М.Пашин.** Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., Энергия, 1974.
12. **А.Х.Аджиев, А.В.Шаповалов.** Труды ВГИ, Физика облаков и активное воздействия на градовые процессы. М., Гидрометеиздат, вып. **83**, 3 (1991).
13. **В.Ю.Трахенгерц.** ДАН СССР, **308**, 584 (1989).
14. **А.Г.Багдоев, А.В.Шекоян.** Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 247 (2003).
15. **С.Н.Нетреба.** Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, **34**, 817 (1988).
16. **А.Х.Хргиян.** Физика атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1969.
17. **G.Frier.** Monthly Weather Rep., **95**, 843 (1967).

ԱՄՊԱՅԻՆ ՄԹՆՈԼՈՐՏՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐԱԶՍՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Գ. ԲԱԳԴՈՅԵՎ, Ա.Վ. ՇԵԿՈՅԱՆ

Գրված են թույլ էլեկտրականացված գազի շարժման ընդհանուր հավասարումները, երբ գազը պարունակում է լիցքավորված հեղուկի կաթիլային համակարգ: Հավասարումներում հաշվի են առնված գոլորշու կոնդենսցումը կաթիլների վրա, գազի և կաթիլների էլեկտրականացման պրոցեսը, կաթիլների կոագուլյացիան:

THEORY OF ELECTROACOUSTIC WAVES IN CLOUD ATMOSPHERE

A.G. BAGDOEV, A.V. SHEKOYAN

A general system of equations for motion of a weakly charged gas mixture with a charged drop system is obtained. In calculations the condensation of vapors on drops, the process of electrization of gas and drops, and the coagulation of drops are taken into account.