Известия НАН Армении, Физика, т.41, №4, с.287-295 (2006)

УДК 533.951

БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫЙ РАЗЛЕТ ПЛАЗМЕННОГО ОБЛАКА В ДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д.А. ОСИПЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 13 марта 2006 г.)

Представлены результаты численного моделирования динамики разлета облака плотной плазмы в замагниченном фоне и генерации МГД возмущений. Магнитное поле имеет дипольную структуру. Исходная система уравнений включает в себя уравнения Власова для ионной компоненты плазмы, гидродинамическое приближение для электронов и систему уравнений Максвелла. Метод решения основан на использовании метода частиц в ячейках и конечно-разностных схем расщепления. Получены количественные характеристики зависимости параметров разлетающегося облака от числа Маха-Альвена и параметра магнитного ламинарного взаимодействия. В частности, условием более эффективной деформации облака являются большие значения чисел Маха-Альвена и малые значения параметра магнитного ламинарного взаимодействия. Показано, что структура возбуждаемых волн зависит от числа Маха-Альвена разлетающегося плазменного облака и величины градиента магнитного поля.

1. Введение

Бесстолкновительный разлет плазменного облака в присутствии магнитного поля играет основную роль в динамике таких нестационарных явлений как вспышки Сверхновых звезд и торможение их остатков межзвездной средой, солнечные вспышки, обтекание солнечным ветром магнитосферы Земли, активные эксперименты в космосе [1-6]. Изучение данного вопроса представляет значительный интерес в связи с экспериментами по управляемому термоядерному синтезу [7,8] и лабораторным моделированием лазерной плазмы во внешнем магнитном поле [3,9]. Основные закономерности разлета плазменного облака в экваториальной плоскости магнитного диполя установлены в лабораторных и вычислительных экспериментах, обзор которых дан в [10]. В работе [11] исследована динамика разлета плазменного сгустка над полюсом диполя в вакууме. В настоящей работе исследуется динамика разлета облака плотной плазмы в замагниченном фоне на оси магнитного диполя.

Процесс торможения облака характеризуется радиусом торможения магнитным полем R_H и газодинамическим радиусом торможения $\widetilde{R}$. Выражение для R_H получается из равенства начальной кинетической энергии сферического облака W_0 и энергии магнитного поля, вытесненного им при расширении до радиуса R_H

[12]: $R_H = (6W_0 / H_0^2)^{1/3}$. Здесь H_0 – напряженность невозмущенного магнитного поля.

При расширении облако вовлекает фоновую плазму в совместное движение. По мере этого растет масса выталкиваемой плазмы. Радиус сферы, в которой становятся равными массы облака и вовлеченного в совместное движение фоновой плазмы, называется газодинамическим радиусом торможения: $\tilde{R} = \left(3M / 4\pi n_* m_*\right)^{1/3}$, где n_*, m_* – плотность и масса ионов фоновой плазмы (модель "снежного плуга" [13]), M – масса выброшенной оболочки.

Меньшим из радиусов R_H и $\tilde{R}$ определяется преобладающий механизм торможения облака – магнитный или газодинамический. Из отношения $R_H / \tilde{R} = M_A^{2/3}$, где $M_A = u_0 / V_A$ – число Альвена-Маха (u_0 – начальная скорость разлета облака), $V_A = H_0 / \sqrt{4\pi n_* m_*}$ – альвеновская скорость в фоновой плазме, следует, что при $M_A << 1$ облако теряет энергию за счет деформации и вытеснения магнитного поля, тогда как при $M_A >> 1$ торможение обусловлено взаимодействием с фоновой плазмой [14-19]. Анализ газодинамического торможения показывает, что оно может быть обеспечено бесстолкновительным ламинарным (или турбулентным) механизмом [3], связанным с генерацией вихревых электрических полей E_i на переднем крае облака. Известно, что роль вихревых электрических полей с увеличением M_A становится преобладающей, поскольку $E_i / E_p \sim M_A^2$ (см., например, [3,6]), где E_p – значение поляризационного электрического поля, возникающего за счет перепада газодинамического и магнитного давления на границе облака. В работах [14,15] была предложена модель энергообмена облака с фоновой плазмой за счет совместного действия гировращения ионов и генерации вихревых электрических полей при $M_A > 1$ ("магнитный ламинарный механизм" (МЛМ) торможения). Полученные аналитические решения для начальной стадии разлета, когда возникает только вихревое электрическое поле E_i, показали, что доля передаваемой облаком энергии пропорциональна величине $\delta = \left(\tilde{R} / R_L\right)^2$ (параметр МЛМ-взаимодействия), где R_L – ларморовский радиус ионов облака. Таким образом, интенсивность БС взаимодействия облака с фоновой плазмой определяется, помимо числа Альвена-Маха M_A, параметром δ.

