

УДК 530.145

МАЛЫЕ ГРУППЫ БРАН В $(1+9)D$

Г.Р. МКРТЧЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 15 ноября 2005 г.)

Для построения унитарных неприводимых представлений алгебр суперсимметрии нужно знать малые группы соответствующих орбит группы Лоренца. В предыдущих работах были рассмотрены преонные конфигурации в различных размерностях. В данной работе рассмотрены некоторые массивные и безмассовые орбиты в размерности $1+9$. Результаты для безмассового случая приведены полностью, для ряда массивных мультиплетов малые группы вычислены впервые.

1. Введение

В современных суперсимметричных теориях [1,2] обычная алгебра Пуанкаре, которая является полупрямым произведением группы Лоренца и абелевой группы векторных генераторов пространственных трансляций, заменяется на аналогичные алгебры, где к генераторам трансляций добавляются тензорные генераторы. Получившиеся алгебры называются тензорными алгебрами Пуанкаре (или супер-Пуанкаре). Тензорные заряды ранга k находятся на k -мерных объектах, называемых бранами [3]. В настоящей работе рассмотрена размерность $1+9$, для которой минимальная $N=1$ алгебра суперсимметрии имеет вид

$$\{Q, Q\} = (\Gamma^\mu C) P_\mu + (\Gamma^{\mu\nu\lambda\rho\sigma} C) Z_{\mu\nu\lambda\rho\sigma}^+, \quad \mu, \nu, \dots = 1, 2, \dots, 10. \quad (1)$$

(Обозначения см. в конце статьи и в [4].)

Формулировать результаты нам удобнее всего в конкретном базисе гамма-матриц, хотя сами результаты (малые группы) от выбора базиса не зависят. Настоящие результаты будут использованы в дальнейшем для построения супермультиплетов алгебры суперсимметрии и других целей (относительно применений см. [5–7], а также Заключение).

2. Малые группы бран

Алгебра суперсимметрии может быть символически записана в форме

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = Z_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 16, \quad (2)$$

где Z – числовая матрица, удовлетворяющая тем же условиям, что и спинор Q (в данном случае Майорана-Вейлевский). Индексы α, β пробегает 16 значений.

Преонный случай соответствует матрице Z ранга 1 и был рассмотрен в [7]. Здесь мы рассмотрим случай $\text{rank}(Z) > 1$. Разделим множество всевозможных Z на две части. Безмассовыми будем называть те Z , малая группа которых содержит алгебру 8-мерных трансляций T_8 , остальные будут массивными. Результат для безмассового случая можно сформулировать очень кратко [8]: малая группа для безмассовой конфигурации есть $T_8 \otimes SO(k_1) \otimes SO(k_2) \dots SO(k_n)$, где k_i – это количество совпадающих собственных значений Z , т.е кратность вырождения i -ого корня. Преонный случай, описанный в [7], следует из этой формулы.

Для формулировки результатов для массового Z нам понадобится конкретный базис в спинорном пространстве. Введем 16 спиноров p^i следующим образом: у спинора p^i при $i = 2k - 1$ отличны от нуля только k -ая компонента, которая равна 1, а также компонента, которая связана с k -ой условием майорановости. При $i = 2k$ отличны от нуля k -ая компонента (равная i), а другая ненулевая компонента опять же следует из условия майорановости. В данном базисе Z можно представить следующим образом: $Z = k_i p^i p^i$ (сумма по i от 1 до 16). Заметим, что безмассовые Z получаются, если взять отличными от нуля только первые 8 координат вектора k_i .

Некоторые интересные результаты для массивного Z таковы. Если первые восемь координат k_i совпадают, то малая группа имеет ту же структуру, что и в безмассовом случае (естественно, за исключением сомножителя T_8), а точнее имеет вид $SO(k_1) \otimes SO(k_2) \dots SO(k_n)$, где k_i – количество совпадающих координат во второй восьмерке координат вектора k_i . Результаты для некоторых дополнительных случаев приведены в следующей таблице:

Вектор k	Малая группа
$\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3\}$	G_2
$\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3\}$	$U(3)$
$\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 6, 5, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3\}$	$SO(3) \otimes SO(3)$
$\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 5, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3\}$	$U(3)$

Приведенные Z -матрицы не вырождены, так как соответствующие мультиплеты не имеют “выживших” суперсимметрий, т.е. нет генераторов суперсимметрии, действие которых на все элементы мультиплета было бы равно нулю (т.е это не BPS мультиплеты). Однако все приведенные результаты остаются в силе, если любые равные числа заменить на нули. Тогда появляется соответствующее (числу нулей) количество выживших суперсимметрий у данного супермультиплета.

