Известия НАН Армении, Физика, т.41, №5, с.324-332 (2006)

УДК 539.184

КОГЕРЕНТНЫЕ СУПЕРПОЗИЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ АТОМОВ ПРИ МНОГОФОТОННОМ ВОЗБУЖДЕНИИ В ЛАЗЕРНОМ И ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Б.Р. АВЧЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 декабря 2005 г.)

Исследована возможность получения атомных когерентных суперпозиционных состояний с помощью многофотонного резонансного механизма в лазерных и однородных электрических полях. На основе резонансного приближения получены решения квазиклассических уравнений при многофотонном возбуждении водородоподобного атома в указанных полях, а также представлены некоторые численные расчеты для атома водорода.

1. Введение

Современные лазерные технологии позволяют получить электромагнитные поля, превышающие внутриатомные электрические поля. В этих условиях связанно-связанные, связанно-свободные переходы принимают существенно многофотонный характер. Возрастающий интерес к многофотонным "лазер-атом" взаимодействиям связан с возможностью генерации высоких гармоник и коротковолнового когерентного излучения по схеме связанный-свободный-связанный многофотонных вынужденных переходов [1-4]. С другой стороны, в сильных лазерных полях можно ожидать резонансного возбуждения атомов с помощью многофотонных процессов [5-8]. Как известно, если частота лазерного поля близка к собственной частоте двухуровневого атома, то соответствующими лазерными импульсами можно получить когерентное суперпозиционное состояние [9]. Последнее может привести к различным коллективным эффектам, таким как сверхизлучение, фотонное эхо и т.д. Но получение таких состояний проблематично, если собственная частота атома больше оптических частот. В этом случае задача сводится к многофотонному резонансному возбуждению, осуществление которого даст возможность получить многофотонные коллективные эффекты в высокочастотной области.

Исследование многофотонного резонансного возбуждения для двухуровневого атома вне рамок теории возмущений описано в работе [8], где показано, что даже при сильных лазерных полях атом не успевает многофотонно возбуждаться из-за конкурирующего процесса ионизации. Эта проблема была решена в работе [10], где предложена схема получения когерентных суперпозиционных состояний с помощью многофотонного взаимодействия между сильным лазерным полем и трехуровневым атомом. В рассмотренной схеме атом в возбужденном состоянии должен обладать средним дипольным моментом или же должны существовать возбужденные уровни, между которыми разрешен дипольный переход. В частности, показано, что в не очень сильных лазерных полях возможно многофотонное когерентное возбуждение водородоподобных атомов/ионов, благодаря наличию случайного вырождения по орбитальному моменту в кулоновском поле. Многофотонное возбуждение атомов, приводящее к возникновению когерентных суперпозиционных состояний, имеет важное значение в квантовой оптике и в ее приложениях. В частности, при определенных параметрах возбуждающей волны можно получить суперпозиционное состояние, в котором дипольный момент перехода имеет максимальное значение, и которое даст возможность осуществить коротковолновый сверхизлучательный лазер.

В данной работе рассматривается задача многофотонного резонансного возбуждения водородоподобных атомов в однородных электрических и лазерных полях. Роль дополнительного однородного электрического поля объясняется двумя причинами. Во-первых, оно снимает случайное вырождение по орбитальному моменту. Получается четырехуровневая система, в которой есть возможность получения более многообразных суперпозиционных состояний. Во-вторых, с помощью штарковского смещения в однородном электрическом поле можно изначально нерезонансные атомы перевести в резонанс с лазерным полем, что важно в тех случаях, когда с существующими гармониками лазерной частоты невозможно осуществить резонанс в данной области частот.