2. Постановка задачи

В начальный момент времени $t = 0$ в цилиндрической области $0 \le r \le L_r$, $-L_z \le z \le L_z$, заполненной плазмой плотности n_*, в точке с координатами $r = 0$, $z = 0$ происходит взрыв, формирующий облако плотной плазмы радиусом R_0, содержащее N частиц с полной кинетической энергией W_0. Скорость ионов облака распределена линейно по радиусу:

$$u(R) = \begin{cases} u_0 \dfrac{R}{R_0}, & R \le R_0 \\ 0, & R > R_0 \end{cases} \qquad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

Здесь u_0 – максимальное значение скорости ионов облака.

Плотность окружающей плазмы n_0 = const, начальное магнитное поле задается диполем и в сферических координатах имеет вид

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},\boldsymbol{\theta}) = \frac{\mu}{r^3}(-2\sin\theta\,\mathbf{r} + \sin\theta\,\boldsymbol{\theta}) .$$

Здесь μ – магнитный момент диполя, а радиус-вектор отсчитывается от центра диполя. Начальная скорость облака определяется его энергией W_0:

$$u_m = \left(10W_0 / 3Nm_H\right)^{1/2} = u_0\left(5/3\right)^{1/2} .$$

Уравнение сохранения энергии для рассматриваемой системы имеет следующий вид:

$$W = 4\pi L_z \int_0^{L_r} \left(\frac{3}{2} nT_e + \frac{nm_e v_e^2}{2} + \frac{H^2}{8\pi} \right) rdr + W_{\text{kin}} .$$

Здесь m_H – масса иона водорода, $\mathbf{v}_e$, $\mathbf{v}_i$ – среднемассовые скорости электронов и ионов, n – концентрация ионов, T_e – температура электронов, H – значение магнитного поля. Полная энергия системы состоит из тепловой и кинетической энергии электронного газа (первые два слагаемых), энергии магнитного поля и кинетической энергии ионов W_{kin}.

В рассматриваемой постановке предполагается, что плотность кинетической энергии облака больше плотности энергии магнитного поля. Данное условие является необходимым условием сферического разлета.

По отношению к невозмущенному фону в точке взрыва число Маха-Альвена для облака равно $M_A = u_0 / v_A$, $v_A = H_0 / \sqrt{4\pi n_0 m_i}$ – альвеновская скорость, H_0 – значение магнитного поля в точке взрыва.

Начальный радиус облака R_0 значительно меньше шага расчетной сетки h, т.е. можно считать, что облако сосредоточено в точке. В момент времени t = 0 частицы фона распределяются равномерно по всей области, а частицы облака – равномерно в облаке. На границах области $r = L_r$, $z = (L_z$ заданы невозмущенные значения всех величин, на оси r = 0:

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial n}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \qquad V_r = V_\varphi = E_r = E_\varphi = B_r = B_z = 0.$$

При данных граничных условиях расчет можно продолжать до момента достижения возмущением границы области расчета.

