

УДК 621.384

РАЗВЕРТКА УЛЬТРАКОРОТКОГО ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Э.Д. ГАЗАЗЯН, Д.К. КАЛАНТАРЯН, М.А. ХОДЖОЯН

Ереванский физический институт им. А.И.Алиханяна

(Поступила в редакцию 25 января 2006 г.)

Предложена и обоснована схема развертки сверхкороткого электронного сгустка до размеров, доступных наблюдению, в поле линейно-поляризованной монохроматической электромагнитной волны. Разработан алгоритм восстановления истинного распределения заряда в сгустке по данным отображения на экране, полученным после развертки.

1. Введение

Проблема определения параметров электронного сгустка обсуждалась в работах [1-3], где была разработана методика измерения длины электронного сгустка по его переходному излучению, возникающему при пересечении им наклонно расположенной идеально-проводящей пластины. Однако применимость этой методики была существенно ограничена сложностью получения точных данных по переходному излучению сгустка и, кроме того, она позволяла получать данные лишь о длине сгустка. Помимо этого, возникала также проблема определения и учета длины формирования переходного излучения. В серии работ [4-7] развита методика, основанная на измерении отклонения электронов сгустка при их взаимодействии с высокочастотной электромагнитной волной. В этих работах предложена схема определения длины короткого электронного сгустка, пролетающего через систему, состоящую из двух резонаторов (streak camera), в которых возбуждены электромагнитные колебания, смещенные по фазе на $\pi/2$. В результате получается развертка электронного сгустка в виде дуги окружности, позволяющая судить о длине сгустка.

Заметим, что перечисленные методы неприменимы для случаев сверхкоротких электронных сгустков (длительностью порядка доли пикосекунды и фемтосекунды). Между тем, разрабатываемые в настоящее время проекты ЛСЭ и линейных коллайдеров требуют формирования электронных пучков высокой яркости, сгруппированных в сгустки с длительностью порядка 100 фемтосекунд. В работах [8-10] нами исследовалось поведение электрона в поле плоской электромагнитной волны, ограниченной двумя зеркалами, образующими область взаимодействия электрона (электронного сгустка) и поля лазера и, задавшись гамильтонианом системы электромагнитное поле–электрон, были получены и решены уравнения движения электрона.

Настоящая работа посвящена исследованию особенностей схемы развертки сверхкороткого электронного сгустка в поле монохроматической линейно-поляризованной волны (луч лазера). Цель работы – разработка требований, предъявляемых к схеме измерения для получения достоверных сведений о распределении заряда в сгустке, обеспечивая при этом однозначность результатов измерений. Эта цель достигается разверткой ультракороткого сгустка до величин, доступных наблюдению, и основывается на разработанных ниже алгоритмах, позволяющих путем математического моделирования процесса развертки электронного сгустка получить его изображение на экране наблюдения. Последующий анализ распределения заряда в сгустке в его изображении на экране и дальнейшее восстановление первоначального распределения с помощью разработанного алгоритма позволяют судить о первоначальном распределении заряда в сгустке и о размерах сгустка, если выполнены требования, позволяющие получить однозначные результаты. Показывается, что обеспечение таких требований является вполне реальной задачей.

2. Схема измерений и основные соотношения

Пусть электронный сгусток некоторой длины (поперечным размером при этом мы не интересуемся, предполагая его намного меньше длины сгустка, а распределение заряда по сечению сгустка – однородным), двигаясь вдоль оси x , пересекает первое зеркало M_1 (см. рис.1, а также [8-10]), установленное под углом 45° к этой оси, и в том же направлении распространяется луч лазера, отраженный от первого зеркала.

