Известия НАН Армении, Физика, т.41, №3, с.163-169 (2006)

УДК 537.86

ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦЫ, ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПО НЕЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ОРБИТЕ ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Л.Ш. ГРИГОРЯН, Г.Ф. ХАЧАТРЯН, С.Р. АРЗУМАНЯН, М.Л. ГРИГОРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 24 января 2006 г.)

Рассчитана интенсивность излучения релятивистской заряженной частицы, равномерно вращающейся по неэкваториальной орбите вокруг диэлектрического шара, как функция расстояния z от плоскости орбиты до центра шара. Учтены явление дисперсии и диэлектрические потери энергии внутри шара. Показано, что при значениях z, не превышающих 10% радиуса орбиты, излучение частицы на 8-ой гармонике может быть во много раз более интенсивным, чем при том же вращении в сплошном бесконечном (и прозрачном) диэлектрике. Аналогичная ситуация возможна и для других гармоник при определенных значениях параметров системы.

1. Постановка задачи

Уникальные характеристики синхротронного излучения (СИ), а также многообразие важных практических приложений, мотивируют необходимость поиска механизмов управления параметрами СИ. Данная работа посвящена этой тематике и является продолжением исследований, инициированных работами [1,2]. В ней определены условия, при которых воздействие вещества (диэлектрический шар) на СИ релятивистской заряженной частицы максимально. Как известно [3], воздействие вещества является определяющим для ряда электромагнитных процессов.

Итак, рассмотрим релятивистскую заряженную частицу (напр., электрон), которая в магнитном поле равномерно вращается вокруг диэлектрического шара. Мы ограничимся рассмотрением наипростейшего случая, когда за пределами шара пустое пространство. В соответствии с этим диэлектрическая проницаемость среды имеет вид

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_b + (1-\varepsilon_b)\Theta(r-r_b)\,, \tag{1}$$

где r_b – радиус шара, ε_b – диэлектрическая проницаемость вещества шара (вообще говоря, комплексная величина), а $\Theta(\tau)$ – ступенчатая функция Хевисайда. Магнитную проницаемость вещества шара считаем равной 1. Начало сферической системы координат r,θ,φ расположено в центре шара. Мы будем полагать, что расстояние

$$z = r_0 \cos\theta_0 \tag{2}$$

от плоскости орбиты частицы до центра шара (вообще говоря) отлично от нуля. В (2) r_0 – расстояние частицы от центра шара, а $\pi/2-\theta_0$ – склонение орбиты частицы. Плотность электрического тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t)=\frac{q\mathrm{v}\mathbf{e}_\varphi}{r_0^2\sin\theta_0}\delta(r-r_0)\delta(\theta-\theta_0)\delta(\varphi-\omega_0 t)\,, \tag{3}$$

где q и $\mathrm{v}=r_q\omega_0$ – заряд и линейная скорость частицы, а

$$r_q=r_0\sin\theta_0 \tag{4}$$

– радиус ее орбиты $(r_q>r_b)$.

Вращение частицы сопровождается излучением на дискретных частотах (гармониках)

$$\omega_k=k\omega_0\,,\qquad k=1;2;3... \tag{5}$$

и диэлектрическими потерями энергии переменного электромагнитного поля внутри шара. Равномерное вращение возможно только, если торможение частицы, вызванное указанными процессами, компенсируется действием сторонней силы (например, электрической).

Удобно ввести в рассмотрение безразмерную величину

$$w_k/\hbar\omega_k\equiv n_k\,, \tag{6}$$

где w_k – энергия, излучаемая на частоте ω_k за один период вращения частицы, а $\hbar\omega_k$ – энергия кванта соответствующей электромагнитной волны. В результате полная энергия W_T, излучаемая за время $T=2\pi/\omega_0$, будет определяться равенством

$$W_T=\sum_{k=1}^{\infty}n_k\hbar\omega_k\ . \tag{7}$$

Нами найдены решения уравнений Максвелла для $\varepsilon(r)$ и $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$, определяемых равенствами (1) и (3). С их помощью рассчитано число квантов $n_k=n_k(r_q/r_b, z/r_q, \mathrm{v}, \varepsilon_b)$, генерируемых вращающейся частицей, и найдены те значения параметров системы r_q/r_b и z/r_q, при которых n_k максимально (при заданных k, v и ε_b).

