УДК 548.0

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА И ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ОТКРЫТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ

О.М. АРАКЕЛЯН, А.Г. ГАЛУМЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 10 ноября 2005 г.)

Рассмотрены некоторые оптические свойства сред с открытой поверхностью волновых векторов, в частности, угол между волновым вектором и вектором Пойнтинга. Показана зависимость этого угла от направления распространения волны.

1. Введение

Поверхности волновых векторов (ПВВ), как известно, это поверхности, которые показывают зависимость волновых векторов света от направления его распространения. Известно, что в традиционной оптике ПВВ являются замкнутыми поверхностями. Замкнутость ПВВ считалась настолько естественной, что обычно и не упоминалась в традиционной оптике.

В работе [1] впервые были рассмотрены среды, для которых компоненты тензора диэлектрической проницаемости \mathcal{E}_{ij} имеют разные знаки. Было показано, что, если у тензора диэлектрической проницаемости \mathcal{E}_{ij} кристалла имеются как положительные, так и отрицательные компоненты, то поверхность волновых векторов оказывается не замкнутой поверхностью, как обычно в традиционной оптике, а открытой поверхностью, а именно, гиперболоидом вместо эллипсоида. Несмотря на присутствие отрицательной компоненты, электромагнитная волна может распространяться в кристалле, но не по всем направлениям, а по тем, которые заключены в телесном угле, ограниченном асимптотами гиперболоида.

В [1,2] выявлен ряд новых оптических свойств одноосных кристаллов с открытой поверхностью волновых векторов. В работе [3] развита теория оптических свойств одноосных кристаллов, основанная на известном в классической оптике анализе формы ПВВ и характеристической поверхности тензора ε_{ii} .

В настоящей работе детально изучена зависимость между волновым вектором и вектором Пойнтинга в средах с открытой ПВВ.

Новая форма ПВВ диктует среде необычные свойства. В частности, в одноосном кристалле, для которого поверхность волновых векторов необыкновенной волны – гиперболоид, с приближением направления распространения к направлениям асимптот

поверхности волновых векторов фазовая скорость распространения света, при обычных значениях (порядка 1÷5) модулей компонент диэлектрической проницаемости, неограниченно уменьшается, стремясь к нулю при неучете поглощения. Отметим также, что в средах с открытой ПВВ имеют место уникальные закономерности отражения и преломления, например, полное отражение при нормальном падении [2].

2. Дисперсионное уравнение и угол между волновым вектором и вектором Пойнтинга

В случае одноосного кристалла ($\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$, все недиагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости ε_{ij} равны нулю) зависимость модуля волнового вектора необыкновенной волны от направления распространения дается дисперсионным уравнением:

$$\frac{k_{ez}^2}{\varepsilon_{xx}} + \frac{k_{ex}^2 + k_{ey}^2}{\varepsilon_{zz}} = \frac{\omega^2}{c^2},$$
(1)

где k_{ex} , k_{ey} , k_{ez} -проекции волнового вектора **k**_e на оси *x*, *y*, *z*, ω - частота волны, ось *z* направлена вдоль оптической оси кристалла, \mathcal{E}_{xx} и \mathcal{E}_{zz} - компоненты тензора диэлектрической проницаемости \mathcal{E}_{ij} вдоль осей *x* и *z*, соответственно.

Компоненты вектора Пойнтинга для необыкновенной волны имеют вид (при kev = 0)

$$\overline{S}_{ez} = \frac{\omega}{8\pi |k_{ez}|^2} |E_{ex}|^2 \exp(-2\mathbf{k}_e'' \mathbf{r}) \left(\varepsilon_{\perp}' k_{ez}' + \varepsilon_{\perp}'' k_{ez}'' \right),$$

$$\overline{S}_{ex} = \frac{\omega}{8\pi |k_{ez}|^2} |E_{ex}|^2 \exp(-2\mathbf{k}_e'' \mathbf{r}) \left| \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \right|^2 \left(\varepsilon_{\parallel}' k_x' + \varepsilon_{\parallel}'' k_x'' \right),$$
(2)

где черточкой сверху обозначено усреднение по периоду электромагнитной волны, E_{ex} – амплитуда тангенциальной компоненты электрического поля в преломленной волне (одним штрихом отмечены действительные части, двумя штрихами – мнимые части соответствующих величин).

Для косинуса угла между **k**e и **S**e получаем:

$$\cos \alpha = \frac{S_{ex} \cdot k_{ex} + S_{ez} \cdot k_{ez}}{|\mathbf{S}_e| \cdot |\mathbf{k}_e|} \,. \tag{3}$$

На рис.1 показано взаимное расположение вектора Пойнтинга и волнового вектора.