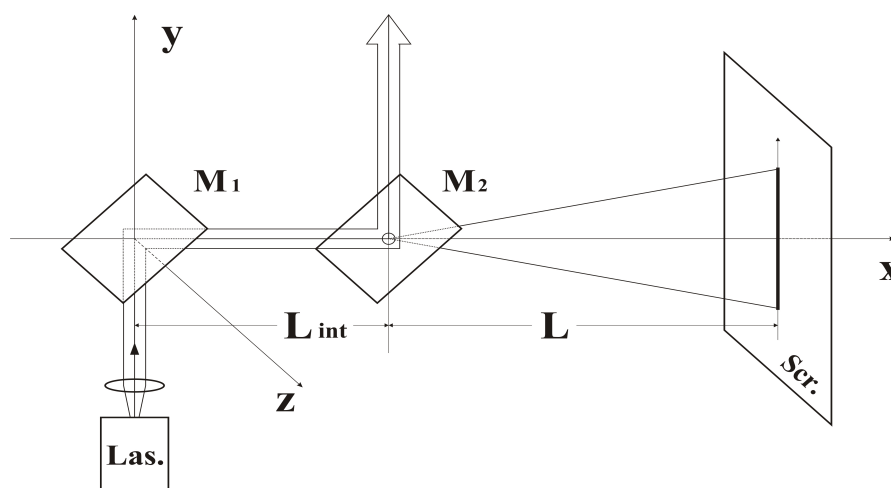


Рис.1. Схема измерений.

Второе зеркало M_2 установлено на расстоянии L_{int} от него, при этом возможные эффекты влияния конечной величины поперечного сечения сгустка компенсируются параллельным расположением зеркал. Электромагнитная волна предполагается поляризованной вдоль оси y .

$$E_y = H_z = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

На расстоянии L от второго зеркала установлен экран, на котором наблюдается изображение развернутого сгустка. Величину этого изображения можно регулировать, меняя величину L .

В работе [2] было получено следующее выражение для координаты некоторого электрона y_2 на экране, имевшего фазу φ_0 относительно фазы электромагнитного поля в начале взаимодействия, т.е. в момент его вылета из зеркала, которое мы представим в виде

$$y_2 = \frac{2eE_0 L \sin \frac{\eta_1}{2}}{\omega} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0\right)}{p_{x0} + \frac{4Be^2 E_0^2 \sin^2 \frac{\eta_1}{2}}{\omega^2} \cos^2\left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0\right)}. \quad (2)$$

В (2) $\eta_1 = \omega\tau_{tr} - kL_{int}$ есть пространственно-временной интервал между двумя зеркалами, τ_{tr} – время пролета электрона между двумя зеркалами, p_{x0} – начальный импульс электрона в момент его вылета из первого зеркала, и $B = (\sqrt{m^2 c^2 + p_{x0}^2} + p_{x0})/2m^2 c^2 = 1/2m_0 c\{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}\}$. В отличие от случая круговой поляризации (см. [10]), когда отображение сгустка на экране представляется в виде дуги окружности, в случае линейной поляризации волны развертка сгустка осуществляется вдоль линии (оси u , лежащей в плоскости поляризации). В первом случае, меняя расстояние до экрана L , можно изменить длину дуги окружности так, чтобы изображение всего сгустка целиком уместилось на ней, обеспечив тем самым однозначную связь между частицами сгустка и их отображениями на экране. Во втором случае, несмотря на существенно большие углы отклонения электронов при их взаимодействии с линейно-поляризованной электромагнитной волной, в силу осциллирующего характера этих отклонений может произойти наложение различных частей отображения сгустка друг на друга, вследствие чего потеряется однозначная связь между координатами зарядов в первоначальном сгустке и координатами его отображения (развертки) на экране. Проиллюстрируем подробно этот эффект.

Как следует из формулы (2), отдельные электроны в сгустке в зависимости от значения фазы волны φ_0 , при которой они попадают в область взаимодействий (L_{int}), отклоняются на различные углы и “развертываются” вдоль оси u . Обозначим через φ_s то значение фазы волны, при которой начало сгустка попадает в область взаимодействия, и назовем ее равновесной фазой. Введя обозначение ξ для координат электронов вдоль сгустка, можно записать следующую линейную связь между этой фазой и фазой, при которой электрон, расположенный в точке ξ , попадет в область взаимодействия:

$$\varphi_0 = \varphi_s - \frac{\omega}{v} \xi, \quad (3)$$

т.е. начальные фазы волны для электронов являются функциями ξ . Для обеспечения однозначной связи между координатами электронов в сгустке (ξ) с координатами отклонений электронов на экране (y_2) необходимо, чтобы производная $dy_2/d\varphi_0$ не меняла бы свой знак. Выпишем эту производную:

$$\frac{dy_2}{d\varphi_0} = \frac{2eE_0L \sin \frac{\eta_1}{2}}{\omega} \cdot \frac{p_{x0} - \frac{4Be^2E_0^2 \sin^2 \frac{\eta_1}{2}}{\omega^2} \cos^2 \left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0 \right)}{\left(p_{x0} + \frac{4Be^2E_0^2 \sin^2 \frac{\eta_1}{2}}{\omega^2} \cos^2 \left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0 \right) \right)^2} \sin \left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0 \right). \quad (4)$$

Как следует из формулы (4), знак производной $dy_2/d\varphi_0$ зависит от знака произведения $p_{x0} - (4Be^2E_0^2 \sin^2(\eta_1/2)/\omega^2) \cos^2(\eta_1/2 + \varphi_0)$ и синуса $\sin(\eta_1/2 + \varphi_0)$. Однако, если потребовать, чтобы $p_{x0} > (4Be^2E_0^2/\omega^2) \sin^2(\eta_1/2)$, то этот знак будет зависеть только от знака $\sin(\eta_1/2 + \varphi_0)$. Переписав формулу (2) с учетом соотношения (3) в виде

$$y_2 = \frac{2eE_0L \sin \frac{\eta_1}{2}}{\omega} \cdot \frac{\cos \left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_s - \frac{z}{v_{x0}} \omega \right)}{p_{x0} + \frac{4Be^2E_0^2 \sin^2 \frac{\eta_1}{2}}{\omega^2} \cos^2 \left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_s - \frac{z}{v_{x0}} \omega \right)}, \quad (2a)$$

построим зависимости $y_2(\xi)$ (в действительности $y_2(\varphi_s - \frac{\omega}{v} \xi + \frac{\eta_1}{2})$) для случаев: а) когда

$p_{x0} > \frac{4Be^2E_0^2}{\omega^2} \sin^2 \frac{\eta_1}{2}$ (рис.2а) и б) когда $p_{x0} < \frac{4Be^2E_0^2}{\omega^2} \sin^2 \frac{\eta_1}{2}$ (рис.2б) при заданных $\eta_1 = 18,719$, $\omega = 10^{14}$ рад/сек, $E_0 = 5 \cdot 10^9$ В/см.

Сравнение рисунков 2а и 2б демонстрирует явное преимущество требования $p_{x0} > (4Be^2E_0^2/\omega^2) \sin^2(\eta_1/2)$, при котором имеется существенно большая область для осуществления взаимно-однозначной связи.

Для того, чтобы можно было по данным измерения на экране (который покрыт микродатчиками (пикселями), способными детектировать попавший на него электрон или группу электронов) восстановить распределение зарядов в сгустке, получим вначале зависимость φ_0 от y_2 . Воспользовавшись уравнением (2) и введя обозначение $u = \cos(\eta_1/2 + \varphi_0)$, можно показать, что это уравнение сводится к квадратному уравнению относительно u :

$$y_2 \left(p_{x0} + \frac{4Be^2E_0^2 \sin^2 \frac{\eta_1}{2}}{\omega^2} u^2 \right) = \frac{2eE_0L \sin \frac{\eta_1}{2}}{\omega} \cdot u, \quad (26)$$

которое имеет решение

$$u = \cos\left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0\right) = \omega \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4Bp_{x0}y_2^2}}{4By_2eE_0 \sin \frac{\eta_1}{2}}. \quad (5a)$$