3. Гибридная модель

В описанной задаче ионы плазмы не являются замагниченными, поскольку ларморовский радиус ионов сравним с характерными размерами явления. Поэтому для их описания необходимо использовать кинетические уравнения. Для описания движения электронов используется гидродинамическое приближение, так как их ларморовский радиус гораздо меньше ларморовского радиуса ионов. Физическим обоснованием такой гибридной модели служит тот факт, что в результате торможения оболочки в фоновой плазме может генерироваться бесстолкновительная ударная волна (БУВ) с гидродинамическим опрокидыванием переднего фронта и образованием областей многопотокового течения. Поэтому структура такой сверхкритической БУВ на пространственных масштабах R - $\tilde{R}$ может быть адекватно описана только на базе гибридного приближения [6].

Полная система уравнений для описанной кинетико-гидродинамической (гибридной) модели состоит из кинетического уравнения Власова для ионов, уравнения движения и изменения внутренней энергии для электронной компоненты, а также уравнений Максвелла для электромагнитного поля без учета тока смещения:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{r}}+\mathbf{F}\cdot\frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{v}}=0\,,\qquad \mathbf{F}=\frac{e}{m_H}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}]\right),\tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t}+(\mathbf{v}_e\nabla)\mathbf{v}_e=-\frac{e}{m_e}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{v}_e\times\mathbf{H}]\right)-\frac{1}{m_e n}\nabla(nT_e)\,,\tag{2}$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t}+(\mathbf{v}_e\nabla)T_e+\frac{2}{3}T_e\nabla\mathbf{v}_e=0\,,\tag{3}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\nabla(n\mathbf{v}_e)=\frac{\partial n}{\partial t}+\nabla(n\mathbf{v}_i)=0\,,\tag{4}$$

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{4\pi ne}{c}(\mathbf{v}_i-\mathbf{v}_e),\quad \nabla\times\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t},\quad \nabla\cdot\mathbf{H}=\nabla\cdot\mathbf{E}=0\,,\tag{5}$$

$$n=n_e=n_i=\int f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)d\mathbf{v}\,,\quad \mathbf{v}_i(\mathbf{r},t)=\langle\mathbf{v}\rangle=\frac{1}{n}\int\mathbf{v}f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)d\mathbf{v}\,.\tag{6}$$

Здесь $\mathbf{E},\mathbf{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей. Обезразмерив уравнения (1)-(6) гибридной модели путем следующих замен переменных:

$$\tilde{\mathbf{r}}\to\frac{\omega_{pi}}{c}\mathbf{r},\quad \tilde{t}\to\omega_{ci}t,\quad (\tilde{\mathbf{v}}_i,\tilde{\mathbf{v}}_e)\to\frac{1}{V_A}(\mathbf{v}_i,\mathbf{v}_e),\tag{7}$$

$$\tilde{\mathbf{H}}\to\frac{\mathbf{H}}{H_0},\quad \tilde{\mathbf{E}}\to\frac{\mathbf{E}}{(V_A/c)H_0},\quad \tilde{T}_e\to\frac{T_e}{m_H V_A^2},\tag{8}$$

$$\tilde{f}_i(\tilde{\mathbf{r}},\tilde{\mathbf{v}},\tilde{t})\to\frac{V_A^3}{n_*}f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t),\quad \tilde{n}\to\frac{n}{n_*},\quad \tilde{\mathbf{F}}\to\frac{\mathbf{F}}{V_A\omega_{ci}}\,,\tag{9}$$

где ω_{pi}, ω_{ci} – плазменная и циклотронная частоты ионов, легко увидеть, что решения уравнений (1)-(6) зависят только от параметра m_e/m_H.

Заметим, что уравнения (1)-(3), в соответствии с условиями лабораторных экспериментов [3], решаются в отсутствие механизмов диссипации, связанных с конечной проводимостью, вязкостью и теплопроводностью плазмы – отброшены все диссипативные члены, связанные с конечной проводимостью, вязкостью и теплопроводностью плазмы: $\nu=0,\ \eta=0,\ \chi=0.$

Уравнения движения ионов являются уравнениями характеристик кинетического уравнения:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i, \quad \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}. \tag{10}$$

Для их решения применяется метод частиц в ячейках, который сводит задачу решения уравнения Власова к интегрированию уравнений движения для модельных частиц. Уравнения Максвелла и уравнение теплопроводности решаются с помощью конечно-разностных схем расщепления.