2. Конечные формулы

Приведем конечную формулу для числа квантов, испускаемых релятивистской частицей на частоте $k\omega_0$ за один период ее вращения вокруг диэлектрического шара:

$$n_k(\text{ball})=n_q\sum_{l=k}^{\infty}\frac{8\pi}{l(l+1)}\left(k\left|\frac{b_{lk}(E)}{2l+1}Y_{lk}(\theta_0,0)\right|^2+\frac{1}{k}\left|b_{lk}(H)\sin\theta_0\,\frac{\partial}{\partial\theta_0}Y_{lk}(\theta_0,0)\right|^2\right). \tag{8}$$

Здесь $n_q=2\pi q^2/\hbar c\cong 0.0459$ (для электрона), $Y_{lk}(\theta,\varphi)$ – шаровые функции, а

$$b_{lk}(H)=i\alpha u[\,j_l(\alpha u)-h_{\underline{l}}(\alpha u)\{j_l(u_b);\,j_l(u)\}]\,,$$

$$\begin{gathered}b_{lk}(E)=(l+1)b_{l-1,k}(H)-lb_{l+1/k}(H)+\\+(1-\varepsilon_b)[j_{\underline{l-1}}(u_b)+j_{\underline{l+1}}(u_b)][h_{\underline{l-1}}(\alpha u)+h_{\underline{l+1}}(\alpha u)]\frac{l(l+1)\alpha u_b\,j_l(u_b)}{l\gamma_{l-1}^l+(l+1)\gamma_{l+1}^l}\end{gathered} \tag{9}$$

– безразмерные величины, описывающие вклады соответственно мультиполей магнитного (*H*) и электрического (*E*) типов, зависящие от v, $z/r_q = \mathrm{ctg}\theta_0$, r_q/r_b и ε_b. В (9) введены следующие обозначения:

$$\alpha = \frac{r_q}{r_b \sin\theta_0}, \quad u = k\frac{r_b \mathrm{v}}{r_q c}, \quad u_b = k\frac{r_b \mathrm{v}}{r_q c}\sqrt{\varepsilon_b},$$

$$\underline{f_l}(\tau) \equiv f_l(\tau)/\{j_l(u_b); h_l(u)\},$$

$$\{a_l(u_b);\ b_l(u)\} \equiv u_b a_{l+1}(u_b) b_l(u) - a_l(u_b) u b_{l+1}(u),$$

$$\gamma_\nu^l \equiv \frac{\varepsilon_b j_\nu(u_b) u h_l(u) - u_b j_l(u_b) h_\nu(u)}{j_\nu(u_b) u h_l(u) - u_b j_l(u_b) h_\nu(u)}, \tag{10}$$

$h_l(\tau) = j_l(\tau) + i n_l(\tau)$, где $j_l(\tau)$ и $n_l(\tau)$ – сферические функции Бесселя и Неймана, соответственно. Напомним, что вне шара вакуум, а $r_q > r_b$. Формулу (8) можно вывести из результатов работ [1,2] после несложных, но трудоемких расчетов.

Задача об излучении заряженной частицы, равномерно вращающейся по экваториальной орбите $(z = 0)$ диэлектрического шара, была решена в [4-6]. Выведенная в [4] формула для интенсивности излучения частицы получается из (8) подстановкой $z = 0$ $(\theta_0 = \pi/2)$.

При отсутствии шара $(\varepsilon_b = 1)$

$$b_{lk}(H) = i\alpha u j_l(\alpha u), \quad b_{lk}(E) = i(2l+1)[\alpha u j_l'(\alpha u) + j_l(\alpha u)], \tag{11}$$

и поэтому n_k не зависит от r_b. Естественно, в этом случае результат суммирования в (8) не должен зависеть также от $z = r_0 \cos\theta_0$. Численные расчеты подтверждают этот вывод и приводят к равенству

$$n_k(\mathrm{ball}; \varepsilon_b = 1) = n_k(\mathrm{vac}), \tag{12}$$

где $n_k(\mathrm{vac})$ – известное выражение (см., напр., [7]) для числа квантов синхротронного излучения (при вращении частицы в пустом пространстве).

