УДК 530.145

НАДПОРОГОВАЯ ИОНИЗАЦИЯ АТОМОВ С УЧЕТОМ КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

А.Г. МАРКОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 февраля 2005 г.)

Проведен анализ релятивистской теории надпороговой ионизации водородоподобных атомов с учетом кулоновского рассеяния в линейно поляризованном сверхинтенсивном лазерном поле. Выявлены особенности спектра энергетического и углового распределения образующихся электронов при учете вынужденного эффекта перерассеяния фотоэлектрона в непрерывном спектре.

1. Введение

Интерес к процессу многофотонной надпороговой ионизации (НПИ) атомов в сверхинтенсивных лазерных полях вызван в основном проблемой генерации высоких гармоник и осуществления когерентного коротковолнового излучения с помощью многофотонных связанно-свободных переходов через непрерывный спектр, что является альтернативной версией рентгеновского лазера на свободных электронах. Этой проблеме посвящено много работ и несколько монографий [1,2].

Основной подход в нерелятивистской теории многофотонной надпороговой ионизации в сильном поле электромагнитной волны (ЭМВ) был развит Келдышем (так называемая теория Келдыша–Файсала–Риса (КФР)) [3], который позволил объяснить качественные особенности энергетического спектра фотоэлектронов в экспериментах по НПИ [4]. В рамках этого подхода пренебрегается перерассеянием, т.е. рассеянием фотоэлектрона в поле атомного остатка. Для достижения количественного описания экспериментальных данных были сделаны попытки, например, теоретического описания конечного состояния фотоэлектрона функцией "Кулона–Волкова", которая есть произведение кулоновской функции упругого рассеяния электрона и волновой функции электрона в поле ЭМВ [5], что приводит к факторизации вероятности НПИ и вносит ограничения на частоту и на интенсивность волны.

Описание конечного состояния фотоэлектрона с учетом эффекта вынужденного тормозного рассеяния (ВТР) в электростатическом поле ионизованного атома в присутствии ЭМВ (вынужденные свободно-свободные переходы) остается одной из основных проблем НПИ атомов. Более того, уже само описание динамического состояния электрона в процессе ВТР проблематично, поэтому основные результаты по многофотонному ВТР получены через формализм матрицы рассеяния для "свободно-свободных" переходов между волковскими состояниями в ЭМВ [6] в борновском приближении по электростатическому потенциалу. Вне рамок этого приближения известны низкочастотное и эйкональное приближения. В работе [7] была получена динамическая волновая функция нерелятивистского электрона в процессе ВТР, названная обобщенным эйкональным приближением (ОЭП), учитывающая одновременное воздействие полей рассеяния и ЭМВ на динамику электрона в отличие от известных функций, факторизованных по обоим полям. Это позволило выйти за рамки обычного эйконального приближения в теории рассеяния. При помощи такой волновой функции для конечного состояния фотоэлектрона была найдена вероятность многофотонной НПИ, которая учитывает перерассеяние фотоэлектрона в поле атомного остатка [1]. Как было отмечено, учет последнего остается одной из основных проблем для более корректного количественного описания процесса НПИ, в особенности при рассмотрении эффекта стабилизации в сверхатомных полях $F \ge F_a$ ($F_a = Z_a^3 m^2 e^5$ – напряженность атомного поля, *m*, *e* – масса и заряд электрона, Z_a – зарядовое число ядра). С другой стороны, в сверхинтенсивных полях проблема НПИ атомов с учетом процесса ВТР фотоэлектрона требует релятивистского рассмотрения.

Релятивистское обобщение многофотонного ВТР в борновском приближении было проведено на основе уравнения Дирака [8]. В работе [9] ОЭП было развито для неупругого процесса в релятивистской теории рассеяния в поле электростатического потенциала произвольной формы и поле ЭМВ. В [1] с помощью этой волновой конечного состояния фотоэлектрона функции в качестве была развита релятивистская теория НПИ водородоподобных атомов в сильном поле ЭМВ с учетом процесса ВТР фотоэлектрона в непрерывном спектре. Было показано, что вклад последнего в вероятность многофотонной ионизации уже в борновском приближении по кулоновскому полю того же порядка, что и вероятность НПИ, полученная в рамках теории КФР.