Алгоритм расчета по гибридной модели состоит из следующих этапов. Вычисление координат и скорости частиц с помощью уравнения движения частиц:

$$\mathbf{v}^{m+1} = \mathbf{v}^m + \tau(\mathbf{E}^m + [\mathbf{v}^m, \mathbf{H}^m]),$$

$$\mathbf{r}^{m+1} = \mathbf{r}^m + \tau\,\mathbf{v}^{m+1}.$$

Вычисление плотности и средней скорости:

$$\rho^{m+1} = \sum q_j S(|\mathbf{r}_j^{m+1} - \mathbf{r}|),$$

$$< \mathbf{v} >^{m+1} = \frac{1}{\rho^{m+1}} \sum q \mathbf{v}_j^{m+1} S(|\mathbf{r}_j^{m+1} - \mathbf{r}|),$$

где

$$S(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{h}, & |x| < h \\ 0, & |x| \geq h \end{cases} \quad - \quad \text{сеточное ядро, } h \text{ – шаг сетки.}$$

Вычисление скорости электронов:

$$\mathbf{v}_e^{m+1} = < \mathbf{v} >^{m+1} - \frac{1}{\rho^{m+1}} \mathrm{rot}_h \mathbf{H}^m.$$

Вычисление электрического поля:

$$\mathbf{E}^{m+1} = -\beta\left(\frac{\mathbf{v}_e^{m+1} - \mathbf{v}_e^m}{\tau} + \mathbf{v}_e^{m+1}\nabla_h \mathbf{v}_e^{m+1}\right) - \left[\mathbf{v}_e^{m+1}, \mathbf{H}^m\right] - \frac{1}{2\rho^{m+1}} \nabla_h(\rho^{m+1} T^m).$$

Вычисление магнитного поля:

$$\frac{\mathbf{H}^{m+1} - \mathbf{H}^m}{\tau} = -\mathrm{rot}_h \mathbf{E}^{m+1}.$$

Решение уравнения теплопроводности:

$$\frac{T^{m+1} - T^m}{\tau} + \mathbf{v}_e{}^{m+1} \nabla_h T^{m+1} + (\gamma - 1) T^{m+1} \mathrm{div}_h \mathbf{v}_e{}^{m+1} = 0.$$

Более подробное описание гибридной модели и алгоритма численного моделирования можно найти, например, в работах [20,21]

4. Результаты численного моделирования.

Численные эксперименты проводились при больших начальных значениях числа Альвена-Маха $M_A = 4 \div 100$ и параметрах МЛМ-взаимодействия $\delta = 0.1 \div 10$. Положение магнитного диполя выбиралось так, чтобы обеспечить заданное значение магнитного поля в точке взрыва и отношение $H_0(0, L_z)/H_0(0, -L_z)$. В качестве базового выбран расчет, параметры которого приведены в таблице 1.

Табл.1. Значения параметров численного эксперимента.

$M_A = 20$	$\delta = 0.5$	$H_0(0, L_z)/H_0(0, -L_z) = 1000$
$R_L = 45.5$ см	$\tilde{R} = 32.2$ см	$R_H = 237$ см
$H_0 = 100$ Гс	$W_0 = 1.43 \cdot 10^4$ эрг	$u_0 = 4.37 \cdot 10^7$ см/с
$n_* = 10^{14}$ см$^{-3}$	$V_A = 2.18 \cdot 10^6$ см/с	$T = 0.737$ мкс

Результаты численного моделирования представлены на рис.1–3. При $t < T$ энергия плазмы сосредоточена в основном в кинетической энергии облака (рис.1а). С течением времени она уменьшается и при $t = 4T$ около 30% начальной энергии облака переходит в кинетическую энергию фоновой плазмы (рис.1а). Увеличение тепловой энергии электронов и магнитной энергии незначительно.