Сила, вынуждающая частицу двигаться по заданной траектории, совершает работу против тормозящей силы, с которой окружающее частицу переменное электромагнитное поле действует на эту частицу. За время T совершается работа

$$-\int_0^T dt \int \mathbf{j}\cdot\mathbf{E}dt \equiv A_T, \tag{13}$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – переменная часть напряженности электрического поля.

Используя результаты работ [1,2], можно вывести следующую формулу:

$$A_T = \sum_{k=1}^{\infty} N_k \hbar\omega_k \tag{14}$$

для работы внешней силы, вынуждающей частицу равномерно вращаться вокруг диэлектрического шара. Здесь

$$N_k(\text{ball}) = n_q \sum_{l=k}^{\infty} \frac{8\pi}{l(l+1)} \left(\frac{k}{2l+1} [\alpha u h_{l-1}(\alpha u) - l h_l(\alpha u)] b_{lk}(E) Y_{lk}^2(\theta_0, 0) + \right.$$
$$\left. + \frac{\mathrm{v}}{c} h_l(\alpha u) b_{lk}(H) \sin\theta_0 \left[\frac{\partial}{\theta_0} Y_{lk}(\theta_0, 0) \right]^2 \right). \tag{15}$$

Эта работа расходуется на излучение частицы и диэлектрические потери энергии:

$$A_T = W_T + W_T^* . \tag{16}$$

Подставив сюда (7) и (14), получим

$$W_T^* = \sum_{k=1}^{\infty} \hbar \omega_k (N_k - n_k) . \tag{17}$$

Безразмерная величина $N_k - n_k$ характеризует диэлектрические потери внутри шара, приходящиеся на частоту $k\omega_0$.

3. Результаты численных расчетов

Рассмотрим излучение, генерируемое электроном на некоторой гармонике $\omega_k = k\omega_0$, например, при $k = 8$.

На рис.1 вдоль оси ординат отложено число n_8 испускаемых фотонов, а вдоль оси абсцисс – отношение $z / r_q = \mathrm{ctg}\,\theta_0$ расстояния z от центра шара до плоскости орбиты к радиусу r_q орбиты электрона. Расчеты проводились по формуле (8) для шара, сделанного из плавленого кварца. Учитывались явление дисперсии и диэлектрические потери энергии переменного электромагнитного поля внутри вещества шара:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b'(\omega) + i\varepsilon_b''(\omega) . \tag{18}$$

Волнистая пунктирная линия на рис.1 – график безразмерной величины $N_k - n_k$ (для случая $k = 8$). При этом

$$E_q = 2 \text{ МэВ}, \quad r_q = 3.69 \text{ см}, \quad r_b = r_q / 1{,}0189 \cong 3.62 \text{ см}. \tag{19}$$

Выбранным значениям E_q и r_q на 8-ой гармонике соответствует излучение на частоте $\omega_8 / 2\pi = 10^{10}$ Гц с длиной волны $\lambda_8 = 3$ см в вакууме. Для плавленого кварца на этой частоте $\varepsilon_b'(\omega_8) = 3.78$, а тангенс угла диэлектрических потерь $\varepsilon_b''(\omega_8) / \varepsilon_b'(\omega_8) = 0.0001$ [8,9]. Значение r_b в (19) заимствовано из [5,6] и соответствует максимуму воздействия шара на излучение при вращении частицы в экваториальной плоскости шара $(z = 0)$.