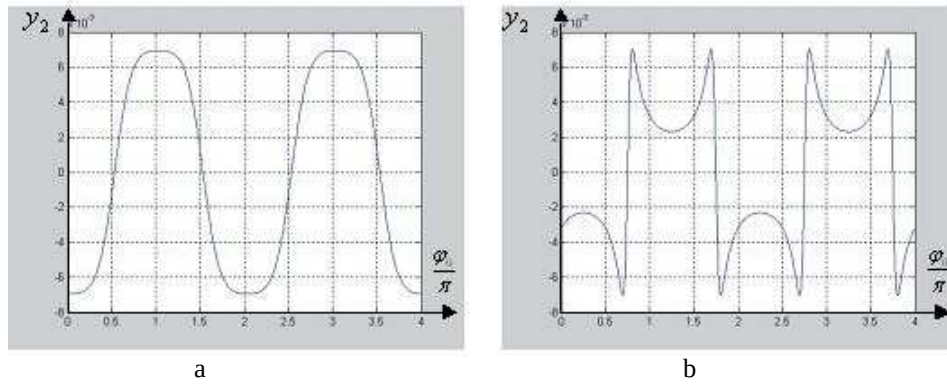


Рис.2. Зависимости y_2 от φ_0 / π для двух случаев.

Знак плюс при этом следует отбросить, чтобы при $y_2 = 0$ решение оставалось бы конечным. Легко показать, что при $4Be^2E_0^2 \sin^2(\eta_1/2)/\omega^2 \ll p_{x0}$ уравнение (5) переходит в

$$\cos\left(\frac{\eta_1}{2} + \varphi_0\right) = \frac{\omega p_{x0} y_2}{2eE_0 L \sin \frac{\eta_1}{2}}, \quad (56)$$

справедливое для сверхкоротких пучков. Уравнения (5а,б) устанавливают связь между координатой электрона в пучке u (или φ_0) для выбранного значения временно-пространственного интервала между двумя зеркалами η_1 с координатой соответствующего изображения на экране y_2 .

Учитывая соотношения (3) – (5а,б) и пользуясь возможностью изменения величины L_{int} с высокой точностью путем смещения зеркал и тем самым меняя задержку между началом взаимодействия волны с электронным пучком, можно добиться синхронизма этого взаимодействия, обеспечивая максимально большую область однозначной связи между координатами $u(\varphi_0)$ и y_2 .

3. Гауссовский пучок в поле терагерцовой волны

Пусть теперь пучок с гауссовским распределением заряда в нем (полный заряд $Q = Ne = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, N – число электронов в пучке, e – заряд электрона, дисперсия $\sigma = 10^{-6}$ м) с кинетической энергией $E = 10$ МэВ движется вдоль оси x с начальным импульсом $p_{x0} = 5,7263 \cdot 10^{-21}$ кг(м/сек в поле плоской монохроматической волны (1) с напряженностью $5 \cdot 10^{11}$ В/м и частотой 10^{14} рад/сек (см. рис.1). Для указанных значений частот

и импульсов пространственно-временной интервал η_1 между двумя зеркалами определяется как $\eta_1 = \omega\tau - \frac{\omega}{c} L_{\text{int}} = \frac{\omega}{\beta c} \cdot \frac{1-\beta^2}{1+\beta} L_{\text{int}} \approx \frac{\pi}{\lambda\gamma^2} L_{\text{int}}$, где λ – длина волны

($\lambda = 1,8849 \cdot 10^{-5}$ м), откуда величина области взаимодействия составит $L_{\text{int}} = (\lambda\gamma^2 / \pi)\eta_1 \approx 4,95$ см.

Для того, чтобы область на экране, занимаемая микродатчи-

ками (пикселями), не достигала слишком большой площади, выберем расстояние L до экрана не более 0,4 м. Тогда вертикальный размер области, покрытой пикселями, ограничится размерами 1,3 см. Заметим, что для выбранных нами значений параметров значение величины $4Be^2E_0^2 \sin^2(\eta_1/2)/\omega^2 = 8,419 \cdot 10^{-22}$ кг(м/сек оказывается меньше значения $p_{x0} = 5,7263 \cdot 10^{-21}$ кг(м/сек. Тем самым выполняется неравенство $p_{x0} > 4Be^2E_0^2/\omega^2 \sin^2(\eta_1/2)$, необходимое для обеспечения однозначности результатов измерений. Если размеры сгустка таковы, что в данной области продольная координата $|\xi| < \lambda/2$, то, измеряя отображение распределения электронов на экране и учитывая (3), можно восстановить первоначальное распределение заряда в сгустке.