2. Основная модель и резонансное решение

В результате воздействия однородного электрического поля у водородоподобных атомов вырождение частично снимается. Энергетический уровень, соответствующий возбужденному состоянию, расщепляется на 3 уровня. Этим трем энергетическим уровням соответствуют 4 квантовых состояния атома. Обозначим атомные состояния через $|\eta\rangle$, где $\eta = 0,1,2,3,4$ указывает квантовый набор, описывающий данное состояние. Учитывая имеющуюся симметрию, задачу удобно решить в параболических координатах [11]. Атомные состояния в параболических координатах характеризуются $\eta = \{n, m, n_1\}$ квантовыми числами, где n – главное квантовое число, m – магнитное квантовое число, которые связаны следующим соотношением:

$$n = n_1 + n_2 + |m| + 1 . \quad (1)$$

В этом случае n_1, n_2 заменяют радиальные и орбитальные квантовые числа (согласно нерелятивистскому описанию, не учтены тонкая и сверхтонкая структуры атомных уровней). С учетом однородного электрического поля E_s правила отбора допускают переходы из основного состояния $|0\rangle$, $\eta = \{1,0,0\}$, $\varepsilon_0 = 0$ в возможные состояния $|1\rangle$, $\eta = \{2,0,1\}$, $\varepsilon_1 = 3/8 + 3E_s$; $|2\rangle$, $\eta = \{2,0,0\}$, $\varepsilon_2 = 3/8 - 3E_s$; $|3,4\rangle$, $\varepsilon_3 = 3/8$, $\eta = \{2,\pm 1,0\}$ (энергия основного состояния выбрана как нулевая и использованы атомные единицы $e = m = \hbar = 1,\ c = 137$).

Таким образом, задача сводится к изучению четырехуровневого атома, находящегося в лазерном поле. Ее рассмотрим в полуклассическом случае и воспользуемся дипольным приближением. Будем считать, что электромагнитная волна линейно поляризована с несущей частотой ω и медленно меняющейся амплитудой $E_0(t)$. Предполагается, что длительность импульса τ меньше всех релаксационных времен системы. Уравнение Шредингера в энергетическом представлении для амплитуд вероятностей a_η записывается в следующем виде:

$$i\frac{d}{dt}a = (\hat{H}_0 + \hat{V})a\ , \tag{2}$$

где $\hat{H}_0 = \varepsilon_\eta \delta_{\eta\nu}$ – гамильтониан свободной атомной системы (ε_η – энергия состояний, $\delta_{\eta\nu}$ – символ Кронекера) и

$$\hat{V} \equiv V_{\eta\nu} = -\Lambda_{\eta\nu}\cos\omega t \tag{3}$$

есть часть гамильтониана, связанная с взаимодействием. Здесь

$$\Lambda_{\eta\nu} = \langle\eta|\mathbf{er}|\nu\rangle E_0(t) \tag{4}$$

– амплитуда перехода, $\mathbf{e}$ – вектор поляризации волны, а $\mathbf{r}$ – радиус-вектор электрона. Не нарушая общности, мы можем вектор поляризации $\mathbf{e}$ направить в плоскости xz параболических координат.

Для упрощения системы уравнений (2) и получения удобного с физической точки зрения вида для многофотонного резонансного приближения мы выполним следующее унитарное преобразование:

$$a_\eta(t) = b_\eta(t)\exp\left(-i\varepsilon_\eta t - i\int_0^t V_{\eta\eta}dt\right)\ . \tag{5}$$

Новые амплитуды $b_\eta(t)$ удовлетворяют тем же начальным условиям $|b_\eta(0)|^2 = |a_\eta(0)|^2$. Теперь из (2) и (5) для амплитуд $b_\eta(t)$ получим следующую систему уравнений:

$$i\frac{db_0}{dt} = F(t)b_1 + G(t)b_2 + H(t)(b_3+b_4)\ ,\quad i\frac{db_1}{dt} = F^\dagger(t)b_0 + K(t)(b_3+b_4)\ , \tag{6.1}$$

$$i\frac{db_2}{dt} = G^\dagger(t)b_0 + L(t)(b_3+b_4)\ ,\quad i\frac{db_3}{dt} = H^\dagger(t)b_0 + K^\dagger(t)b_1 + L^\dagger(t)b_2\ , \tag{6.2}$$

$$i\frac{db_4}{dt} = H^\dagger(t)b_0 + K^\dagger(t)b_1 + L^\dagger(t)b_2\ , \tag{6.3}$$