Здесь θ - угол, составленный волновым вектором **k** с осью *z* (направление распространения), а θ - угол между асимптотами гиперболы и осью *z*. На рис.1 буквой φ обозначен угол между вектором Пойнтинга и осью *z*. Следовательно, угол между вектором Пойнтинга **S** и волновым вектором будет $\alpha = \varphi + \theta$.

3. Результаты численного расчета

Среды с открытой ПВВ дают возможность фокусировки света с помощью плоских поверхностей [4-6]. Это связано с необычным расположением волнового вектора \mathbf{k}_e и вектора Пойнтинга **S**. Кристаллами, у которых ε'_{ij} имеет как положительные, так и отрицательные компоненты, являются, например, кристаллы MgF₂ и TiO₂ [7].

Если ПВВ открытая, то при приближении направления \mathbf{k}_{e} к направлениям асимптот угол между \mathbf{k}_{e} и нормалью к ПВВ стремится к $\pi/2$. Действительно, с приближением θ к θ_{0} направление \mathbf{k}_{e} приближается к направлению асимптоты, а последняя приближается к направлению касательной.

Используя уравнение (1), можно написать уравнение касательной гиперболы, а следовательно, и координаты единичной нормали. При этом угол между внешней нормалью (направление вектора Пойнтинга) и осью *z* определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{ctg}^2 \theta_0, \qquad \operatorname{tg} \theta_0 = \sqrt{\frac{|\mathcal{E}_{zz}|}{\mathcal{E}_{xx}}}.$$
 (4)

На рис.2 показана зависимость угла между вектором Пойнтинга и волновым вектором ($\alpha = \varphi + \theta$) от угла падения θ .

Как уже отмечалось, при приближении направления **k**_e к направлениям асимптот угол между **k**_e и нормалью к ПВВ стремится к $\pi/2$. В этом можно убедиться из рис.1 и рис.2, а также из формулы (4). Действительно, из (4) при $\theta = \theta_0$ получаем tg $\varphi = \text{ctg} \theta_0$, , т.е. $\varphi + \theta_0 = \pi/2$. При нормальном падении ($\theta = 0$, волна распространяется вдоль оси *z*) получаем $\varphi = 0$, т.е. направления волнового вектора и вектора Пойнтинга совпадают.



В конце рассмотрим взаимное расположение волнового вектора \mathbf{k}_e и электрического поля \mathbf{E}_e в необыкновенной волне. Из условия $\mathbf{k}_e \mathbf{D} = \mathbf{0}$ и из (4) для угла между этими векторами получаем:

$$tg\beta = \frac{ctg\theta tg^2\theta_0 - tg\theta}{1 + tg^2\theta_0}.$$
 (5)

На рис.3 показана зависимость угла между волновым вектором \mathbf{k}_e и вектором электрического поля **Е** от угла падения θ .

При нормальном падении ($\theta = 0$) из (5) получаем $\beta = \pi/2$, т.е. направления волнового вектора (\mathbf{k}_e) и вектора электрического поля (\mathbf{E}_e) перпендикулярны. При приближении направления \mathbf{k}_e к направлениям асимптот угол между \mathbf{k}_e и \mathbf{E}_e стремится к нулю, т.е. направления волнового вектора (\mathbf{k}_e) и вектора электрического поля (\mathbf{E}_e) совпадают.

Авторы благодарны проф. О.С.Ерицяну за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. О.С.Ерицян. Кристаллография, **33**, 461 (1978).
- 2. О.С.Ерицян. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, "Айастан", 1988.
- 3. О.С.Ерицян, О.М. Аракелян. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 312 (2003).
- 4. **О.С.Ерицян.** Кристаллография, **50**, 511 (2005).
- 5. О.С.Ерицян. Изв. НАН Армении, Физика, **39**, 107 (2004).
- 6. О.С.Ерицян, А.А.Лалаян, А.А.Папоян, О.М.Аракелян, Р.Б.Костанян. Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 178 (2006).
- 7. **В.В.Брыксин** и др. ФТТ, **15**, 1118 (1973).

RELATIVE POSITIONS OF THE WAVE AND POYNTING'S VECTORS IN PROPAGATION OF THE ELECTROMAGNETIC WAVE IN MEDIA WITH OPEN SURFACE OF WAVE VECTORS

H.M. ARAKELYAN, A.G. GALUMYAN

Some optical characteristics of media with open surface of wave vectors are considered. The angle between the wave vector and Poynting's vector is calculated, and the dependence of this angle on the propagation direction is shown.