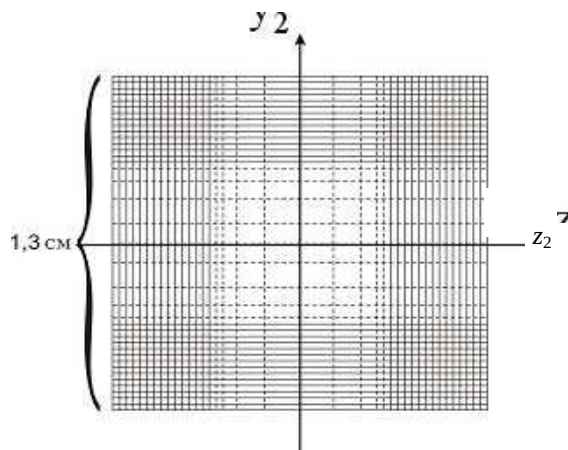


Рис.3. Вид экрана: количество пикселей 600х600.

В настоящей работе мы с помощью MATLAB симулировали гауссовское распределение электронов в сгустке. С этой целью заряд $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл в сгустке делится на “кластеры” (числом около 200000), каждому из которых присваивается координата ξ , но таким образом, чтобы конечное распределение было бы гауссовским с заданным значением дисперсии $\sigma = 10^{-6}$ м. Все эти кластеры пролетают через область взаимодействия L_{int} и область свободного пролета L , после чего регистрируются соответствующими микродатчиками (пикселями) на экране, расположенном на плоскости yz , где на длине 1,3 см размещено 600 таких пикселей (рис.4).

На рис.4 приведено начальное распределение сгустка, а на рис.5 – его отображение на экране с помощью микродатчиков.

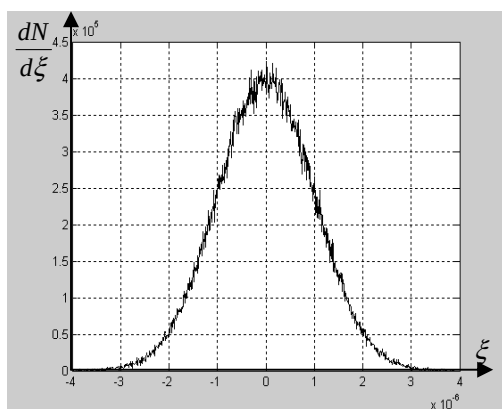


Рис.4. Зависимость плотности заряда в сгустке $dQ/d\xi$ от ξ .

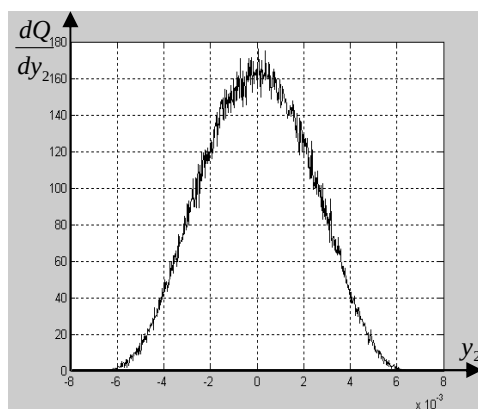


Рис.5. Зависимость плотности заряда dQ/dy_2 в отображении на экране от y_2 .

Как видим, развертка приводит к существенному уменьшению плотности сгустка и его растяжке примерно в 1000 раз. Интегрируя оба распределения на рис.4 и 5, можно показать, что закон сохранения заряда соблюден.

На рис.6 приведено обратное преобразование отображения сгустка к его начальному виду.