где

$$F(t) = V_{01}(t)\exp\left(i(\varepsilon_0-\varepsilon_1)t - i\int_0^t V_{11}(t)\,dt\right),\ G(t) = V_{02}(t)\exp\left(i(\varepsilon_0-\varepsilon_2)t - i\int_0^t V_{22}(t)\,dt\right) \tag{7.1}$$

$$H(t) = V_{03}(t)\exp\big(i(\varepsilon_0-\varepsilon_3)t\big) = V_{04}(t)\exp\big(i(\varepsilon_0-\varepsilon_4)t\big)\ , \tag{7.2}$$

$$K(t)=V_{13}(t)\exp\left(i(\varepsilon_1-\varepsilon_3)t+i\int_0^t V_{11}(t)\,dt\right)=V_{14}(t)\exp\left(i(\varepsilon_1-\varepsilon_4)t+i\int_0^t V_{11}(t)\,dt\right), \qquad (7.3)$$

$$L(t)=V_{23}(t)\exp\left(i(\varepsilon_2-\varepsilon_3)t+i\int_0^t V_{22}(t)\,dt\right)=V_{24}(t)\exp\left(i(\varepsilon_2-\varepsilon_4)t+i\int_0^t V_{22}(t)\,dt\right). \qquad (7.4)$$

Здесь $F^{\dagger}$ означает комплексную сопряженную величины F. В этом представлении квазиэнергетические уровни $\varepsilon_{1,2,3,4}-s\omega$ $(s=1,2,...)$ близки к основному уровню и вероятности многофотонных переходов будут максимальны при условии

$$\varepsilon_0-\varepsilon_i+n\omega\approx 0\,,\quad i=1,2,3,4\,,\qquad n=0,1,2,... \qquad (8)$$

В этом случае функции $F(t),\ G(t),\ K(t),\ L(t)$ можно представить в следующем виде:

$$F(t)=F_n+f(t),\quad G(t)=G_n+g(t),\quad K(t)=K_n+k(t),\quad L(t)=L_n+l(t)\,, \qquad (9)$$

где $F_n,\ G_n,\ K_n,\ L_n$ – медленно меняющиеся части функций $F(t),\ G(t),\ K(t),\ L(t)$:

$$F_n=-\omega\frac{\Lambda_{01}}{\Lambda_{11}}nJ_n\left(\frac{\Lambda_{11}}{\omega}\right)\exp\left(i\delta_{1n}t\right),\ G_n=-\omega\frac{\Lambda_{02}}{\Lambda_{22}}nJ_n\left(\frac{\Lambda_{22}}{\omega}\right)\exp\left(i\delta_{2n}t\right), \qquad (10.1)$$

$$K_n=(-1)^n\omega\frac{\Lambda_{13,4}}{\Lambda_{11}}nJ_n\left(\frac{\Lambda_{11}}{\omega}\right)\exp\left(i(\delta_{3n,4n}-\delta_{1n})t\right), \qquad (10.2)$$

$$L_n=(-1)^n\omega\frac{\Lambda_{23,4}}{\Lambda_{22}}nJ_n\left(\frac{\Lambda_{22}}{\omega}\right)\exp\left(i(\delta_{3n,4n}-\delta_{2n})t\right). \qquad (10.3)$$

В выражениях (9) быстро меняющиеся функции имеют следующий вид:

$$f(t)=-\omega\frac{\Lambda_{01}}{\Lambda_{11}}\exp(i\delta_{1n}t)\sum_{N\neq n,N=-\infty}^{\infty}NJ_N\left(\frac{\Lambda_{11}}{\omega}\right)\exp(i(N-n)\omega t)\,, \qquad (11.1)$$

$$g(t)=-\omega\frac{\Lambda_{02}}{\Lambda_{22}}\exp(i\delta_{2n}t)\sum_{N\neq n,N=-\infty}^{\infty}NJ_N\left(\frac{\Lambda_{22}}{\omega}\right)\exp(i(N-n)\omega t)\,, \qquad (11.2)$$

$$k(t)=(-1)^n\omega\frac{\Lambda_{13,4}}{\Lambda_{11}}\exp(i(\delta_{3,4n}-\delta_{1n})t)\sum_{N\neq n,N=-\infty}^{\infty}NJ_N\left(\frac{\Lambda_{11}}{\omega}\right)\exp(i(N-n)\omega t)\,, \qquad (11.3)$$

$$l(t)=(-1)^n\omega\frac{\Lambda_{23,4}}{\Lambda_{22}}\exp(i(\delta_{3,4n}-\delta_{2n})t)\sum_{N\neq n,N=-\infty}^{\infty}NJ_N\left(\frac{\Lambda_{22}}{\omega}\right)\exp(i(N-n)\omega t)\,, \qquad (11.4)$$

