

УДК 539.1

ТЕОРИЯ АДИАБАТИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ КОНДЕНСАЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ОПТИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ

Г.А. МУРАДЯН, А.Ж. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 6 декабря 2006 г.)

Вычислена критическая температура бозе-эйнштейновской конденсации идеального бозе-газа при наличии внешнего периодического потенциала, в одном, двух или трех направлениях. Ряд сделанных приближений дает возможность показать, что единственным параметром, определяющим критическую температуру конденсации, является ширина нижней энергетической зоны с прямой пропорциональностью одной третьей степени этой ширины для каждого направления периодичности внешнего потенциала. Тем самым доказывается и ранее полученный с помощью численных расчетов результат о том, что углубление периодического потенциала (приводящее, как известно, к сужению энергетических зон) приводит к понижению критической температуры. Подчеркнута основополагающая роль квантового туннелирования в установлении этой закономерности.

1. Введение

Сверхохлажденный газ в бозе-эйнштейновском конденсированном состоянии обладает рядом уникальных свойств, благодаря которым он стал предметом исследований очень широкого фронта [1]. Интерес как с фундаментально-научной, так и с прикладной точек зрения, обусловлен в первую очередь макроскопическим характером волновой функции для конденсированного состояния вещества, а именно, тем, что пространственно-временная эволюция всего конденсата описывается одной квантовомеханической волновой функцией.

В настоящее время сверхохлажденные газы локализуются и удерживаются в определенной части пространства исключительно с помощью внешних полей. Расчеты показывают, что наличие этих потенциалов пленения существенно влияет и на характеристики конденсата, в частности, на значение температуры перехода газа из нормального в бозе-конденсированное состояние, ниже которой в газе начинается установление когерентности макроскопических размеров. Нелишне здесь отметить, что именно предсказанный рост критической температуры плененного газа относительно свободного состояния сделал возможным получение конденсированного состояния с помощью техники испарительного охлаждения и метода лазерного охлаждения чуть более десяти лет тому назад. Критическая температура конденсации (T_c), однако, не всегда повышается при наличии внешнего потенциала. В работе [2] было показано, что если внешнее поле является строго периодическим в пространстве, то T_c не увеличивается, а уменьшается относительно значения свободного состояния, причем при асимптотическом углублении потенциала

температура T_c стремится к нулю. Результат был получен на основе численных расчетов, но физического объяснения такому поведению не было дано. Понижение температуры в области относительно больших глубин периодического потенциала, созданного стоячей волной лазерного излучения вне линий поглощения, было наблюдеено и экспериментально [3]. В дальнейшем нам удалось [4], исходя из поведения расстояния между низколежащими энергетическими уровнями поступательного движения атома, дать наглядную физическую интерпретацию зависимости температуры T_c идеального газа от параметров внешнего потенциала пленения. В случае строго периодического потенциала эту роль, естественно, берут на себя ширины низколежащих энергетических зон, расстояния между ними и в первую очередь ширина наинизшей зоны.

В настоящей работе мы идем дальше. Используя некоторые не очень жесткие математические приближения, мы выводим явное выражение для температуры T_c как функции от параметров системы. Оно, во-первых, обосновывает физические соображения [4] о поведении температуры T_c при адиабатически медленном изменении глубины внешнего пространственно-периодического потенциала и конкретизирует вид этого поведения. При этом впервые будут последовательно рассмотрены и случаи, когда в трехмерном пространстве периодические потенциалы создаются в двух взаимно-ортогональных направлениях (одно остается свободным) или во всех трех сразу. Во-вторых, полученные окончательные формулы настолько просты, что совсем нетрудно будет, мы надеемся, проверить их и на эксперименте. Следует добавить к сказанному, что на практике пространственно-периодические потенциалы легко создаются и называются оптическими решетками. С положением вещей в этой стремительно развивающейся отрасли на стыке атомной, лазерной и статистической физики можно ознакомиться, например, в [5].

