

УДК 533.951

ЭКРАНИРОВКА НЕПОДВИЖНОГО ЗАРЯДА В ПЛАЗМЕ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН

Институт радиопизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 10 августа 2005 г.)

Исследован потенциал неподвижной заряженной частицы в максвелловской плазме при наличии внешнего однородного электрического поля. Показано, что наличие последнего приводит к нарушению сферической симметрии потенциала экранировки – потенциал оказывается локализован внутри цилиндра, ось которого проходит через точку нахождения заряженной частицы, параллельно вектору напряженности внешнего поля; вдоль этого направления поле распространяется на расстояния, значительно превосходящие дебаевский радиус плазмы, и затухает в поперечном направлении на расстояниях порядка нескольких дебаевских радиусов.

Активные поиски принципиально новых методов ускорения заряженных частиц и конструирование на их основе ускорителей, обладающих, по сравнению с традиционными, более высоким (на несколько порядков) темпом ускорения, осуществление ионного термоядерного синтеза, совершенствование методов диагностики плазмы, построение последовательной кинетической теории и ряд других проблем выдвинули исследование взаимодействия заряженных частиц с внешними электромагнитными полями в среде, в частности в плазме, в ряд актуальных задач современной физики (см., например, [1-4]). В настоящей работе исследуется потенциал φ неподвижного “пробного” заряда величиной q в плазме при наличии внешнего однородного электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta)$.

Плазму и потенциал φ в плазме будем описывать системой самосогласованных уравнений Максвелла–Власова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ -\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ -\Delta \varphi &= 4\pi \left\{ q\delta(\mathbf{r}) + \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где суммирование идет по всем α сортам частиц плазмы: $e_\alpha, m_\alpha, f_\alpha$ – заряд, масса и функция распределения частиц сорта α , соответственно.

Основным состоянием плазмы, как и в работе [5], будем считать состояние плазмы, находящейся во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}$. В линейном по полю пробной частицы

приближении система уравнений (1) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ -\Delta \varphi &= 4\pi \left\{ q \delta(\mathbf{r}) + \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $F_\alpha = F_\alpha[\mathbf{v} + \mathbf{v}_\alpha \cos(\omega_0 t + \beta)]$ – функция распределения основного состояния частиц плазмы сорта α , δf_α – возмущения соответствующих функций основного состояния $\mathbf{v}_\alpha = e_\alpha \mathbf{E} / m_\alpha \omega_0$.

В дальнейшем мы будем рассматривать случай плазмы, состоящей из электронов и положительно заряженных ионов одного сорта, считая последние неподвижным фоном, обеспечивающим электронейтральность плазмы. Применяя к системе уравнений (2) метод фурье-преобразований (более детально этот метод изложен, например, в работе [5]), найдем для фурье-образа потенциала и потенциала, усредненного по периоду внешнего поля $\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle$, следующие выражения:

$$\varphi(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{k})} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mathbf{k} \mathbf{r}_E) e^{-in\beta} \delta(\omega - n\omega_0), \quad (3)$$

$$\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k} \mathbf{r}_E) e^{-i\mathbf{k} \mathbf{r}} \frac{1}{\varepsilon(n\omega_0, \mathbf{k})}, \quad (4)$$

где $\mathbf{r}_E = e\mathbf{E}_0 / m\omega_0^2$, $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, $J_n(x)$ – функция Бесселя порядка n , $\mathbf{r}$ – координата точки наблюдения.

В плазме с максвелловским распределением продольная диэлектрическая проницаемость описывается (см., например, [6]) хорошо известным выражением

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{1 - J_+ \left(\frac{\omega}{kv_{Te}} \right)}{k^2 r_{De}^2}, \quad (5)$$

$$J_+(x) = x e^{\frac{x^2}{2}} \int_{i\infty}^x e^{\frac{t^2}{2}} dt, \quad (6)$$

где v_{Te} и r_{De} – тепловая скорость и дебаевский радиус электронов плазмы, соответственно.

С учетом (5) и (6) запишем величину среднего потенциала в следующем виде:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k} \mathbf{z}_E) \cos(\mathbf{k} \mathbf{z}) \frac{-1 + J_+ \left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \right)}{k^2 + 1 - J_+ \left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \right)} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}, \quad (7)$$

где $\mathbf{z}_E = \mathbf{r}_E / r_{De}$, $\mathbf{z} = \mathbf{r} / r_{De}$, $\omega_{Le} = v_{Te} / r_{De}$ – ленгмюровская частота электронов плазмы.

