Известия НАН Армении, Физика, т.41, №2, с.87-90 (2006)

УДК 539.2

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ СПЕКТРЕ ТУННЕЛЬНОЙ 2D-СИСТЕМЫ

Р.М. МОВСЕСЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 4 ноября 2005 г.)

Рассмотрена 2D-ограниченная система, представляющая собой квантовый диск с двумя линейными (δ-ямами, находящаяся в магнитном поле Ааронова–Бома. В адиабатическом приближении построен энергетический спектр системы, являющийся периодической функцией приведенного магнитного потока.

1. Характерные свойства мезо- и наносистем обусловлены квантовой когерентностью электронных состояний. Так, в 1D-квантовых кольцах когерентность сохраняется даже в случае наличия в них упругих рассеивателей. Причиной этого является их круговая симметрия. Следствием этого является наличие в этих системах персистентных (незатухающих) токов [1,2]. Квантовые диски также являются примером 2D-систем с круговой симметрией [3]. Их получают, напыляя на подложке атомы одного или нескольких веществ. В этих системах одна из степеней свободы электрона может претерпевать упругое рассеяние на своеобразных 2D-квантовых барьерах. Подобные туннельные системы рассмотрены в работах [4,5].

Здесь, как и в [5], рассмотрена 2D-ограниченная круговая система, обладающая двумя границами: внешней – радиуса R и внутренней – радиуса a $(a << R)$. Система содержит две достаточно узкие линейные квантовые ямы, образующие угол φ_0. В области πa^2 локализовано постоянное однородное магнитное поле, нормальное к поверхности системы, так что электроны находятся в поле вектор-потенциала (магнитное поле Ааронова–Бома [3]). Нами построен одноэлектронный спектр, являющийся периодической функцией приведенного магнитного потока.

2. Одноэлектронное уравнение Шредингера для описанной системы имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\rho\Psi+\frac{1}{2m}\left(\hat{p}_\varphi-\frac{e}{c}A\right)^2\Psi+U\,\Psi=E\,\Psi\ , \tag{1}$$

где Δ_ρ – радиальная часть 2D-оператора Лапласа, $\hat{p}_\varphi=-\hbar\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}$ – оператор азимутального импульса, $\mathbf{A}$ – вектор-потенциал, обладающий только азиму-тальной составляющей $\mathbf{A}(0,A_\varphi)$; выберем его в виде [6]

$$\mathbf{A} = \frac{\Phi}{2\pi} \nabla \varphi , \tag{2}$$

где φ – азимутальная переменная. Тогда выполняются следующие условия:

$$\oint_L \mathbf{A} d\mathbf{l} = \Phi , \quad \mathrm{rot}\mathbf{A} = 0 , \tag{3}$$

где контур L охватывает область с магнитным полем.

Потенциал линейных квантовых ям, как и в работе [5], аппроксимируем δ-функциями:

$$U(\rho,\varphi) = -\frac{U_0 R}{\rho} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\delta(\varphi - 2\pi n) + \delta(\varphi - \varphi_0 - 2\pi n) \right], \tag{4}$$

где U_0 – характерная глубина ямы. В (4) явно учтена периодичность потенциала.

Построение собственных состояний проведем в адиабатическом приближении, представив волновую функцию в виде

$$\Psi(\rho,\varphi) = \psi(\rho,\varphi)\chi(\rho) , \tag{5}$$

где волновая функция азимутальной степени свободы $\psi(\rho,\varphi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{2m}\left(\hat{p}_\varphi - \frac{e}{c} A \right)^2 \psi + U(\varphi, \rho)\psi = E_0 \psi , \tag{6}$$

Здесь E_0 – собственное значение энергии, зависящее от радиальной переменной ρ, как от параметра.

Умножим слева обе части уравнения (1) на $\psi^*(\varphi, \rho)$, проинтегрируем по φ и после несложных преобразований получим уравнение для $\chi(\rho)$ –волновой функции, соответствующей радиальной степени свободы:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\rho \chi + E_0(\rho)\chi + \hat{C}\chi = E\chi, \tag{7}$$

где оператор неадиабатичности имеет вид

$$\hat{C}\chi = \frac{\hbar^2}{2m}\left[\int_0^{2\pi} \psi^* (\Delta_\rho \psi) \chi \, d\varphi + \int_0^{2\pi} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \frac{\partial \chi}{\partial \rho} d\varphi \right]. \tag{8}$$

Итак, система разделена на “быструю” (азимутальная степень свободы) и “медленную” (радиальная степень свободы). В дальнейшем, при построении радиальных состояний слагаемое $\hat{C}\chi$ будет опущено и этому будет дано обоснование.

3. Совершим калибровочное преобразование

$$\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \boldsymbol{\nabla} f , \quad \psi \to \psi e^{i\frac{e}{\hbar c} f} , \tag{9}$$

оставляющее инвариантным уравнение Шредингера (см., например, [6]). Тогда, учитывая (2), выберем $f=-\Phi\varphi$, исключив этим вектор-потенциал из уравнения (6). В результате волновая функция азимутальной степени свободы приобретает блоховский вид

$$\psi(\varphi,\rho)=\psi_0(\varphi,\rho)e^{i\beta\varphi}\ , \tag{10}$$

где $\psi_0(\varphi,\rho)$ удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2m\rho^2}\frac{\partial^2\psi_0}{\partial\varphi^2}+U(\varphi,\rho)\psi_0=E_0\psi_0 \tag{11}$$

и является 2π-периодической функцией, а роль блоховского волнового числа играет приведенный поток $\beta=\Phi/\Phi_0$.