2. Статфизическая задача идеального газа в поле одномерно-, двумерно- или трехмерно-периодического потенциала

Воздействие на поступательное движение атомов и молекул оптическими полями лазерного излучения представляется как результат обмена импульсом при поглощении и излучении фотонов. Это означает, что эволюция состояния поступательного движения атома (молекулы) неразрывно связано с эволюцией внутренних характеристик и понятие потенциала для движения центра тяжести атома (молекулы) в общем случае не является строго определяемой величиной. В условиях отсутствия спонтанных процессов релаксации между энергетическими уровнями атома оказывается возможным ввести некий аналог потенциала для каждого внутреннего энергетического состояния, возмущаемого внешним электромагнитным полем. Отсюда следует важное для рассматриваемого круга задач следствие: если атом почти все время взаимодействия будет находиться на одном из внутренних энергетических уровней (например, на основном), что равносильно предположению об исключительно виртуальном характере квантовых переходов из этого состояния в другие внутренние состояния и между последними, то потенциал для указанного внутреннего энергетического уровня выступит и как потенциал для центра тяжести всего атома. Эти условия на практике реализуются очень просто. Достаточно частоту лазерного излучения выбрать далеко от основной линии (или группы линий) атомного поглощения, чтобы обеспечить виртуальность переходов, но так, чтобы не занулить вероятности виртуальных переходов и тем самым глубину потенциала взаимодействия. (Количественные характеристики для формулировки этих условий можно найти в любом учебнике по лазерной фи-

зике и спектроскопии.) В рамках данной статьи мы будем рассматривать именно "однопотенциальный" случай. Кроме того, будем считать, что при наличии стоячих волн в двух или трех направлениях созданные ими потенциалы для поступательного движения атома просто складываются.

Основополагающее соотношение статистической механики большого канонического ансамбля, связывающее химический потенциал μ с числом частиц (атомов) N в системе и с объемом V [6], в рассматриваемых условиях может быть записано в виде

$$\frac{k^3 V}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dP_X \int_{-\infty}^{\infty} dP_Y \int_{-\infty}^{\infty} dP_Z \frac{1}{\exp \left[\frac{\varepsilon_X(P_X) + \varepsilon_Y(P_Y) + \varepsilon_Z(P_Z) - \mu}{\kappa_B T} \right]} = N, \quad (1)$$

где P_j ($j = X, Y, Z$) – импульс (или квазиимпульс) центра тяжести атома. Для удобства расчетов все входящие в интегралы величины представлены в безразмерной форме; импульс (квазиимпульс) нормирован на импульс отдачи $2\hbar k$, где k – волновой вектор каждой из встречных волн, образующих стоячую волну, а химический потенциал μ , энергии $\varepsilon_j(P_j)$ и тепловая энергия $\kappa_B T$ нормированы на энергию отдачи $E_r = (2\hbar k)^2 / 2M$, где M – масса атома. Например, при свободном движении имеем дисперсионную связь $\varepsilon(P) = P^2$. Формула (1) предполагает также расширенное представление дисперсионной связи энергия–квазиимпульс.

А. Случай одномерного периодического потенциала. Интегралы по двум свободным направлениям вычисляются элементарно и мы получаем

$$-2 \frac{k^3 V \kappa_B T}{\pi^2} \int_0^{\infty} dP \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{\mu - \varepsilon(P)}{\kappa_B T} \right] \right\} = N. \quad (2)$$

Интегрирование по квазиимпульсам представим теперь как сумму интегралов по бриллюэновским зонам (индексом суммирования будет m) и одновременно разложим логарифм в сходящийся ряд Тейлора относительно экспоненты (индексом суммирования будет n). Меняя далее последовательность суммирований с интегрированием, будем иметь

$$2 \frac{k^3 V \kappa_B T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left(n \frac{\mu}{\kappa_B T} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \int_{(m-1)/2}^{m/2} dP \exp \left[-n \frac{\varepsilon(P)}{\kappa_B T} \right] = N. \quad (3)$$

Сконцентрируем внимание на интегральном члене и представим дисперсионное соотношение, например, для бипараболической формы периодического потенциала:

$$\cos(2\pi P) = 1 + 2G_{11}(\varepsilon)G_{22}(\varepsilon) \quad (4)$$

(явные выражения функций $G_{11}(\varepsilon)$ и $G_{22}(\varepsilon)$ нет необходимости приводить; их можно найти в [2]).