На рис.2 приведены графики зависимостей напряженностей электрических и магнитных полей, плотностей облака и фона от R в моменты времени $t = 2T$ под углами $\theta = 45^o, 90^o, 135^o$ к положительному направлению оси Z. Все указанные величины нормированы согласно (8) и (9).

В расчетной области локальное число Альвена-Маха различается от точки к точке. Это приводит к различной интенсивности передачи энергии от облака фону посредством магнитно-ламинарного механизма. С увеличением угла θ амплитуда электрического поля растет (рис.2а,б,в), при этом главную роль играет его азимутальная компонента $E_z < E_r < E_\varphi$. При угле $\theta = 90^0$ наблюдается возмущение магнитного поля с амплитудой в 1.4 раза больше невозмущенного и шириной R_L.

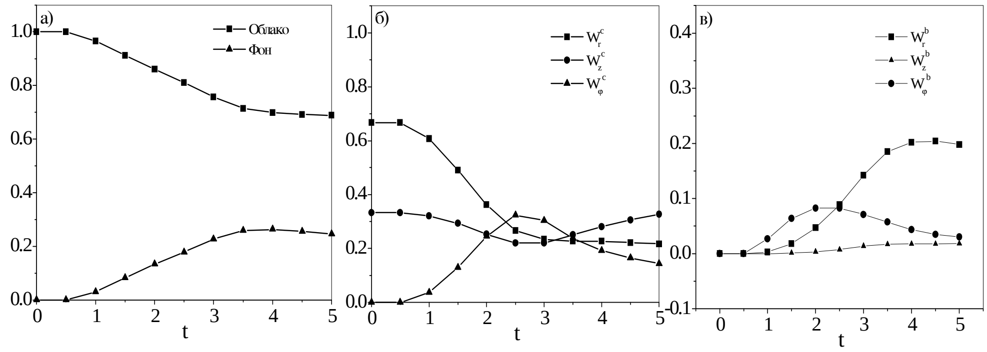
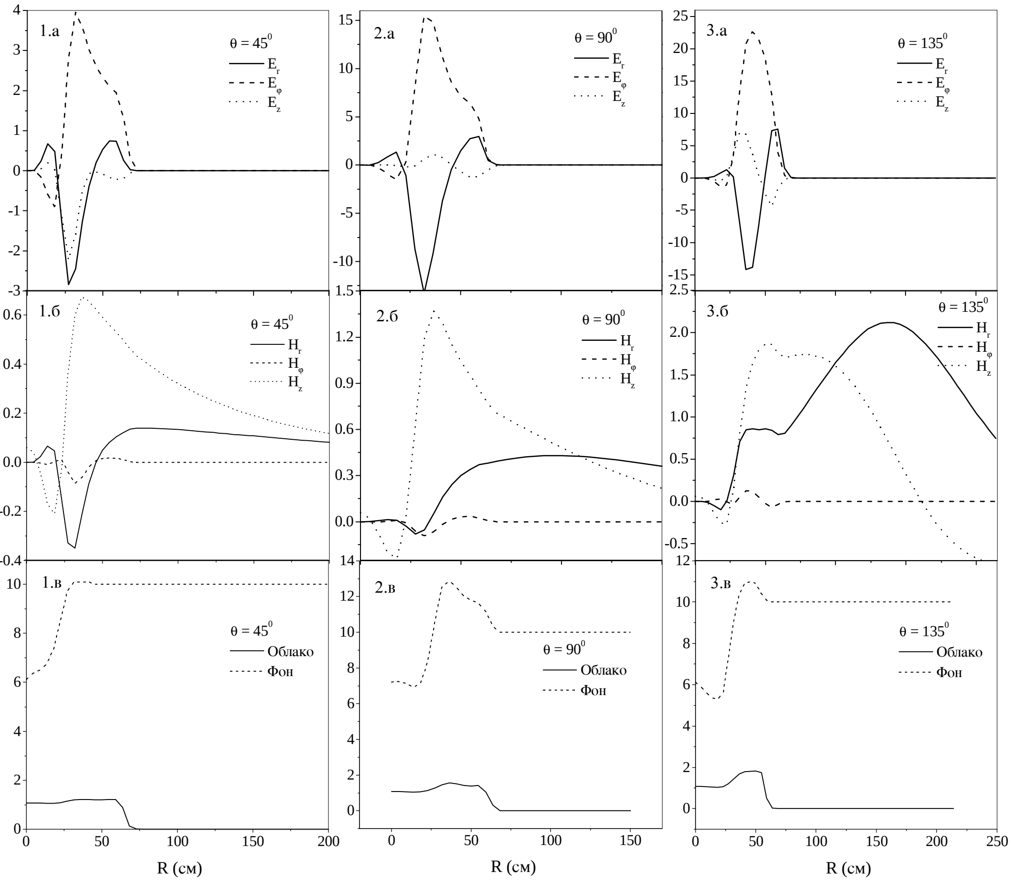