где введены резонансные расстройки:

$$\delta_{1n}=\varepsilon_0-\varepsilon_1+n\omega\,,\qquad \delta_{2n}=\varepsilon_0-\varepsilon_2+n\omega\,,\qquad \delta_{3,4n}=\varepsilon_0-\varepsilon_{3,4}+n\omega\,. \qquad (12)$$

Вышеописанные соотношения можно получить, пользуясь известным разложением по функциям Бесселя

$$\exp(i\alpha\sin\omega t)=\sum_{N=-\infty}^{\infty}\mathrm{J_N}(\alpha)\exp(iN\omega t)\,. \qquad (13)$$

Благодаря разделению функций (7.1-7.4) на медленные и быстрые части, амплитуды вероятностей можно представить в следующем виде:

$$b_\eta(t) = \overline{b}_\eta(t) + \beta_\eta(t), \quad (\eta = 0,1,2,3,4), \tag{14}$$

где $\overline{b}_\eta(t)$ – усредненная во времени функция от $b_\eta(t)$, , а $\beta_\eta(t)$ – быстро осциллирующие функции. Подставляя (14) в систему (6.1-6.3), разделив быстро осциллирующие части и учитывая (9), получим для $\overline{b}_\eta(t)$ следующую систему уравнений:

$$i\frac{d\overline{b}_0}{bt} = F_n\overline{b}_1 + G_n\overline{b}_2 + \overline{f(t)\beta_1(t)} + \overline{g(t)\beta_2(t)} + \overline{H(t)\beta_3(t)}\ , \tag{15.1}$$

$$i\frac{d\overline{b}_1}{dt} = F_{\text{n}}^\dagger\overline{b}_0 + K_n\overline{b_3} + \overline{f^\dagger(t)\beta_0(t)} + \overline{k(t)\beta_3(t)}\ , \tag{15.2}$$

$$i\frac{d\overline{b}_2}{dt} = G_{\text{n}}^\dagger\overline{b}_0 + L_n\overline{b_3} + \overline{g^\dagger(t)\beta_0(t)} + \overline{l(t)\beta_3(t)}\ , \tag{15.3}$$

$$i\frac{d\overline{b}_{3,4}}{bt} = K_{\text{n}}^\dagger\overline{b}_1 + L_{\text{n}}^\dagger\overline{b}_2 + \overline{k^\dagger(t)\beta_1(t)} + \overline{l^\dagger(t)\beta_2(t)} + \overline{H^\dagger(t)\beta_0(t)}, \tag{15.4}$$

и для $\beta_\eta(t)$:

$$\beta_0 = -i\left(\overline{b}_1(t)\int_0^t f(t)dt + \overline{b}_2(t)\int_0^t g(t)dt + \overline{b}_3(t)\int_0^t H(t)dt\right), \tag{16.1}$$

$$\beta_1 = -i\left(\overline{b}_0(t)\int_0^t f^\dagger(t)dt + \overline{b}_3(t)\int_0^t k^\dagger(t)dt\right), \quad \beta_2 = -i\left(\overline{b}_0(t)\int_0^t g^\dagger(t)dt + \overline{b}_3(t)\int_0^t l^\dagger(t)dt\right), \tag{16.2}$$

$$\beta_3 = -i\left(\overline{b}_1(t)\int_0^t k^\dagger(t)dt + \overline{b}_2(t)\int_0^t l^\dagger(t)dt + \overline{b}_3(t)\int_0^t H^\dagger(t)dt\right. . \tag{16.3}$$

Подставляя выражения для $\beta_\eta(t)$ в систему (15.1-15.4), получим 4 линейных дифференциальных уравнения. В этой системе члены, обусловленные $\beta_\eta(t)$, описывают динамический эффект Штарка.