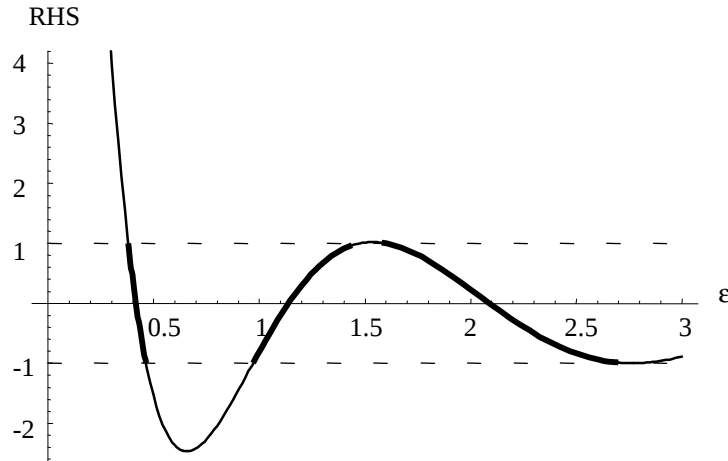


Рис.1. Зависимость правой стороны соотношения (4) от нормированной энергии ε , когда глубина потенциала равна энергии отдачи E_r . Жирные линии соответствуют разрешенным зонам энергии.

Характерной особенностью соотношений типа (4), как хорошо известно из теории периодических систем, является то, что не все действительные значения ε удовлетворяют этому соотношению, а лишь так называемые разрешенные. Нелишне напомнить процедуру определения этих значений, поскольку она будет использована для построения нашего приближения. На рис.1 представлена правая сторона (right-hand side – RHS) соотношения (4) как функция от ε . Соотношению (4) удовлетворяют и потому физический смысл энергии имеют те значения ε на оси абсцисс, для которых значения ординат находятся в пределах от -1 до $+1$ (эти участки показаны жирными линиями). Как видно, они заполняют некую последовательность областей, которые известны как разрешенные энергетические зоны. В основном соотношении (3) функция $\varepsilon(P)$ задается графиками внутри разрешенных зон, где функциональная зависимость относительно проста. Сильно искривленные области графика находятся вне энергетических зон, не имеют физического смысла и поэтому не присутствуют в соотношении (3). Конкретизируем также, что в интеграл во внутренней сумме с $m = 1$ входит кусок $\varepsilon(P)$ из первой зоны, с $m = 2$ – из второй зоны и т.д. Обратим теперь внимание на то, что зависимость $\varepsilon(P)$ в первой зоне почти линейна, а в более высоких зонах отклонения от линейности монотонно увеличиваются, но не очень быстро. Наше приближение для вычисления этих интегралов заключается в замене указанной (P -зависимости в пределах каждой зоны прямой линией. При этом мы исходим из того, что усиление отхода от линейной зависимости $\varepsilon(P)$ сопровождается достаточно быстрым (экспоненциальным) уменьшением вклада соответствующих им членов в соотношение (4), что является прямым следствием предположения о состоянии теплового равновесия газа.

Если крайние значения энергии в m -ой зоне обозначить через $\varepsilon_{\min}^{(m)}$ и $\varepsilon_{\max}^{(m)}$, то после указанной линеаризации дисперсионное соотношение (4) запишется в виде

$$\varepsilon(P) = \frac{\varepsilon_{\max}^{(m)} + \varepsilon_{\min}^{(m)}}{2} + (-1)^m \frac{\varepsilon_{\max}^{(m)} - \varepsilon_{\min}^{(m)}}{2} \cos(2\pi P), \quad (5)$$

а интеграл в (3) вычисляется, выражаясь модифицированной функцией Бесселя нулевого порядка $I_0(x)$ с экспоненциальным предмножителем. В результате мы приходим к новому, более простому виду для основного статфизического соотношения:

$$\frac{k^3 V \kappa_B T_c}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left(-n \frac{\bar{\varepsilon}^{(m)} - \varepsilon_{\min}^{(1)}}{\kappa_B T_c} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m)}}{2 \kappa_B T_c} \right) \right) = N, \quad (6)$$