Рис.1. Изменение энергии облака и фоновой плазмы при $M_A = 45.6$, $\delta = 84.2$. а) Изменение полной энергии фоновой плазмы (▲) и облака (■); б) изменение доли энергии облака за счет радиального движения (■), за счет движения вдоль оси Z (•) и вращательного (▲); в) аналогично б) для фона.

Рис.2. Распределение по R (в см) электромагнитных полей



и плотностей облака и фоновой плазмы при $t = 2T$, M_A =20, $\delta = 0.5$ и при значениях угла θ = 45⁰, θ= 135⁰ и θ = 90⁰.

Торможение облака сопровождается формированием в фоновой плазме аксиально-симметричного слоя сжатой плазмы. Амплитуда возмущения плотности фоновой плазмы в указанном слое растет с увеличением угла θ и достигает максимума при углах $\theta = 90^0 - 135^0$ (рис.2).

На начальной стадии разлета из области расширения выносятся частицы фона, что приводит к образованию плазменной каверны. С ней коррелирует магнитная каверна, в которой значение магнитного поля оказалось меньше невозмущенного в результате ее вытеснения (рис.2в). Поэтому электрическое поле в каверне практически отсутствует. При этом граница облака приобретает характерную грибовидную форму (рис.3). Кроме того, из-за наличия локальных максимумов давления на границе облака наблюдается тенденция к разделению облака на ряд фрагментов.

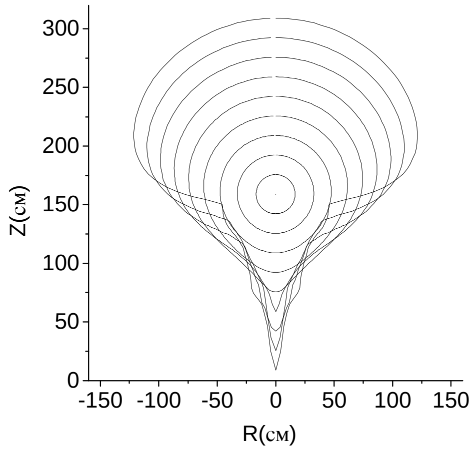


Рис.3. Граница облака в последовательные моменты времени от $t = 0$ (центральная окружность) до $t = 4.5T$ (внешняя линия).

Анализ поля скоростей облака показывает, что на границе облака при углах $\theta = 90^o - 135^o$ возникает ток, направленный в область более сильного магнитного поля. Это приводит к возникновению азимутальной компоненты E_φ, ответственного за МЛМ-торможение. Одним из характерных фрагментов является именно эта часть первоначального облака. С течением времени в указанной области внешняя граница облака посредством электромагнитных взаимодействий передает энергию фоновой плазме. По этой причине расстояние между внешней границей облака и слоем сжатой фоновой плазмы возрастает. Частицы облака, двигающиеся в сторону более слабого магнитного поля, образуют второй фрагмент облака, который в силу малости M_A практически не взаимодействует с фоновой плазмой и магнитным полем и на более поздних стадиях разлета стратифицируется.