Целью настоящей работы было рассмотрение индуцированного процесса НПИ в сильном поле ЭМВ, когда энергия электрона в поле порядка его энергии покоя. Поскольку изучение этого процесса до настоящего времени в основном было проведено для циркулярно-поляризованной ЭМВ (наиболее простые аналитические формулы приведены в [1]), в настоящей работе рассмотрена НПИ водородоподобных атомов в случае линейной поляризации поля излучения, где ожидается более богатый и сложный спектр фотоэлектронов. Кроме того, эксперименты по генерации высших гармоник в основном удаются при линейной поляризации поля ЭМВ. Необходимо также выяснить – играют ли роль спиновые эффекты при интенсивности поля порядка 10¹⁸ Вт/см², или можно ограничиться рассмотрением нелинейного НПИ атомов для клейн-гордоновской частицы вместо дираковского электрона, как в работе Риса [10], но учесть перерассеяние электрона хотя бы в борновском приближении. Количественные расчеты исходят от обобщенной функции Бесселя, представленной в виде ряда

$$J_N(\alpha,\beta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_{N-2k}(\alpha) J_k(\beta)$$
(1)

Различные подходы развиты в работах [3,11,12]. Основная проблема многих известных программ для расчета обобщенной функции Бесселя – ограниченность пределов для ее аргументов и порядка, при которых получаются достоверные результаты.

В настоящей работе приводится наиболее компактная формула для вероятности релятивистского процесса НПИ водородоподобного атома с учетом процесса ВТР клейн-гордоновского фотоэлектрона в борновском приближении по кулоновскому потенциалу остаточного иона в поле линейно-поляризованного излучения и численное рассмотрение для энергетического и углового распределений фотоэлектрона при помощи как точного представления (1), так и известной асимптотики для обобщенной функции Бесселя в контексте данной физической задачи.

2. Вероятность процесса НПИ водородоподобного атома в линейно-поляризованном поле ЭМВ

Как известно, состояние электрона в поле сильной ЭМВ и, соответственно, вероятность надпороговой ионизации атома существенно зависят от поляризации волны. Для водородоподобного атома в поле ЭМВ линейной поляризации с вектор-потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{e}A_0 \cos(\omega t - \mathbf{kr})$, с учетом кулоновского перерассеяния имеем следующую формулу для дифференциальной вероятности НПИ в телесный угол $d\Omega$ ($\hbar = c = 1$) [1]:

$$\frac{dW_{i\to f}}{d\Omega} = \frac{2^4}{\pi ma^5} \sum_{N \ge N_0} \frac{(N-Z)^2 (k\Pi)^2 |\Pi|}{\mathbf{g}^8} \left\{ J_N \left(\alpha, -\frac{Z}{2} \right) + \frac{\mathbf{g}^2}{2m(N-Z)} \right\} \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left(-\frac{\alpha'}{2} \right) \left\{ (\varepsilon_0 + 2n\omega) J_{N-2n} \left(\alpha, -\frac{Z}{2} \right) + \frac{\omega \alpha'}{2} \left[J_{N-2n-2} \left(\alpha, -\frac{Z-\alpha'}{2} \right) + J_{N-2n-2} \left(\alpha, -\frac{Z-\alpha'}{2} \right) \right] \right\}^2,$$

$$(2)$$

где $J_N(\alpha, \beta)$ – обобщенная функция Бесселя [3,12], $\Pi = (\Pi_0, \Pi)$ – усредненный четырехмерный квазиимпульс электрона в плоской ЭМВ: $\Pi = p + k\Pi$, $p = (\varepsilon, \mathbf{p})$ – четырех-импульс свободного электрона, $Z = e^2 A_0^2 / (4kp)$, $k = (\omega, \mathbf{k})$ – волновой четырех-вектор, $kp = \omega \varepsilon - \mathbf{kp}$. Величины $\alpha, a', \mathbf{g}, |\Pi|$ имеют вид

$$\boldsymbol{\alpha} = eA_0 \mathbf{e} \mathbf{\Pi} / (kp), \quad \boldsymbol{a}' = e^2 A_0^2 / (4\omega\varepsilon_0), \quad \mathbf{g} = \mathbf{\Pi} - N\mathbf{k}, \quad |\mathbf{\Pi}| = \sqrt{(\varepsilon_0 + \omega N)^2 - m_*^2}, \quad (3)$$

где $m_* = m\sqrt{1 + \xi^2/2}$ – эффективная масса релятивистского электрона в ЭМВ, $\xi = eA_0/m$ – релятивистский инвариантный параметр интенсивности волны, $\varepsilon_0 = m - E_B$, E_B – энергия связанного состояния водородоподобного атома, $a = a_0 / Z_a$, $a_0 = 1/(me^2)$ – боровский радиус, c – скорость света. По закону сохранения энергии в процессе НПИ суммирование начинается с числа $N_0 = <(m_* - \varepsilon_0) / \omega > .$