Полученная система (15.1-15.4) в общем случае, для произвольной амплитуды поля, решается численным методом. Но ее можно точно решить в случае постоянной амплитуды $E_0(t) = E_0$ (монохроматическая волна). В этом случае система (15.1-15.4) с помощью экспоненциального преобразования $\overline{b}_\eta \exp(i\delta_{\eta n})$ для амплитуд $\overline{b}_\eta$ превратится в систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, общее решение которой дается как суперпозиция четырех независимых решений:

$$\overline{b_\eta} = \sum_{\nu=0}^{3} C_\nu M_{\eta\nu} \exp(i(\lambda_\nu \delta_{\eta n})t)\,, \tag{17}$$

где коэффициенты C_ν – постоянные, определяющиеся из начальных условий, а коэффициенты λ_ν есть решения уравнений 4-ой степени

$$\det(A_{\mu\nu})=0\,. \tag{18}$$

Здесь $A_{\mu\nu}$ – характеристическая матрица для (15.1-15.4), а $M_{\eta\nu}$ – миноры этой матрицы.

Решения уравнений (15.1-15.4), из-за их громоздкости, мы здесь не приводим. Лишь добавим, что они получаются с учетом медленности изменения функции $\bar{b}_\eta$:

$$\left|\frac{db_\eta(t)}{dt}\right| << \left|b_\eta(t)\right|\cdot\omega\,. \tag{19}$$

Воспользуясь неравенством (19), получим область применения полученных результатов:

$$\left(\left|F_n\right|,\left|G_n\right|,\left|K_n\right|,\left|L_n\right|\left|\Delta_L\right|,\left|\delta_{1,2,3,4n}\right|\right) << \omega\,. \tag{20}$$

3. Численные расчеты для атома водорода

Приведем несколько численных расчетов, потверждающих, на примере атома водорода, возможность получения в однородном электрическом поле многофотонного резонанса между когерентными суперпозиционными состояниями. Переходы, связанные с основным состоянием, в этом случае лежат в УФ области. Уже в этой области частот осуществление однофотонного резонанса с существующими лазерами проблематично, так что для получения когерентных суперпозиционных состояний определенный интерес представляет многофотонное резонансное возбуждение.

В случае однофотонного и двухфотонного резонанса влияние динамического эффекта Штарка не велико, но оно становится существенным при многофотонном резонансе. В таких случаях выбирается расстройка, компенсирующая динамический эффект Штарка. На рис.1 и 2 изображены временная эволюция населенностей когерентных суперпозиционных состояний в случае двухфотонного резонанса, соответственно, при отсутствии и наличии однородного электрического поля. С помощью статического эффекта Штарка становится возможным приведение одного из возбужденных уровней в резонанс (рис.2). В данном случае это – возбужденное состояние $\left|2\right\rangle$.

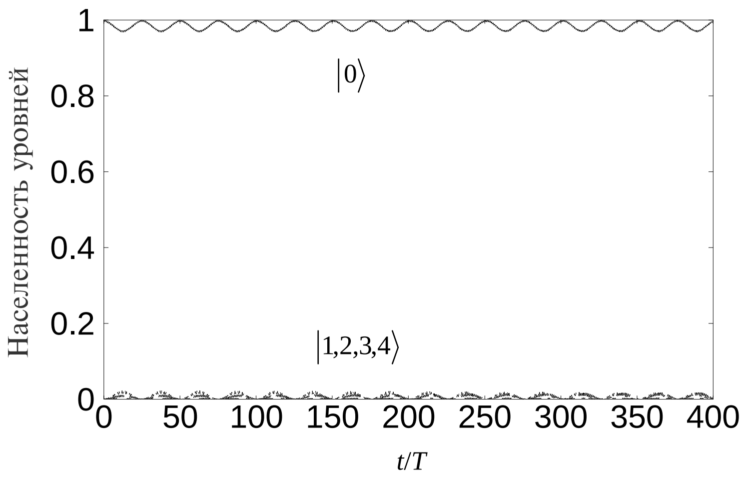

Рис.1. Населенность уровней атома как функция от времени (в единицах периода волны) в поле лазера KrF с длиной волны $\lambda = 248$ нм и интенсивностью $I \cong 6.7 \cdot 10^{12}$ Вт/см² ($E_{0x} = 0{,}01$ а.е., $E_{0z} = 0{,}01$ а.е.).

