

УДК 621.384

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА НА ПРОДОЛЬНУЮ ДИНАМИКУ ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЬНОМ КОЛЬЦЕ CANDLE

Д.К. КАЛАНТАРЯН^{1,2}, Ю.Л. МАРТИРОСЯН¹

¹Центр синхротронного излучения CANDLE

²Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 октября 2004 г.)

В работе оценен предельный ток электронного пучка в накопительных кольцах, обусловленный продольной неустойчивостью частиц. С учетом сил собственных полей сгустка, найдены условия захвата частиц в режим ускорения и устойчивых продольных колебаний. Определена сепаратриса продольных колебаний частиц и получена величина сдвига частот синхротронных колебаний в зависимости от числа частиц в сгустке. Численное моделирование проведено для источника синхротронного излучения третьего поколения CANDLE [1].

1. Введение

Для получения фотонных пучков большой яркости в источниках синхротронного излучения (СИ) третьего поколения необходимы электронные пучки с малыми эмиттантами при большом циркулирующем токе в кольце. Увеличение плотности частиц в единице фазового объема колебаний частиц, в свою очередь, приводит к усилению коллективных эффектов, среди которых важное место занимают эффекты взаимодействия частиц с собственными полями пространственного заряда пучка.

В работе [2] было исследовано влияние сил пространственного заряда на поперечную динамику электронного пучка в накопителе электронов CANDLE. В частности, было оценено смещение числа бетатронных колебаний, а также определена величина разностного резонанса в случае наличия связи поперечных колебаний, вызванных собственными полями наклоненного в поперечном сечении сгустка. В настоящей работе на основе матричного анализа исследуется влияние сил собственных полей пучка на продольные колебания частиц внутри сгустка. Исследование основывается на общих уравнениях движения частиц в шестимерном фазовом пространстве. Разработанная методика применена для анализа продольной нестабильности частиц в накопителе электронов CANDLE на энергию 3 ГэВ.

2. Уравнения движения

В натуральной ортогональной системе координат (x, y, s) , связанной с идеальной орбитой накопителя электронов, уравнения траектории частицы в шестимерном фазовом пространстве $(x, p_x, y, p_y, \sigma, p_\sigma)$ имеют вид

$$\begin{aligned}x' &= p_x, \\p'_x &= h_x \cdot (1 + p_\sigma) + \frac{e \cdot c}{E_0} \cdot (1 + h_x x) [p_y \cdot B_s - B_y] + \frac{e}{E_0} \cdot E_x + \frac{1}{E_0} \cdot F_{xc}, \\y' &= p_y, \\p'_y &= \frac{e \cdot c}{E_0} \cdot (1 + h_x x) [B_x - p_x \cdot B_s] + \frac{e}{E_0} \cdot E_y + \frac{1}{E_0} \cdot F_{yc}, \\ \sigma' &= \frac{1}{\gamma^2} \cdot p_\sigma - h_x \cdot x, \\p'_\sigma &= \frac{e \cdot E_m}{E_0} \cdot \left[\cos \left(\frac{\omega_{RF}}{c} \cdot (s - s_0) + \phi \right) \cdot \sin \left(\frac{\omega_{RF}}{c} \cdot \sigma \right) + \frac{1}{E_0} \cdot F_{\sigma c} \right],\end{aligned} \quad (1)$$

где p_x, p_y – нормированные безразмерные поперечные импульсы, σ – смещение частицы от центра пучка, $p_\sigma = \Delta p / p$ – разброс частиц по импульсам, $h_x(s) = -(e/p) \cdot B_y(0, 0, s)$ – кривизна траектории в поворотных магнитах, s – продольная координата вдоль идеальной замкнутой орбиты, $\eta = 1/\gamma^2 - \alpha$, α – коэффициент уплотнения орбит, γ – Лоренц-фактор, e и E_0 – заряд и равновесная энергия электрона, c – скорость света, ω_{RF} – циклическая частота ускоряющего поля, ϕ – фаза частицы относительно ускоряющей волны, E_m – амплитудное значение напряженности ускоряющего поля в резонаторе. Штрих означает дифференцирование по продольной координате s . Последние члены во втором, четвертом и шестом уравнениях представляют собой собственные электромагнитные силы пространственного заряда внутри пучка, явные выражения которых приведены в следующем разделе статьи.

3. Силы пространственного заряда пучка

Для явного представления сил пространственного заряда пучка мы сделаем предположение, что электронный сгусток имеет форму эллипсоида, внутри которого частицы имеют однородное распределение по трем координатным осям. С учетом этого силы пространственного заряда можно представить в виде [3]

$$F_{xc} = I_1 \cdot x; \quad F_{yc} = I_2 \cdot y; \quad F_{\sigma c} = I_3 \cdot \sigma, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{e \cdot Q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l_b \cdot \gamma^2 \cdot a \cdot (a+b)}, & I_2 &= \frac{e \cdot Q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l_b \cdot \gamma^2 \cdot b \cdot (a+b)}, \\I_3 &= \frac{e \cdot Q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \gamma^3 \cdot l_b^3} \cdot \ln \frac{\gamma \cdot l_b + \sqrt{\gamma^2 \cdot l_b^2 + a^2 - b^2}}{a+b}.\end{aligned} \quad (3)$$

В приближении малых длин пучка по сравнению с длиной волны ускоряющего электромагнитного поля, для смещения частот малых продольных колебаний (1) получаем известную формулу [4]

$$\Delta \nu_n = -\frac{3Nr_0\eta R^2}{\beta^2\gamma^3 l_b^3 v_0} \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2} \right), \quad (4)$$

где R – средний радиус накопителя, $\beta \approx 1$ – скорость электрона, r_0 – классический радиус электрона. Как видно из формулы, при энергии частиц выше критической энергии ($\eta < 0$) силы пространственного заряда приводят к дополнительной банчировке сгустка и, как следствие, к укорочению длины сгустка.