Простые преобразования с помощью формулы приведения

$$2nJ_{n}(\alpha,\beta) = \alpha \Big[J_{n-1}(\alpha,\beta) + J_{n+1}(\alpha,\beta) \Big] + 2\beta \Big[J_{n-2}(\alpha,\beta) + J_{n+2}(\alpha,\beta) \Big]$$
(4)

позволяют просуммировать в (2) по промежуточным переходам фотоэлектрона через виртуальные состояния атомного континуума, что соответствует испусканию и поглощению фотонов волны (сумма по *n*). В результате получим формулу для численного исследования

$$\frac{dW_{i\to f}}{d\Omega} = \frac{2^4}{\pi n a^5} \sum_{N \ge N_0} \frac{(N-Z)^2 (k\Pi)^2 |\Pi|}{\mathbf{g}^8} \left\{ J_N\left(\alpha, -\frac{Z}{2}\right) + \frac{\mathbf{g}^2}{2m(N-Z)} \left[\varepsilon_0 J_N\left(\alpha, \frac{Z-a'}{2}\right) - (Z-a') \left(J_{N-2}\left(\alpha, \frac{Z-a'}{2}\right) + J_{N+2}\left(\alpha, \frac{Z-a'}{2}\right) \right) \right] \right\}^2.$$
(5)

Формула (5) в нерелятивистском пределе переходит в известную формулу, полученную по теории КФР [3], с одним важным отличием. Здесь учтен эффект перерассеяния электрона в поле атомного остатка. В пионерской работе Келдыша этот эффект приближенно оценивается и вводится в конечную формулу для вероятности ионизации (при полях много меньших атомных) в виде постоянного множителя. Более того, похожий подход был применен в [13,14] для релятивистски сильных полей.

Так как дальнейшее исследование формулы (5) аналитически затрудняется, ниже произведем численный анализ. Для сравнения результатов численных вычислений представлены результаты для вероятности НПИ без учета процесса перерассеяния электрона [10], а также известное представление Ритуса–Никишова [12], где обобщенная функция Бесселя аппроксимируется функцией Эйри Ai(*Y*) при условиях

$$\alpha \sim \beta \sim N \gg 1, \qquad \frac{N}{4\beta} \ge \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^2 + \frac{1}{2},$$
 (6)

$$\widetilde{J}_{N}(\alpha,\beta) = \left(\frac{\left(2mE_{B}\right)^{2}\cosh\varepsilon}{\omega m^{2}\xi^{2}\left(\Pi_{0}-|\Pi|\cos\theta\right)}\right)^{1/3}\operatorname{Ai}(Y)$$
(7)

где

$$Y = \left(\frac{4\beta}{\sin\psi}\right)^{2/3} \left(\frac{N}{4\beta} - \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^2 - \frac{1}{2}\right),\tag{8}$$

$$\sin\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{3}{2} - \frac{N}{4\beta} - \sqrt{\left(\frac{N}{4\beta} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha}{4\beta}\right)^2} \right\}^{1/2},$$
 (9)

$$\cosh \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{N}{4\beta} + \sqrt{\left(\frac{N}{4\beta} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha}{4\beta}\right)^2} \right\}^{1/2},$$
(10)

$$\alpha = \xi \frac{m|\Pi|\sin\theta\cos\varphi}{\omega(\Pi_0 - |\Pi|\cos\theta)}, \quad \beta = -\xi^2 \frac{m^2}{8\omega(\Pi_0 - |\Pi|\cos\theta)}, \quad N \ge \frac{m_* - \varepsilon_0}{\omega}.$$
(11)

3. Численный расчет вероятности ионизации водородоподобного атома в поле линейно-поляризованной ЭМВ