3. Определения и обозначения

Наши обозначения и определения таковы. Пространственно-временная метрика: $\eta^{\mu\nu} = (-1, 1, \dots, 1)$. Через Γ мы обозначаем гамма-матрицы из алгебры Клиффорда [2], которые удовлетворяют правилу антикоммутации

$$\{\Gamma^\mu, \Gamma^\nu\} = \eta^{\mu\nu}.$$

Γ - матрицы имеют размерность $2^{[D/2]}$, а правая сторона предыдущего уравнения понимается как $\eta^{\mu\nu}$, умноженное на единичную матрицу соответствующей размерности. Мы будем пользоваться следующим представлением (-матриц. В размерности 2 гамма-матрицы – это матрицы Паули. В размерности $D = 2k+1$ имеем

$$(\Gamma)_{(D)\alpha\beta}^\mu = (\Gamma)_{(D-1)\alpha\beta}^\mu (\mu = 1, \dots, D-1) \text{ и } (\Gamma)_{(D)}^D = (\Gamma)_{(D-1)}^D \text{ или } (\Gamma)_{(D)}^D = i(\Gamma)_{(D-1)}^D,$$

где мы обозначили через $\Gamma_{(D-1)}^D$ произведение всех гамма-матриц размерности $D-1$. Мы выбираем одно из этих двух условий в зависимости от того, которое из них удовлетворяет условию алгебры Клиффорда. В размерности $D = 2k$ имеем:

$$\Gamma_{(D)}^1 = \begin{pmatrix} 0 & -i1 \\ i1 & 0 \end{pmatrix},$$

где 0 и 1 понимаются как нулевая и единичная матрицы соответствующей размерности, и

$$\Gamma_{(D)}^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_{D-1}^{\mu-1} \\ \Gamma_{D-1}^{\mu-1} & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить, что выбранные таким образом Γ -матрицы действительно являются представлением алгебры Клиффорда.

Такое определение (-матриц соответствует евклидовой метрике. Для псевдоевклидова случая нужно умножить соответствующие временным компонентам (-матрицы на мнимую единицу i . Остальные обозначения соответствуют [4].

4. Заключение

Одним из наиболее интересных применений настоящих результатов может быть обобщение связи спина частиц со статистикой на случай бран. Для этого необходимо найти представление, в котором находятся ненулевые суперзаряды относительно вычисленных в настоящей работе малых групп. Приведем решение этой задачи в простейшем преонном случае (т.е. матрица Z имеет ранг 1, $Z_{\alpha\beta} = \lambda_\alpha \lambda_\beta$, где λ_α – произвольный спинор) [9]. Тогда очевидно, что суперзаряд можно представить следующим образом: $Q_\alpha = \lambda_\alpha q$, где оператор q удовлетворяет коммутационному соотношению $\{q, q\} = 1$ и имеет минимальное представление в пространстве размерности два. В данном случае суперзаряд есть синглет по отношению к малой группе (т.к. таковым является спинор λ_α , по определению малой группы) и, таким образом, оба члена супермультиплета находятся в одном и том же представлении малой группы, т.е. нет традиционной связи спина со статистикой.

Автор благодарен Р.Л.Мкртчяну за обсуждение результатов настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.C.West**. Introduction to supersymmetry and supergravity. World Scientific, Singapore, 1990.
2. **P.C.West**. Supergravity, brane dynamics and string duality, hep-th/9811101.
3. **J.A.de Azcarraga, J.P.Gauntlett, J.M.Izquierdo, P.K.Townsend**. Phys. Rev. Lett., **63**, 2443 (1989).
4. **I.V.Rudychiev**. From superalgebras to superparticles and superbranes, hep-th/0104031.
5. **P.K.Townsend**. M-theory from its superalgebra, hep-th/9712004.
6. **R.L.Mkrtchyan**. Brane content of branes' states, hep-th/0212174, Phys. Lett., **B558**, 205 (2003).
7. **H.R.Mkrtchyan, R.L.Mkrtchyan**. Mod. Phys. Lett., **A18**, 2665 (2003).
8. **H.R.Mkrtchyan, R.L.Mkrtchyan**. Mod. Phys. Lett., **A19**, 931 (2004).
9. **R.L.Mkrtchyan**. Little groups and statistics of branes, hep-th/0209040.

ԲՐԱՆՆԵՐԻ ՓՈՔԻ ԽՄԲԵՐԸ (1+9) ՉԱՓԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ

Հ.Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Սուպերսիմետրիայի հանրահաշվի չբերվող ունիտար ներկայացումները կառուցելու համար պետք է իմանալ Լորենցի ուղեծրերի փոքր խմբերը: Նախորդ աշխատանքներում դիտարկված էին պրեոնային դեպքերը տարբեր չափայնություններում: Ներկա աշխատանքում դիտարկված են որոշ զանգվածային և անզանգված ուղեծրեր (1+9) չափայնությունում: Անզանգված դեպքերի համար արդյունքները լրիվ են, իսկ որոշ զանգվածային մուլտիպլետների համար փոքր խմբերը հաշվարկված են առաջին անգամ:

LITTLE GROUPS OF BRANES AT (1+9) D

H.R. MKRTCHYAN

For construction of unitary irreducible representations of supersymmetry algebras one needs to know the little groups of Lorentz orbits. In previous works preon configurations were considered at different dimensions. We consider some massive and massless orbits at (1+9) D . Results for massless orbits are complete, for a set of massive multiplets the little groups are calculated for the first time.