Ряд численных экспериментов, проведенный в широком диапазоне параметров $M_A = 4 \div 100$ и $\delta = 0.1 \div 10$, подтверждает увеличение эффективности МЛМ-торможения при больших $M_A >> 1$, градиентах магнитного поля и малых $\delta \cong 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика космической и лабораторной плазмы, под ред. А.Г.Пономаренко. Наука, Новосибирск, СО АН СССР, 1989.
2. **В.В.Адушкин, Ю.И.Зецер, Ю.Н.Кисилев** и др., ДАН, **331**, 486 (1993).
3. **Ю.П.Захаров, А.М.Оришич, А.Г.Пономаренко**. Лазерная плазма и лабораторное моделирование нестационарных космических процессов. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1988.
4. **Р.З.Сагдеев**. "Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме". Вопросы теории плазмы, под ред. М.А.Леонтовича. М., Атомиздат, вып.4, с.20, 1964.
5. **M.M.Leroy**. Phys. Fluids, **26**, 2742 (1983).
6. **В.А.Вшивков, Г.И.Дудникова, Ю.И.Молородов, М.П.Федорук**. Выч. Технологии, **2**, 5 (1997).
7. **В.С.Имшенник**. Двумерные численные модели плазмы, под ред. К.В.Брушлинского. ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР, М., стр.120, 1979.
8. **A.G.Sgro, C.W.Nielsen**. Phys. Fluids, **19**, 126 (1976).
9. **Б.А.Брюнеткин, У.Ш.Бегимкулов, В.М.Дякин** и др.. Квантовая электроника, **19**, 246 (1992).
10. **Y.P.Zakharov**. IEEE Trans. Plasma Sci., **31**, 1243 (2003).
11. **K.Vshivkov** et al. Jpn. J. Appl. Phys., **42**, 6584 (2003).
12. **Ю.П.Райзер**. ПМТФ, №**6**, 19, (1963).
13. **И.С.Шкловский**. Сверхновые звезды и связанные с ними процессы. М., Наука, 1976.
14. **А.И.Голубев, А.А.Соловьев, В.А.Терехин**. ПМТФ, ^{1}**5**, 33 (1978).
15. **В.П.Башурин, А.И.Голубев, В.А.Терехин**. ПМТФ, ^{1}**5**, 10 (1983).
16. **В.А.Вшивков, Г.И.Дудникова, Ю.П.Захаров, А.М.Оришич, А.Г.Пономаренко**. «Исследование процессов бесстолкновительного взаимодействия облака плазмы с замагниченным фоном при больших числах Альвена-Маха». Физика космической и лабораторной плазмы. Новосибирск, 1989, с.54.
17. **Ю.А.Березин, М.П.Федорук, П.В.Хенкин**. Физика плазмы, **14**, 463, (1988).
18. **С.Т.Суржиков**. Физика плазмы, **26**, 811 (2000).
19. **D.A.Osipyan, H.B.Nersisyan, H.H.Matevosyan**. Astrophysics, **46**, 434 (2003).
20. **Р.Хокни, Дж.Иствуд**. Численное моделирование методом частиц. М., Мир, 1987.
21. **Ч.Бэдсел, А.Ленгдон**. Физика плазмы и численное моделирование. М., Энергоатомиздат, 1989.

COLLISIONLESS SCATTERING OF PLASMA CLOUD IN A DIPOLE MAGNETIC FIELD

D.A. OSIPYAN

Results of numerical simulation of dense plasma cloud scattering dynamics in a magnetized background and MHD indignations generation are presented. The magnetic field has dipole structure. The initial system of equations includes the Vlasov equations for ionic components of plasma, hydrodynamic approach for electrons and Maxwell's system of equations. The method of solution is based on the use of a method of particles in cells and finite difference splitting schemes. Quantitative characteristics of dependence of scattering cloud parameters from the Mach-Alfven number and parameter of magnetic laminar interaction are observed. In particular, a condition of more effective deformation of a cloud is large values of the Mach-Alfven numbers and small parameters of the magnetic laminar interaction.