где через $\bar{\varepsilon}^{(m)} = (\varepsilon_{\max}^{(m)} + \varepsilon_{\min}^{(m)})/2$ обозначено среднее значение энергии в m -ой зоне, а через $\delta^{(m)} = \varepsilon_{\max}^{(m)} - \varepsilon_{\min}^{(m)}$ – ширина этой зоны. Вклад каждой энергетической зоны в это выражение определяется уже одномерным рядом, что очень удобно для численных расчетов. Тем не менее следует специально остановиться на вопросе сходимости этого ряда. Как хорошо известно из теории, ряд от $1/n$ (что является первым множителем в рассматриваемом ряде) расходится, но любое, сколь угодно малое усиление этого закона погашения делает ряд сходящимся. Химический потенциал, который входит во второй, экспоненциальный множитель, по определению не может превосходить минимальное значение энергетического спектра, то есть заведомо $\mu < \bar{\varepsilon}^{(m)}$ для всех m , и следующий множитель экспоненциально затухает при росте n . Поэтому для окончательного выяснения вопроса следует обратиться к асимптотическому виду модифицированной функции Бесселя при больших значениях аргумента:

$$I_0 \left(n \frac{\delta^{(m)}}{2 \kappa_B T} \right) \approx \frac{\sqrt{2 \kappa_B T}}{\sqrt{2 \pi n \delta^{(m)}}} \exp \left(n \frac{\delta^{(m)}}{2 \kappa_B T} \right), \quad (7)$$

реализующемуся при больших, простирающихся до бесконечности значений n . Это означает, что асимптотическое поведение упомянутой суммы определяется видом

$$\sum_{\text{large } n} \frac{1}{n^{3/2}} \exp \left[-\frac{n}{\kappa_B T_c} (\varepsilon_{\min}^{(m)} - \mu) \right]. \quad (8)$$

А эта сумма, очевидно, сходится для любого физически допустимого значения $\mu \leq \varepsilon_{\min}^{(m)}$. Таким образом, соотношение (6) является корректно определенным с математической точки зрения и удобным видом для вычисления функциональной зависимости μ от T с любой, наперед заданной точностью. В частности, критическая температура будет определяться подстановкой крайнего значения $\mu = \varepsilon_{\min}^{(1)}$:

$$\frac{k^3 V \kappa_B T_c}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(-n \frac{\bar{\varepsilon}^{(m)} - \varepsilon_{\min}^{(1)}}{\kappa_B T_c} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m)}}{2 \kappa_B T_c} \right) \right) = N. \quad (9)$$

Из общих принципов теории бозе-эйнштейновской конденсации [6] прямо следует, что для температур ниже критической, $T < T_c$, в соотношении (6) под N следует понимать не полное число атомов, а лишь неконденсированных ($N \rightarrow N_{\text{nc}}$), подставляя при этом значение химического потенциала $\mu = \varepsilon_{\min}^{(1)}$, соответствующее критической температуре. Число конденсированных атомов, естественно, вычисляется вычитанием N_{nc} из общего числа N : $N_c = N - N_{\text{nc}}$.

Вернемся теперь к формуле (7) и используем ее уже не для обоснования сходимости ряда, а для замены (6) приближенным, еще более простым видом. Действительно, формула (7) может быть использована и для малых значений l , начиная с $l = 1$, если, во-первых, $\kappa_B T \ll \delta^{(1)} / 2$, т.е. если тепловая энергия атома существенно меньше полуширины первой, наиболее узкой энергетической зоны (вблизи критической температуры и даже ниже это условие хорошо выполняется для экспериментов [7], проводимых с лазерными стоячими волнами оптического диапазона). Выполнение этого условия все же необязательно и приближенный расчет суммы по l можно провести с использованием (7) и тогда, когда вклад первых членов суммы, для которых еще не выполнено условие $n\delta^{(m)} / 2\kappa_B T \gg 1$, оказывается малым. Не вдаваясь в подробности, отметим только, что для вышеуказанной замены вполне достаточно выполнение условия

$$\frac{\pi^2 N}{k^3 V \kappa_B T} > \frac{2\kappa_B T}{\delta^{(m)}}. \quad (10)$$

После подстановки (7) в (6) ряд по l вычисляется, выражаясь через вырожденную гипергеометрическую функцию $\Phi(a, 3/2; 1)$, и мы получаем основное статфизическое соотношение в более простом виде:

$$\frac{k^3 V}{\pi^{5/2}} (\kappa_B T) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\delta^{(m)}}} \exp\left(-\frac{\epsilon_{\min}^{(m)} - \mu}{\kappa_B T}\right) \Phi\left(e^{-(\epsilon_{\min}^{(m)} - \mu)/\kappa_B T}, \frac{3}{2}; 1\right) = N. \quad (11)$$