Как показывают численные расчеты [7], функция $J_+(x)$ с достаточно хорошей точностью описывается своим асимптотическим выражением $J_+(x) = 1 + 1/x^2$ уже при значениях аргумента $x \geq 3,3$. В дальнейшем мы будем считать, что выполняется условие $\omega_0 / 3,3\omega_{Le} \gg 1$. Вместе с тем, использование асимптоты функции $J_+(x)$ вместо точного ее выражения приводит к необходимости введения обрезающего параметра, определяемого условием

$$\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \geq 3,3,$$

так что во всяком случае $k \leq \omega_0 / 3,3\omega_{Le} \gg 1$, и малым параметром задачи будем считать величину $\varepsilon = 3,3\omega_{Le} / \omega_0$. С учетом вышесказанного представим выражение (7) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle \varphi \rangle = & \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_0^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{k^2 + 1} + \\ & + \frac{\omega_{Le}^2 4\pi q}{\omega_0^2 (2\pi)^3 r_{De}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_c \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{n^2 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2}} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}, \end{aligned} \quad (8)$$

где c – область изменения переменной $\mathbf{k}$, в которой выполняется условие $k \leq \omega_0 / 3,3\omega_{Le} = 1/\varepsilon$.

Воспользовавшись интегральным представлением функций $J_n^2(x)$, запишем, после суммирования ряда, выражение (8) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle \varphi \rangle = & \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_0^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{k^2 + 1} + \\ & + \frac{\omega_{Le}^2 4\pi q}{\omega_0^2 (2\pi)^3 r_{De}} \int_c \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \int_0^\pi dt J_0(2\mathbf{kz}_E \sin t) \cos(\mathbf{kz}) \left\{ \frac{\omega_0^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{\pi \omega_0 \cos \left[\frac{\omega_{Le}}{\omega_0} (\pi - 2t) \right]}{\omega_{Le} \sin \left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_0} \pi \right)} \right\} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}. \end{aligned} \quad (9)$$

Как показывают соответствующие оценки, вклад высших гармоник (второй член в формуле (9)), во всяком случае не превосходит по абсолютной величине ε . Пренебрегая этим членом, представим выражение (9) в следующем виде:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{q}{r_{De}} \int_0^\infty dk J_0^2(kz_E) \cos(kz_{//}) \left\{ K_0(kz_p) - K_0(z_p \sqrt{k^2 + 1}) \right\} + \frac{q}{r_{De} \sqrt{z_{//}^2 + z_p^2}}, \quad (10)$$

где $K_0(x)$ – функция Макдональда, $z_E = |\mathbf{z}_E|$, $z_{//}$ и z_p – проекции вектора $\mathbf{z}$ на вектор $\mathbf{z}_E$ и перпендикулярное последнему направление, соответственно. Примечательным является отчетливо выраженное отличие выражения (10) от сферически-симметричного.

На рис.1 приведена зависимость безразмерного потенциала φ_{De}/q , как функции безразмерной "продольной" переменной $z_{||}/r_{De}$ при трех значениях безразмерной амплитуды z_E осцилляций электронов плазмы и четырех значениях безразмерного "поперечного" расстояния z_p (имеются в виду направление внешнего поля и поперечное ему, соответственно).