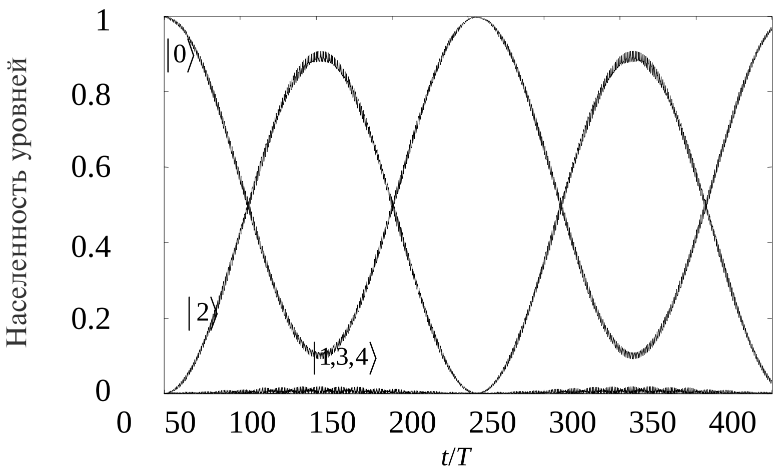

Рис.2. Населенность уровней атома как функции от времени (в единицах периода волны) в поле лазерного излучения, в присутствии статического электрического поля $E_s = 0.002344$ а.е. ($E_s = 0.19125$ эВ), при тех же параметрах лазера.

На рис.3 и 4 изображены временные эволюции населенностей когерентных суперпозиционных состояний в случае 7-фотонного резонанса, соответственно, при отсутствии и наличии однородного электрического поля. Здесь однородное смещение Штарка должно компенсироваться из-за большой фотонности, сделавшей существенным динамический эффект Штарка. В этом случае с помощью однородного постоянного поля приводится в резонанс возбужденное состояние $|1\rangle$.

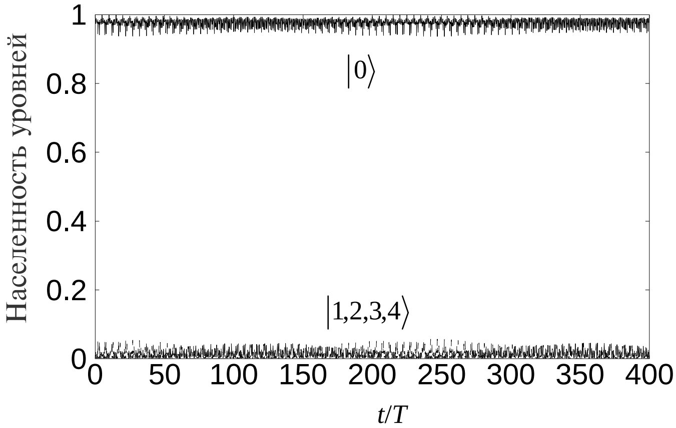

Рис.3. Населенность уровней атома как функция от времени (в единицах периода волны) в поле лазера Ti:Saphire с длиной волны $\lambda = 820$ нм и интенсивностью $I \cong 8.7 \cdot 10^{13}$ Вт/см² ($E_{0z} = 0{,}05$ a.e.).

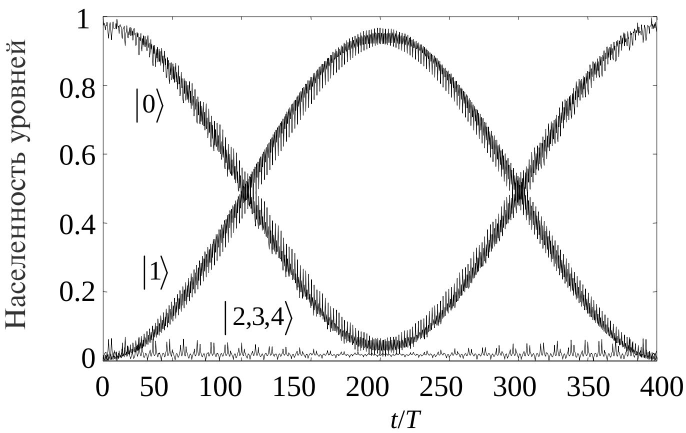

Рис.4. Населенность уровней атома как функция от времени (в единицах периода волны) в поле лазерного излучения, в присутствии статического электрического поля $E_s = 0.003777$ a.e. ($E_s = 0.30822$ эВ), при тех же параметрах лазера.