Для численных расчетов рассматривается ионизация атома водорода ($Z_a = 1$) из основного состояния с энергией $E_B \approx 0.5$ а.е. при излучении Nd-YAG лазера (*ħω* ≈ 1.17 эВ). Интенсивность ЭМВ принята 3.5 · 10¹⁶ Вт/см², что соответствует релятивистскому параметру интенсивности $\xi = 0.17$ и напряженности ЭМВ E^{-1} а.е. На рис.1 (гладкая линия) приводится парциальная вероятность надпороговой ионизации W(N) с учетом процесса перерассеяния в кулоновском поле атомного остатка, найденная с помощью (5), где произведено интегрирование по углам рассеяния θ, ϕ конечного электрона в полярной системе координат с осью, направленной по вектору распространения ЭМВ, как функция числа N поглощенных фотонов, необходимых для процесса ионизации. В отличие от случая лазерного поля циркулярной поляризации [1] при тех же параметрах задачи, где зависимость имеет гауссов вид, распределение W(N) по N «прижато» к порогу ионизации $N = N_0$. Для сравнения на том же рис.1 приводятся парциальная вероятность надпороговой ионизации $W_R(N)$ [10] (пунктирная линия) без учета процесса перерассеяния в кулоновском поле и найденная при помощи асимптотического представления (7) (линия из точек). Вышеуказанная асимптотика из-за определенных условий (6) на α, β, N и входящих в (7) \mathcal{E}, ψ [12] не приемлема для члена, описывающего перерассеяние фотоэлектрона, где второй аргумент $\beta = (Z - a')/2$ функции $J_N(\alpha, \beta)$ – знакопеременный (второй член в фигурных скобках в (5)). Как показали численные расчеты, при $\xi = 0.1$ (и при больших значениях $\xi = 1$) асимптотика (линия из точек) [12], не совпадает с графиком зависимости $W_R(N)$ [10].

Как видно из рис.1, вероятность НПИ с учетом кулоновского взаимодействия значительно больше вероятности прямого процесса, спектр фотоэлектронов имеет многопиковый характер, которые не совпадают с пиками $W_R(N)$ из-за учета промежуточных переходов фотоэлектрона через виртуальные состояния атомного континуума с эффектом перерассеяния. Отметим, что для циркулярной поляризации ЭМВ вклад перерассеяния электрона в непрерывном спектре того же порядка, что и

результат Риса, в котором не учтено перерассеяние [1]. Исследования при больших значениях параметра ξ показали, что с ростом поля скорость ионизации уменьшается на несколько порядков, что позволяет при сравнении с рис.1 увидеть процесс стабилизации [1].



Рис.1. Парциальная вероятность ионизации W(N) атома водорода как функция числа фотонов N, необходимых для процесса ионизации при частоте $\omega = 0.043$ а.е. и релятивистском параметре интенсивности $\xi = 0.1$ линейно-поляризованного лазерного поля в логарифмическом масштабе. Сплошная линия, пунктирная линия и линия из точек есть парциальные вероятности с учетом процесса перерассеяния электрона, без учета этого процесса и найденная с помощью приближения [12], соответственно.

Проведены также исследования пространственного распределения фотоэлектронов. На рис.2а приведен график зависимости дифференциальной вероятности $dW(\theta, \varphi)/(\sin \theta d\theta d\varphi)$ надпороговой ионизации (после суммирования по числу поглощенных фотонов N) от углов рассеяния θ и φ конечного электрона в полярной системе координат с осью, направленной по вектору **k** ЭМВ. Для сравнения с известными результатами релятивистский параметр интенсивности взят $\xi = 0.01$, при котором релятивизм задачи уже выражен [10].

На рис.26 та же зависимость приведена для случая, когда пренебрегается перерассеянием электрона на кулоновском потенциале при остальных одинаковых параметрах задачи [3]. Так как магнитное поле уже влияет на испущенные фотоэлектроны, максимумы вероятности НПИ достигаются при периодических значениях $\theta = 1.53938$ рад, $\varphi = 0$ в плоскости, составленной векторами распространения и поляризации ЭМВ. Сравнение двух графиков показывает особенности углового распределения вылетающего электрона: например, колоколообразную форму на рис.2a, отмеченную при учете влияния на электрон кулоновского поля атомного остатка для численного [15] и экспериментального [4] исследований задачи.



Рис.2. Дифференциальная вероятность $dW(\theta, \varphi)/d\Omega$ процесса надпороговой ионизации атома водорода как функция двух углов θ, φ , составленных импульсом фотоэлектрона **p** и волновым вектором **k** и двумя плоскостями, созданными векторами **A**,**k** и **A**,**p**, соответственно, при линейной поляризации лазерного поля с вектором поляризации **A** и частотой излучения $\omega = 0.043$ а.е. и $\xi = 0.01$: а) и б) есть вероятность, найденная с учетом процесса перерассеяния и без учета этого процесса, соответственно. Углы даны в радианах. Максимумы вероятности соответствуют периодическим значениям $\theta = 1.53938$ рад и $\varphi = 0$.