$n_8\ (z/r_q)$

$n_8\ (z/r_q)$

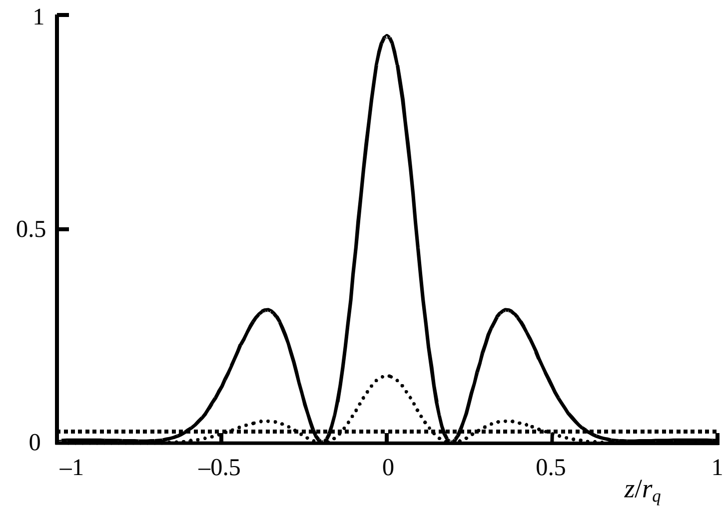

Рис.1. Число n_k квантов электромагнитного поля, генерируемых в течение одного оборота электрона вокруг диэлектрического шара, в зависимости от отношения расстояния z плоскости орбиты до центра шара к радиусу r_q орбиты частицы. Энергия электрона $E_q = 2$ МэВ, радиус его орбиты $r_q = 3.69$ см, номер излучаемой гармоники $k = 8$. Учтены диэлектрические потери энергии внутри шара (плавленый кварц), радиус шара $r_b = 3.62$ см.

В сплошной, бесконечной и не поглощающей среде с $\varepsilon = 3.78$ электрон, вращающийся с теми же E_q и r_q, на 8-ой гармонике испускал бы $0.0274 = n_8(\infty) \sim n_q$ фотонов [10] (горизонтальная пунктирная прямая на рис.1). Если бы электрон не вращался, а с энергией $E_q = 2$ МэВ поступательно перемещался в той же бесконечной среде, то в течение времени T в узком диапазоне частот $\Delta\omega = \omega_0$ испускал бы

$$n_{\Delta\omega}(\infty) = (\mathrm{v}/c - c/\mathrm{v}\varepsilon) n_q \cong 0.0318 \tag{20}$$

фотонов [10]. Таким образом, получаем $n_{\Delta\omega}(\infty) \sim n_8(\infty)$. При отсутствии шара $n_8(\mathrm{vac}) \cong 0.00475 << n_8(\infty)$.

Согласно данным, приведенным на рис.1, $n_8(z/r_q) \sim n_8(\mathrm{vac})$ для z/r_q вне интервала $-0,7 < z/r_q < 0,7$. Внутри этого интервала $n_8(z/r_q)$ значительно больше $n_8(\infty)$ в окрестности каждого из трех максимумов. Более того,

$$n_8(\mathrm{ball}) >> n_8(\infty) \tag{21}$$

для электрона на любой из орбит с

$$|z| \le 0,1 r_q \approx 3.7 \text{ мм}. \tag{22}$$

Например, для «центральной» орбиты

$$n_8(\text{ball}; z=0)/n_8(\infty) \cong 35\,, \quad n_8(\text{ball}; z=0) \cong 0.97\,, \tag{23}$$

а расстояние вращающегося электрона от поверхности шара $r_q - r_b = 0.7$ мм.

Аналогичные результаты получаются для ряда значений $k >> 1$. Нами были проведены численные расчеты также для электронов с $1 \le E_q \le 5$ МэВ и диэлектриков с $1 \le \varepsilon_b' \le 5$ и $\varepsilon_b'' / \varepsilon_b' << 1$. Полученные результаты аналогичны (21) и (23).

4. Заключение

В работе рассчитана интенсивность излучения релятивистской заряженной частицы, равномерно вращающейся вокруг диэлектрического шара, как функция расстояния z от плоскости орбиты до центра шара (ранее был исследован случай $z = 0$ [4-6]). Учтены явление дисперсии и диэлектрические потери энергии внутри вещества шара. Из-за наличия шара наряду с синхротронным излучением частица может генерировать также черенковское излучение. Его появление связано с тем обстоятельством, что связанное с частицей поле частично проникает внутрь шара и вращается вместе с частицей. При небольшом удалении релятивистской частицы от поверхности шара $(r_q \approx r_b)$ скорость перемещения связанного поля может оказаться больше фазовой скорости света внутри вещества шара, и тогда внутри шара должно рождаться черенковское излучение (более детально см. [6]).