Критическая температура из него определяется, как и раньше, заменой $\mu = \epsilon_{\min}^{(1)}$. Примечательным в этом выражении является то, что населенности энергетических зон входят в виде отдельных слагаемых с левой стороны. Это означает, в частности, что если ограничиться однозонным приближением (сохранить только член с $m = 1$), что хорошо выполняется в широком классе экспериментов по БЭК в оптических решетках [7], то получим элементарное соотношение для T_c . Чтобы сделать более наглядным его вид, целесообразно ввести понятие первой энергетической зоны для (почти) свободного газа, то есть в пределе, когда зоны, расширяясь, примыкают друг к другу у бриллюэновских границ квазиимпульсов. Если ширину этой зоны обозначить через $\delta_{\text{free gas}}^{(1)}$ (в нормированных единицах она равна 1/4), а критическую температуру свободного идеального газа [6] – через T_c^0 , то она запишется в виде

$$T_c = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2/3} \left[\frac{\delta^{(1)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} T_c^0. \quad (12)$$

Эта формула, которая является одним из основных результатов данной работы, не только обосновывает ранее полученный из физических соображений результат [4] о том, что при увеличении глубины периодического потенциала критическая температура падает, так как ширина энергетической зоны $\delta^{(1)}$ уменьшается с углублением потенциала, но и показывает, что это уменьшение происходит по очень простому закону: пропорционально одной третьей степени ширины первой зоны.

Приближенный характер формулы (12) можно увидеть в том, что при переходе к пределу свободного газа $\delta^{(1)} \rightarrow \delta_{\text{free gas}}^{(1)}$ критическая температура T_c стремится не к T_c^0 , а к $(\pi/2)^{2/3} \approx 1.35$ раза большему значению. Основным из сделанных приближений для области неглубоких потенциалов (глубина в единицах энергии отдачи меньше единицы) является замена дисперсион-

ных кривых прямыми линиями для низколежащих энергетических зон (см. рис.1). С углублением потенциала (уменьшением $\delta^{(m)}$) роль этой причины уменьшается (дисперсионные кривые выпрямляются, начиная с первой энергетической зоны). Увеличивается роль использования асимптотической формулы (7), так как для больших первых членов требуется для нее условие $n\delta^{(m)} / 2\kappa_B T \gg 1$ не выполняется. Внесенная ошибка однозонного приближения для сверхохлажденных газов в любом случае остается малой.

Б. Случаи двумерного и трехмерного периодических потенциалов. Пусть двумерный (трехмерный) периодический потенциал есть сумма двух (трех) периодических потенциалов, каждый из которых является периодическим только в одном из декартовых направлений. Тогда схема расчетов не претерпевает никаких качественных изменений, и мы можем сразу представить окончательные результаты. Основное статфизическое соотношение, например, вместо (6) будет иметь вид

$$\frac{k^3 V \sqrt{\kappa_B T}}{\pi^{5/2}} \sum_{m,m'=1}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \exp \left(n \frac{\mu - \bar{\epsilon}^{(m,X)} - \bar{\epsilon}^{(m',Y)}}{\kappa_B T} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m,X)}}{2\kappa_B T} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m',Y)}}{2\kappa_B T} \right) \right) = N$$

для двумерного случая и

$$\frac{k^3 V}{\pi^3} \sum_{m,m',m''=1}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(n \frac{\mu - \bar{\epsilon}^{(m,X)} - \bar{\epsilon}^{(m',Y)} - \bar{\epsilon}^{(m'',Z)}}{\kappa_B T} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m,X)}}{2\kappa_B T} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m',Y)}}{2\kappa_B T} \right) I_0 \left(n \frac{\delta^{(m'',Z)}}{2\kappa_B T} \right) \right) = N$$

для трехмерного случая. После применения (7) они упрощаются и принимают, соответственно, вид

$$\frac{k^3 V}{\pi^{7/2}} (\kappa_B T)^{3/2} \sum_{m,m'=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\delta^{(m)} \delta^{(m')}}} \exp \left(- \frac{\epsilon_{\min}^{(m)} + \epsilon_{\min}^{(m')} - \mu}{\kappa_B T} \right) \Phi \left(e^{-(\epsilon_{\min}^{(m)} + \epsilon_{\min}^{(m')} - \mu) / \kappa_B T}, \frac{3}{2}; 1 \right) = N$$