Согласно рисункам, благодаря линейному Штарк-эффекту для атома водорода в постоянном однородном электрическом поле многофотонное взаимодействие атома с лазерным излучением происходит в условиях резонанса, что приводит к установлению когерентных суперпозиционных состояний. Рисунки показывают существование Раби-осцилляции при многофотонном возбуждении, обобщенная частота которых существенно нелинейным образом зависит от величины поля.

Из графиков видно, что, как и в случае однофотонного резонанса [9], в зависимости от параметров лазерных импульсов можно получить как когерентные суперпозиционные состояния, так и полную инверсию ((-импульсы). Известные эффекты, полученные для однофотонного резонанса [12-14], имеют место и в многофотонном случае.

Автор благодарен Г.К.Аветисяну за обсуждение результатов и постоянный интерес к

работе, а также Г.Ф.Мкртчяну за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **N.B.Delone, V.P.Krainov**. Multiphoton Processes in Atoms. Springer, Heidelberg, 1994.
2. **M.Gavrila**. Atoms in Intense Laser Fields. Academic Press, New York, 1992.
3. **R.M.Potvliege, R.Shakeshaft**. Atoms in Intense Laser Fields. Academic Press, New York, 1992.
4. **M.H.Mittleman**. Introduction to the Theory of Laser-Atom Interactions. Plenum, New York, 1993.
5. **V.P.Krainov**. JETP, **70**, 1197 (1976).
6. **A.S.Shumovsky, E.I.Aliskenderov, Fam Le Kien**. J. Phys. A, **18**, L1031 (1985).
7. **A.S.Shumovsky, E.I.Aliskenderov, Fam Le Kien**. J. Phys. A, **19**, 3607 (1986).
8. **R.E.Duvall, E.J.Valeo, C.R.Oberman**. Phys. Rev. A, **37**, 4685 (1988).
9. **L.Allen, J.H.Eberly**. Optical Resonance and Two Level Atoms. Wiley-Interscience, New York, 1975.
10. **H.K.Avetissian, G.F.Mkrtchian**. Phys. Rev. A, **66**, 033403 (2002).
11. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц**. Квантовая механика, т.3. М., Наука, 1989.
12. **K.Bergmann, H.Theuer, B.W.Shore**. Rev. Mod. Phys., **70**, 1003 (1998).
13. **K.-J.Boller, A.Imamoglu, S.E.Harris**. Phys. Rev. Lett., **66**, 2593 (1991).
14. **D.F.Phillips, A.Fleischhauer, A.Mair, R.L.Walsworth, M.D.Lukin**. Phys. Rev. Lett., **86**, 783 (2001).

ԱՏՈՄՆԵՐԻ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՍՈՒՊԵՐՊՈԶԻՑԻՈՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԵՎ ՀԱՄԱՍԵՌ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ ԲԱԶՄԱՖՈՏՈՆ ԳՐԳՌՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ

Բ.Ռ. ԱՎՉՅԱՆ

Ուսումնասիրված է ատոմային կոհերենտ սուպերպոզիցիոն վիճակների ստացումը բազմաֆոտոն մեխանիզմով լազերային և համասեռ էլեկտրական դաշտերում: Ռեզոնանսային մոտավորության հիման վրա ստացվել են հիմնական հավասարումներն ու նրանց լուծումները, ինչպես նաև ներկայացված են թվային հաշվարկներ ջրածնի ատոմի համար:

COHERENT SUPERPOSITION STATES VIA MULTIPHOTON EXCITATION OF ATOMS IN THE LASER AND UNIFORM ELECTRIC FIELDS

B.R. AVCHYAN

The generation of atomic coherent superposition states via multiphoton resonant mechanism in the laser and uniform electric fields is studied. Based on the resonant approximation the main equations and their solutions are obtained. Numerical calculations for a hydrogen atom are also presented.