Исследованы особенности результирующего излучения на различных гармониках ω_k, связанные с воздействием шара. Показано, что в случае слабого поглощения $(\varepsilon_b'' << \varepsilon_b')$ на некоторых гармониках ω_k с $k >> 1$ в течение одного оборота частица (электрон) может генерировать $n_k \approx 1$ квантов электромагнитного поля (см. (23)). Это значение более чем в 30 раз превышает аналогичное значение n_k для электрона, вращающегося в сплошной, бесконечной и прозрачной среде с диэлектрической проницаемостью, равной реальной части ε_b' диэлектрической проницаемости вещества шара. При заданной частоте вращения частицы $(\omega_0 = 2\pi \mathrm{v} / r_q)$ подобное излучение возможно только при определенных значениях отношения радиусов орбиты частицы и шара (см. (19)) и малом склонении орбиты частицы $(z / r_q << 1,$ см. (22)).

Авторы благодарны академику А.Р.Мкртчяну за интерес к работе и поддержку, а также А.А.Саaряну и А.С.Котанджян за ценные обсуждения. Работа выполнена в рамках гранта ¹0063 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян**. Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 99 (1995).
2. **С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, Х.В.Котанджян**. Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 106 (1995).
3. **P.Rullhusen, X.Artru, P.Dhez**. Novel radiation sources using relativistic electrons. Singapore, World Scientific, 1998.
4. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян**. Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 267 (1998).
5. **М.Л.Григорян**. Тезисы докладов V Национальной конференции РСНЭ НАНО-05, Москва, 14-19

ноября 2005г., с.302; Intense radiation from a relativistic electron rotating about a dielectric ball, hep-th/0512080.

6. **L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, S.R.Arzumanyan, M.L.Grigoryan**. Talk at the Int. workshop on Relativistic channeling and coherent phenomena in strong fields, Frascati, Italy, 25-28 July 2005; High-power Cherenkov radiation from a relativistic particle rotating around a dielectric ball, hep-th/0512106.
7. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Теория поля. М., Наука, 1973.
8. **Дж.К. Саусворт**. Принципы и применения волновой передачи. М., Советское радио, 1955.
9. **Е.М.Воронкова, Б.Н.Гречушников, Г.И.Дистлер, И.П.Петров**. Оптические материалы для инфракрасной техники. М., Наука, 1965.
10. **В.П.Зрелов.** Излучение Вавилова-Черенкова. М., Атомиздат, 1968.

ԴԻԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԳՆԴԻ ՇՈՒՐՋԸ , ՈՉ ՀԱՍԱՐԱԿԱԾԱՅԻՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ ՊՏՏՎՈՂ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Լ.Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Հ.Ֆ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս.Ռ. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, Մ.Լ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Հաշվարկված է դիէլեկտրական գնդի շուրջը, նրա ոչ հասարակածային հարթության մեջ հավասարաչափ պտտվող ռելյատիվիստական լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման ինտենսիվությունը կախված գնդի կենտրոնից պտտման հարթության z հեռավորությունից: Հաշվի են առնված դիսպերսիայի և էներգիայի դիէլեկտրական կորուստները գնդի ներսում: Ցույց է տրված, որ երբ z-ը չի գերազանցում գնդի շառավղի 10%-ը 8-րդ հարմոնիկայի վրա մասնիկը ճառագայթում է բազմաթիվ անգամ առավել ինտենսիվ, քան անվերջ, հոծ և թափանցիկ դիէլեկտրիկում նույնատիպ պտտման դեպքում:

RADIATION FROM A PARTICLE ROTATING ALONG A NOT EQUATORIAL ORBIT OF A DIELECTRIC BALL

L.SH. GRIGORYAN, H.F. KHACHATRYAN, S.R. ARZUMANYAN, M.L. GRIGORYAN

The intensity of radiation from a relativistic charged particle uniformly rotating along a not equatorial orbit of a dielectric ball versus of the distance z from the orbit plane to the ball center is calculated. The dispersion and dielectric losses of energy inside the ball are taken into account. It is shown that for orbits with z not more than 10% of the orbit radius the radiation from the particle at 8th harmonic may be many times more intensive than that from the particle rotating in an infinite homogeneous (and transparent) dielectric. Similar situation for other harmonics is also possible at certain values of the system parameters.