4. Численные результаты

На примере накопительного кольца CANDLE было проведено численное моделирование эффектов пространственного заряда на базе программы MATLAB [5]. В качестве ускоряющего резонатора в накопителе CANDLE предполагается использовать шесть резонаторов типа ELETTRA с суммарным напряжением 3,3 МВ, параметры которых приведены в табл.1.

Табл.1. Параметры ускоряющего резонатора накопителя CANDLE.

| | |
|------------|-------------|
| Длина | 480 мм |
| Напряжение | 650 кВ |
| ВЧ частота | 499,654 МГц |
| Диаметр | 526 мм |

Накопитель электронов CANDLE рассчитан на номинальный ток в кольце 0.35 А, что соответствует числу частиц в каждом сгустке $N_b = 0,56 \cdot 10^{10}$ при заполнении всех 360 сепаратрис (длина орбиты кольца 216 м). В одночастичном приближении величина максимального относительного смещения энергии частиц от равновесного значения $\Delta E_{\max} / E_0$ определяется сепаратрисой продольных колебаний частиц и составляет 2.4% (энергетический аксептанс частиц). Учитывая среднеквадратичный разброс частиц в сгустке в 0.1%, время жизни пучка, обусловленное внутривпучковым рассеянием частиц (время жизни по Тушеку), составляет 39.5 часов.

На рис.1 приведены сепаратрисы продольных колебаний для случаев одночастичного приближения (сплошная линия) и с учетом эффекта пространственного заряда при значении числа частиц в сгустке $N = 10^{13}$ (пунктирная линия). Результаты получены методом матричного сшивания решений для отдельных элементов ускорителя. Длина сгустка и его продольное распределение считаются заданными. Как видно из рисунка, учет пространственного заряда приводит к увеличению сепаратрисы устойчивых про-

дольных колебаний. Для заданных параметров тока и энергии пучка в накопителе эффект имеет слабо выраженный характер. В частности, при предельном числе частиц в сгустке $N = 2.7 \cdot 10^{11}$, соответствующем устойчивости движения для поперечных колебаний [2], увеличение динамического акцептанса составляет всего 0.05%.

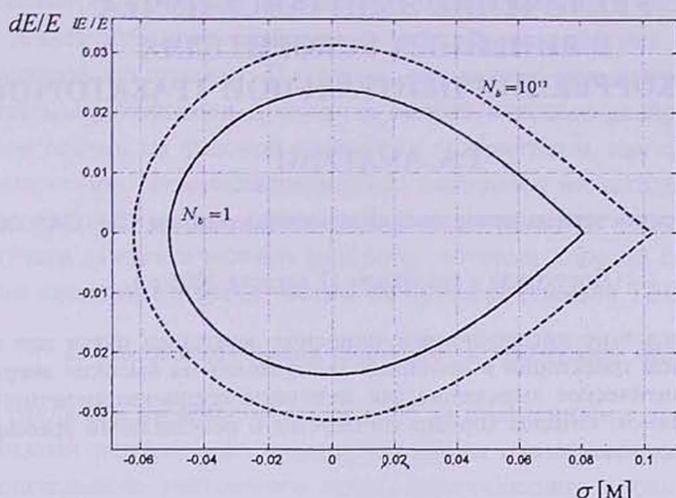


Рис.1. Зависимость сепаратрисы синхротронных колебаний от числа частиц.

5. Заключение

В работе показано, что учет пространственного заряда при анализе стабильности продольных колебаний в накопителе электронов существенно не изменяет сепаратрису. Устойчивая сепаратриса определяется в основном одночастичным рассмотрением проблемы, а время жизни пучка обусловлено в основном внутривпучковым рассеянием. Однако увеличение сепаратрисы продольных колебаний при учете пространственного заряда – довольно важное следствие, показывающее, что накопление больших токов в кольце не приводит к нарушению продольной стабильности частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. CANDLE – Conceptual Design Report, Yerevan, 2002.
2. Д.К.Калантарян, Ю.Л.Мартиросян. Изв. НАН Армении, Физика, 39, 293 (2004).
3. I.Borchardt et al. "Calculation of Beam Envelopes in Storage Rings and Transport Systems in Presence of Transverse Space-Charge Effects and Coupling". DESY 87-161, 1987.
4. A.Chao. Physics of Collective Beam Instabilities in High-Energy Accelerators. Wiley, 1993.
5. MATLAB, The Language of Technical Computing, <http://www.mathworks.com>.