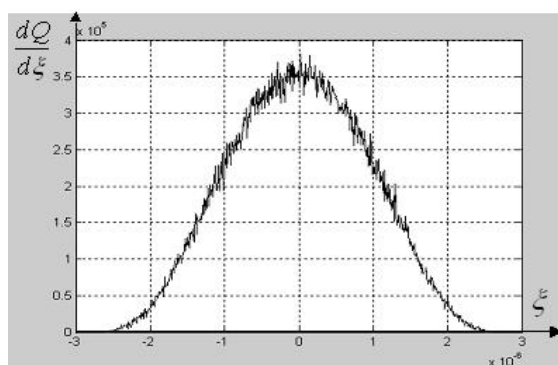


Рис.6. Зависимость восстановленного распределения заряда в сгустке $dQ/d\xi$ от ξ .

Заметим, что распределение на рис.6 уже не гауссово, т.к. отображение на экране имеет ограниченные размеры, т.е., начиная с какого-то значения плотности заряда, восстановленное значение превращается в ноль, тогда как истинное начальное значение нигде не принимает нулевого значения, стремясь к нулю асимптотически для значений уже два или три σ . Другими словами, процедура восстановления начального распределения автоматически отбрасывает “хвосты” гауссовского распределения. Тем не менее, оценки показывают достаточно высокую точность (порядка 10%) восстановленного значения распределения заряда в сгустке.

4. Заключение

Из вышеизложенного следует, что предлагаемая схема определения параметров сверхкоротких электронных сгустков, основанная на его развертке в поле плоской монохроматической электромагнитной волны, позволит решить проблему с высокой эффективностью. При этом, однако, следует иметь в виду необходимость синхронизации начала взаимодействия сгустка с фазой волны, что достигается путем прецизионного изменения длины взаимодействия. Мы намерены продолжить наши исследования, акцентируя уже внимание на проблеме точности восстановления начального распределения заряда в сгустке.

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н. К.А.Испиряну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **E.D.Gazazyan, M.I.Ivanian, E.M.Laziev.** "Setup for Determination of Longitudinal Profile And Duration of Ultrashort Electron Bunches". LINAC-94 Proceeding, Tsukuba, vol.2, pp.923-925 (1994).
2. **E.D.Gazazyan, M.I.Ivanian, E.M.Laziev.** "Relationship between a bunch charge distribution and the time profile of a transition radiation flash". Lawrence Berkeley Lab. LBL-35264, 23 p. (1994).
3. **E.D.Gazazyan, M.I.Ivanian, E.M.Laziev.** "Research and development to complete construction of a setup for determination of the longitudinal profile and duration of ultrashort bunches". Lawrence Berkely Laboratory Report, LBL-36844, CBP-NOTE-139, May 1995, 45 p.
4. **J.Haimson.** J. Appl. Phys., **58**, 303 (1983).
5. **A.V.Aleksandrov et al.** Rev. Scient. Instr., **70**, 2622 (1999).
6. **G.Oksuzyan, E.Gazazyan, A.Margaryan, A.Ter-Poghosyan, M.Ivanyan.** "Ultra-High Frequency Scanning Cavities for Non-Relativistic Electron Beam". EPAC-O4, Lucerne, Switzerland, pp.2466-2468 (2004).
7. **G.A.Kraft.** Proc. of 3-rd European Workshop on Beam Dynamics and Instrumentation for Particle Accelerators. DIPAC, Frascati, Italy, p.48 (1997).
8. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan.** Advanced Radiation Sources and Applications. Proc. of the NATO Advanced Research Workshop. Nor-Hamberd, Yerevan, Armenia, August 29 – September 2, 2004, pp.313-318.
9. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan.** PAC-05. Knoxville, Tennessee, USA, May 16-20, pp.4054-4056 (2005).
10. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, D.K.Kalantaryan, E.M.Laziev, A.T.Margarian.** PAC-05. Knoxville, Tennessee, USA, May 16-20, pp.2944-2946 (2005).

ULTRASHORT ELECTRON BUNCH SCANNING IN A MONOCHROMATIC ELECTROMAGNETIC WAVE

E.D. GAZAZYAN, D.K. KALANTARYAN, M.A. KHOJOYAN

A lay-out of the ultrashort electron bunch scanning scheme in a linearly polarized monochromatic electromagnetic wave up to the sizes being available to be observed is offered and substantiated. The algorithms to restore the initial charge distribution in the bunch by means of the scanned distribution on the screen are developed.