Резюмируя, можно отметить, что роль кулоновских сил при больших релятивистских скоростях фотоэлектрона в процессе НПИ одинаково существенна как в начальном, так и в конечном состояниях. В случае рассеяния фотоэлектрона в непрерывном спектре состояний в циркулярно-поляризованном лазерном поле вклад перерассеяни уже имеет тот же порядок [1], а в случае линейно-поляризованного – много больше вероятности прямого процесса ионизации в рамках известных приближений.

Выражаю благодарность проф. Г.К.Аветисяну за обсуждение результатов и постоянный интерес к работе, а также Г.Ф.Мкртчяну и Х.В.Седракяну за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. H.K.Avetissian et al. Phys. Rev. A, 64, 053404 (2001).
- M.H.Mittleman. Introduction to the Theory of Laser-Atom Interactions. Plenum, New York, 1993; M.V. Fedorov. Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field. World Scientific, Singapore, 1997; F.Ehlotzky et al. Phys. Reports, 297, 63 (1998).
- Л.Д.Келдыш. ЖЭТФ, 47, 1945 (1964); F.Faisal. J. Phys. B, 6, L89 (1973); H.R.Reiss. Phys. Rev. A, 22, 1786 (1980).
- P.Agostini et al. Phys. Rev. Lett., 42, 2778 (1979); P.H.Buckbaum et al. Phys. Rev. Lett., 56, 2590 (1986); U.Mohideen et al. Phys. Rev. Lett., 71, 509 (1993).
- H.R.Reiss and V.P.Krainov. Phys. Rev. A, 50, R910 (1994); D.B.Milosevic and F.Ehlotzky. Phys. Rev. A, 58, 3124 (1998); K.Mishima et al. Phys. Rev. A, 66, 053408 (2002).
- 6. **Ф.В.Бункин, М.В.Федоров**. ЖЭТФ, **49**, 1215 (1965).
- 7. H.K. Avetissian et al. Phys. Rev. A, 56, 4905 (1997).
- 8. М.М Денисов, М.В. Федоров. ЖЭТФ, 53, 1340 (1967).
- 9. H.K. Avetissian et al. Phys. Rev. A, 59, 549 (1999).
- H.R.Reiss. J. Mod. Opt., 7, 574 (1990); D.P.Crawford and H.R.Reiss. Phys. Rev. A, 50, 1844 (1994); D.P.Crawford et al. Opt. Exp., 2, 289 (1999).
- 11. C.Leubner et al. Phys. Rev. A, 23, 2877 (1981).
- 12. А.Л.Никишов, В.Л.Ритус. ЖЭТФ, **46**, 776 (1964); **46**, 1768 (1964); А.Л.Никишов, В.Л.Ритус. Труды ФИАН, **111**, 218 (1979).
- N.J.Kylstra et al. Phys. Rev. A, 64, 013411 (2001); A.Malstev and T.Ditmire. Phys. Rev. Lett., 90, 053002 (2003).
- 14. H.R.Reiss. Phys. Rev. A, 65, 055405 (2002).
- 15. M.Lewenstein et al. Phys. Rev. A, 51, 1495 (1995).

ԱՏՈՄՆԵՐԻ ՎԵՐՇԵՄԱՅԻՆ ԻՈՆԻՉԱՑԻԱՆ ԿՈՒԼՈՆՅԱՆ ՑՐՄԱՆ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ա.Գ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված է գծային բևեռացված գերհզոր լազերային դաշտում ջրածնանման ատոմների վերշեմային իոնիզացիայի քվանտային ռելյատիվիստիկ տեսությունը։ Ցույց են տրված պոկված էլեկտրոնների անկյունային և էներգիական բաշխումների յուրահատկությունները, հաշվի առնելով ֆոտոէլեկտրոնի հարկադրական վերացրման էֆեկտը ատոմային կոնտինուումում։

ABOVE-THRESHOLD IONIZATION OF ATOMS WITH ALLOWANCE FOR THE COULOMB SCATTERING

A.G. MARKOSSIAN

Within the framework of the relativistic quantum theory the above-threshold ionization process of the hydrogen-like atoms in a superintensive linear polarization electromagnetic wave is studied. Taking into account the photoelectron-induced rescattering effect in the atomic continuum, the features of the energy and angular distributions of outgoing electrons are revealed.