Наличие фазового множителя нарушает периодичность: при обходе по замкнутому контуру волновая функция приобретает фазу $2\pi\beta$.

На волновую функцию $\psi_0(\varphi,\rho)$ наложим граничные условия

$$\begin{gathered}\psi_I(0)=\psi_{II}(0),\ \ \psi_{II}(\varphi_0)=\psi_{III}(\varphi_0)\ ,\\ \psi'_{II}(0)-\psi'_I(0)+\alpha\psi(0)=0\ ,\\ \psi'_{II}(\varphi_0)-\psi'_I(\varphi_0)+\alpha\psi(\varphi_0)=0\ ,\end{gathered} \tag{12}$$

где $\alpha=\dfrac{2mU_0}{\hbar^2}\rho$, а индексы нумеруют области $I[-2\pi+\varphi_0\,,0]$, $II[0,\varphi_0]$, $III[\varphi_0\,,2\pi]$.

Волновую функцию в “элементарной ячейке” $\left[-2\pi+\varphi_0\,,\varphi_0\right]$ представим в виде

$$\begin{gathered}\psi_I=\left(A_1e^{\lambda\varphi}+A_2e^{-\lambda\varphi}\right)e^{-i\beta\varphi}\ ,\\ \psi_{II}=\left(B_1e^{\lambda\varphi}+B_2e^{-\lambda\varphi}\right)e^{-i\beta\varphi}\ ,\\ \lambda^2=\frac{2m\,|\,E_0\,|}{\hbar^2}\rho^2\ ,\end{gathered} \tag{13}$$

тогда в области III волновая функция выразится через трансляцию ее из области I в соответствии с теоремой Блоха.

В результате подстановки (13) в (12) получим линейную систему однородных уравнений для коэффициентов $A_{1,2}\,,B_{1,2}$, а условие существования нетривиального решения приводит к дисперсионному уравнению

$$\left(1+\eta^2\right)\mathrm{ch}2\pi\lambda-2\eta\,\mathrm{sh}2\pi\lambda-\eta^2\mathrm{ch}b\lambda=\cos2\pi\beta\,,\quad \eta=\frac{\alpha}{2\lambda}\ ,\quad b=2\left(\pi-\varphi_0\right), \tag{14}$$

совпадающему с уравнением (8) работы [5] при условии $\beta=0$, т.е. в отсутствие магнитного потока, иначе говоря, в центре “зоны Бриллюэна”.

Совершим в левой части (14) приближение $2\pi\lambda>>1$, сводящееся к неравенству $\varphi_0<<2\pi$ и $\alpha\varphi_0>>1$. Область применимости последнего можно оценить, выбрав $m=6,7\cdot10^{-2}m_0$ (арсенид галлия), где m_0 – масса “голого” электрона, $U_0\sim1$эВ, $R\sim10^3$ Е,

$\varphi_0 \sim 10^{-1}$ рад, тогда $\rho >> 10^{-11}$ м. В результате получим

$$E_0 = -\frac{\hbar^2}{2m\varphi_0^2\rho^2} + \eta\, e^{-\pi/\varphi_0} \frac{\cos\beta}{\rho^4}, \qquad \eta = \frac{\hbar^6}{16m^3U_0^2\varphi_0^4R^2}, \tag{15}$$

причем второе слагаемое в силу условия $\varphi_0 << 2\pi$ является экспоненциально малой величиной. Первое слагаемое в (15) приводит к состояниям, близким к падению на центр, описанным в [4,7].

В силу экспоненциальной малости второго слагаемого в эффективном потенциале (15), уравнение Шредингера (7) для радиальной степени свободы можно решить, используя теорию возмущений. Волновые функции нулевого приближения выражаются через функции Бесселя с мнимым индексом [4], а вблизи вершины системы $(a \le \rho << R)$

$$\chi_0 = \frac{2}{R}\sin\left(\frac{1}{\varphi_0}\ln\frac{\rho}{a}\right), \tag{16}$$

Тогда вклад второго слагаемого в энергетический спектр, рассчитанный в первом порядке теории возмущений, имеет следующий вид:

$$\Delta E = \frac{6\eta}{R^2a^2} e^{-\pi/\varphi_0} \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right). \tag{17}$$

Таким образом, каждый энергетический уровень смещается на экспоненциально малую величину, периодически зависящую от приведенного потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ho-Fai Cheung** et al. Phys. Rev., **37,** 6050 (1988).
2. **M.B¿ttiker** et al. Phys. Lett., **96A,** 365 (1983).
3. **Y.Imry.** Introduction to Mesoscopic Physics. Oxford University Press, 2002.
4. **Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян.** Изв. НАН Армении, Физика, **39,** 147 (2004).
5. **Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян.** Изв. НАН Армении, Физика, **40,** 10 (2005).
6. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Квантовая механика. М., Наука, 1974.
7. **Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян.** Ядерная физика, 68, 1026 (2005).

ENERGY SPECTRUM OF A 2D TUNNELING SYSTEM

R.M. MOVSESYAN

A 2D finite system representing a quantum disc with two linear δ-wells in the presence of the Aharonov–Bohm magnetic field is considered. The adiabatic approximation is used to obtain the energy spectrum of the system which is a periodic function of the reduced magnetic flux.