и

$$\frac{k^3 V}{\pi^{9/2}} (\kappa_B T)^{3/2} \sum_{m,m',m''=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\delta^{(m)} \delta^{(m')} \delta^{(m'')}}} \exp \left(- \frac{\epsilon_{\min}^{(m)} + \epsilon_{\min}^{(m')} + \epsilon_{\min}^{(m'')} - \mu}{\kappa_B T} \right) \times \\ \times \Phi \left(e^{-(\epsilon_{\min}^{(m)} + \epsilon_{\min}^{(m')} + \epsilon_{\min}^{(m'')} - \mu) / \kappa_B T}, \frac{3}{2}; 1 \right) = N,$$

откуда в одномоновом для каждого направления периодического потенциала приближении следуют такие же элементарные выражения для критической температуры через ширины зон, как и (12), а именно:

$$T_c \approx \left(\frac{\pi}{2} \right)^{4/3} \left[\frac{\delta^{(1,X)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} \left[\frac{\delta^{(1,Y)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} T_c^0 \quad (13)$$

для потенциалов с двумерной, и

$$T_c \approx \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left[\frac{\delta^{(1,X)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} \left[\frac{\delta^{(1,Y)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} \left[\frac{\delta^{(1,Z)}}{\delta_{\text{free gas}}^{(1)}} \right]^{1/3} T_c^0 \quad (14)$$

для потенциалов с трехмерной периодичностью.

3. Заключение

Формулы (12)-(14) представляют основные результаты данной работы. Они показывают, что в достаточно хорошем приближении ширина первой энергетической зоны является единственным параметром, определяющим критическую температуру бозе-эйнштейновской конденсации идеального газа в поле периодического потенциала. Из блоховской теории периодического потенциала хорошо известно, что углубление потенциала быстро сужает энергетические зоны, особенно первую. Поэтому даже в условиях пропорциональности одной третьей степени ширины зоны в случае одномерно-периодического потенциала (согласно формуле (12)-углубление потенциала до $2\div 3E$ оказывается достаточным для понижения критической температуры в два раза. Сопоставление этих формул показывает также, что в однозонном приближении каждое направление периодичности действует как бы независимо, убыстряя тем самым темп зависимости критической температуры от глубины потенциала, когда его периодичность переходит от одномерного к двумерному и трехмерному, соответственно.

Зонная структура разрешенных и запрещенных значений энергии является, как хорошо известно, следствием периодичности пространственного распределения потенциала и соответствующего ей блоховского характера стационарных волновых функций, простирающихся вдоль всего потенциала равномерно. Для представляющих интерес состояний, энергии которых меньше высоты потенциала, блоховские состояния реализуются исключительно квантовым туннелированием через периодический ряд потенциальных барьеров. Тем самым можно сделать заключение об исключительной роли явления туннелирования в полученной закономерности поведения критической температуры БЭК при изменении потенциала. Если исключить возможность туннелирования для квантовых частиц (атомов в нашем случае), то каждый низкоэнергичный атом остался бы захваченным и локализованным только в одной ямообразной области потенциала, как это бывает, например, для гармонического потенциала. Энергетический спектр поступательного движения атома оказался бы дискретным, причем эти уровни удалились бы при углублении потенциала и привели бы к хорошо известному для изолированных ям повышению критической температуры, что было бы прямо противоположно полученному выше.