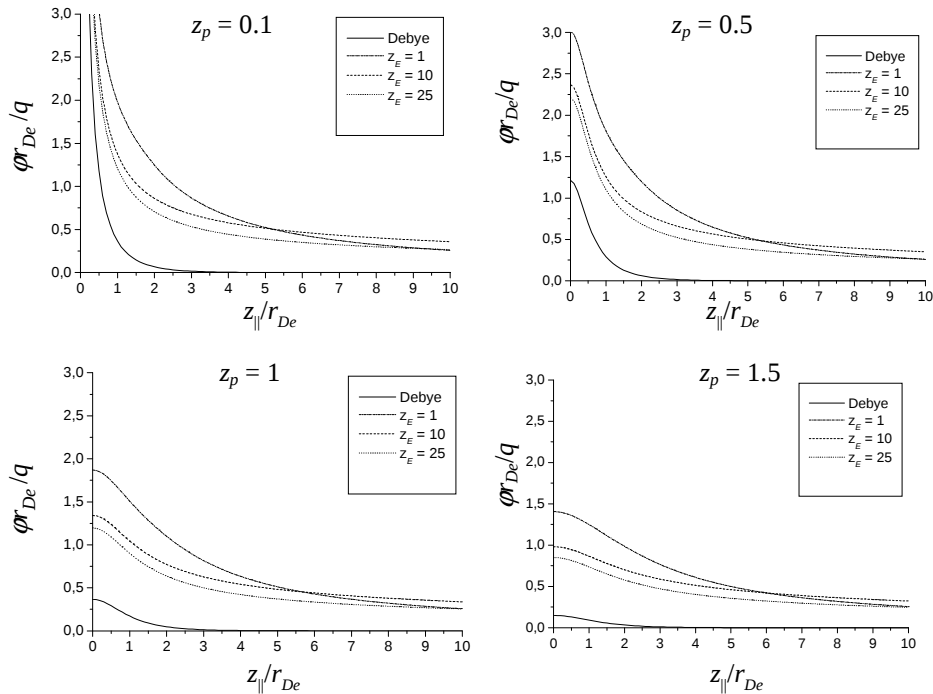


Рис.1

Как видно на приведенных рисунках, потенциал быстро убывает с ростом переменной z_p , в то время как в продольном направлении поле распространяется на расстояния, значительно превышающие дебаевский радиус. Это означает, что потенциал локализован в цилиндре, ось которого проходит через неподвижный заряд параллельно внешнему полю. В поперечном внешнему полю направлении потенциал отличен от нуля до расстояний порядка нескольких дебаевских радиусов.

Таким образом, наличие внешнего однородного поля приводит, по сравнению с дебаевским потенциалом, не только к количественным, но и качественным (изменение типа симметрии) изменениям потенциала экранировки.

В заключение отметим, что приближение однородного поля справедливо в случае, когда длина волны внешнего поля много больше характерных размеров неоднородностей в плазме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Б.Нерсисян, Д.М.Седракан, Г.Г.Матевосян. Астрофизика, **45**, 69 (2002).
2. Yuan-Hong Song, You-Nian Weng, Z.L.Misković. Phys Lett. A, **285**, 183 (2001).
3. Q.Spreiter, C.Toepffert. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **33**, 2347 (2000).
4. Г.Г.Матевосян. Краткие сообщения по физике (ФИАН), №12, 9 (1979).
5. Ю.М.Алиев, Л.М.Горбунов, Р.Р.Рамазашвили. ЖЭТФ, **61**, 1477 (1971).
6. В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.
7. Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян, Р.А.Геворкян, А.И.Оганесян. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 11 (2002).

ԱՆՇԱՐԺ ԼԻՑԻԻ ԷԿՐԱՆԱՅՈՒՄԸ ՀԱՄԱՍԵՌ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Հետազոտված է անշարժ լիցքավորված մասնիկի պոտենցիալը արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող Մաքսվելյան պլազմայում: Ցույց է տրված, որ դաշտի առկայությունը բերում է էկրանացման պոտենցիալի գնդային սիմետրիայի խախտմանը: Պոտենցիալը լոկալիզացվում է գլանի ներսում, որի առանցքի վրա գտնվում է լիցքը: Արտաքին դաշտը ուղղված է առանցքով: Լիցքի պոտենցիալը գլանի առանցքի ուղղությամբ տարածվում է Դեբայի շառավիղից զգալի մեծ հեռավորությունների վրա, իսկ առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ մարում է մի քանի Դեբայի շառավիղի հեռավորության վրա:

SHIELDING OF AN IMMOVABLE CHARGE IN PLASMA PLACED IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN

We obtain an expression for the electrical potential of an immovable charged particle put inside a Maxwellian plasma which is placed in an external uniform electric field. The presence of the latter is shown to deform the spherical symmetry of the potential, which in this case is localized inside a cylinder with the axis passing through the position of a test charge, parallel to the external field vector. As a result, the electric field of the charge falls off in this direction at a distance much longer than the Debye length of the plasma, while in the transverse direction it is nonzero at several Debye lengths.