Один из авторов (А.Ж.М.) благодарит Х.Меткалфа, М.Касевича и участников семинаров их групп за полезные обсуждения результатов. Работа выполнена в рамках тематической программы 0126 МОиН Армении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bose-Einstein condensation in atomic gases, ed. by **M.Inguscio, S.Stringari, C.Wieman**, IOS Press, Amsterdam 1999, **J.R.Anglin, W.Ketterle**. *Nature*, **416**, 211 (2002), **Y.Castin**, arXiv:cond-mat/0105058; **A.J.Leggett**. *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 307 (2001), **C.J.Pethick, H.Smith**. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge, 2004.
2. **А.Ж. Мурадян, Г.Л. Арутюнян**. Изв. НАН Армении. Физика, **35**, 3 (2000).
3. **S.Burger, F.S.Cataliotti, C.Fort, P.Maddaloni, F.Minardi, M.Inguscio**. *Europhys. Lett.*, **57**, 1 (2002).
4. **A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan**. arXiv:cond-mat/0302108.
5. **I.Bloch**. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **38**, s629 (2005). **M.K.Oberthaler, R.Abfalther, S.Bernet, J.Schmiedmayer, A.Zeilinger**. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4980 (1996); **J.L.Cohen, B.Dubetsky, P.R.Berman**. *Phys. Rev. A*, **60**, 4886 (1999); **K.Berg-Sorensen, K.Molmer**. *Phys. Rev. A*, **58**, 1480 (1998); **D.Jaksch, C.Bruder, J.I.Cirac, C.W.Gardiner, P.Zoller**. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 3108 (1998); **S.Burger, F.Cataliotti, C.Fort, F.Minardi, M.Inguscio, M.L.Chiofalo, M.P.Tosi**. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4447 (2001); **F.S.Cataliotti, S.Burger, C.Fort, P.Maddaloni, F.Minardi, A.Trombettoni, A.Smerzi, M.Inguscio**. *Science*, **293**, 843 (2001); **M.Greiner, O.Mandel, T.Esslinger, T.W.Hansch, I.Bloch**. *Nature*, **415**, 6867 (2002); **S.M.Giampaolo, F.Illuminati, G.Mazzarella, S. De Siena**. *Phys. Rev. A*, **70**, 061601(R) (2004); **P.Messignan, Y.Castin**. arXiv:cond-mat/0604232, **P.B.Blakie, A.-M.Rey, A.Bezett**. arXiv:cond-mat/0608522.
6. **К.Хуанг**. Статистическая механика. М., Мир, 1966; **Р.Балеску**. Равновесная и неравновесная статистическая механика. М., Мир, 1978.
7. **J.M.Vogels, K.Xu, C.Raman, J.R.Abo-Shaeer, W.Ketterle**. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 060402 (2002); **T.Stuferle, H.Moritz, C.Schori, M.Kuhl, T.Esslinger**. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 130403 (2004); **L.Fallani, L.De Sarlo, J.E.Lye, M.Modugno, R.Saers, C.Fort, M.Inguscio**. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 140406 (2004); **F.Gerbier, A.Widera, S.Fölling, O.Mandel, T.Gericke, I.Bloch**. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 050404 (2005).

ԻՂԵԱԼԱԿԱՆ ԳԱԶԻ ԲՈԶԵ-ԷՅՆՇՏԵՅՆՅԱՆ ԿՈՆԴԵՆՍԱՑԻԱՅԻ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ
ԶԵՐՄԱՍՏՏԱՆԻ ԱՂԻԱԲԱՏԱՅԻՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՑԱՆՅԵՐՈՒՄ

Գ.Ա. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ներկայացված է իդեալական գազի Բոզե-Էյնշտեյնյան կոնդենսացիայի կրիտիկական ջերմաստճանի հաշվման սխեմա, երբ գազը գտնվում է միաչափ, երկչափ կամ եռաչափ արտաքին պարբերական պոտենցիալներում: Մասնավորապես ցույց է տրված, որ կրիտիկական ջերմաստճանը որոշող հիմնական պարամետրը ամենացածր էներգիական գոտու լայնությունն է: Ստացված է պարզագույն, գոտու լայնության 1/3 աստիճանին համեմատականության, օրինաչափություն: Ընդգծված է թունելացման դերը կոնդենսատի ձևավորման գործընթացում:

THEORY OF CRITICAL TEMPERATURE ADIABATIC CHANGE
FOR THE BOSE–EINSTEIN CONDENSATION
OF AN IDEAL GAS IN OPTICAL LATTICES

G.A. MURADYAN, A.Zh. MURADYAN

We present a scheme of analytical calculations determining the critical temperature and the number of condensed atoms of the ideal gas Bose–Einstein condensation in external potentials with 1D, 2D or 3D periodicity. In particular, we show that the width of the lowest energy band appears as the main parameter determining the critical temperature of condensation. A very simple, proportional to the $1/3$ degree, regularity for this dependence is obtained. The fundamental role of tunneling in physics of condensate establishment is underscored.