

УДК 537.533

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ РЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУР

Р.А. БАГИАН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 11 апреля 2005 г.)

Исследовано дифракционное излучение электронов от регулярных структур в оптической и рентгеновской областях спектра в приближении теории возмущений (изменение диэлектрических свойств мало). Рассмотрена конкретная периодически неровная граница раздела между двумя средами с диэлектрическими константами ϵ_1 и ϵ_2 . Получены выражения для спектральных плотностей энергии дифракционного излучения и полного числа излученных фотонов как для нерелятивистских, так и релятивистских электронов. Проведено сравнение полного числа излученных фотонов дифракционного излучения с полным числом фотонов переходного излучения на неровной границе раздела.

В данной работе исследовано дифракционное излучение (см., например, [1]) в оптической и рентгеновской областях спектра от регулярных структур для нерелятивистских и релятивистских электронов как в связи с рядом возможных практических приложений, так и в связи с дальнейшим развитием теории.

Физическая природа дифракционного и переходного излучений одна и та же. Поле движущейся частицы наводит в неоднородности переменную поляризацию, благодаря которой и появляется излучение. Исходя из этого, рассмотрение проведено с помощью разработанной нами методики теории возмущений (см., например, [2,3]), важным преимуществом которого в отличие от других подходов (см., например, [4,5]) является отсутствие ограничений как на форму, так и на характерные размеры оптических неоднородностей.

Условиями применимости теории возмущений являются

$$\left| \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \right| \ll 1; \quad \left| \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \right| \ll \frac{\lambda}{l_c} \cos \theta, \quad (1)$$

где l_c – когерентная длина. Она определяется как обратная величина продольно передаваемого границе раздела импульса при излучении кванта в направлении θ , что при классическом рассмотрении соответствует длине траектории излучающей частицы, которая играет роль в формировании переходного излучения с длиной волны λ .

Наличие периодичности приводит к интерференционным явлениям, и возможность появления излучения, пропорционального длине пролета частицы, в такой среде связана с выполнением определенных условий, которые следуют из соотношения неопределенностей. Обратные значения продольно передаваемого и поперечно передаваемого импульсов будут определять продольные и поперечные расстояния, которые могут быть существенны в процессе излучения.

Из результатов работы [3] получим выражение для полной энергии

$$dI(\omega, \mathbf{k}) = dI^{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) + dI^{\perp}(\omega, \mathbf{k}) \quad (2)$$

дифракционного излучения в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$ как в первой среде, так и во второй среде при параллельном пролете электрона над одномерной синусоидальной границей раздела $f(x) = f_0 \cos((2\pi/l)x)$ на расстоянии d от средней плоскости (плоскость $z = 0$ прямоугольной системы координат xyz):

$$dI(\omega, \mathbf{k}) = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{8\pi c \varepsilon_0^2} \frac{\omega}{c} L d \omega d\Omega \frac{(H^{\parallel} + H^{\perp}) e^{-\frac{2\omega d}{c\beta} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_0 (1 - \cos^2 \theta_y)}}}{(1 - \cos^2 \theta_x)(1 - \beta^2 \varepsilon_0 \cos^2 \theta)[1 - \beta^2 \varepsilon_0 (1 - \cos^2 \theta_y)]} \times \quad (3)$$

$$\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| J_m \left\{ \frac{\omega f_0}{c\beta} \left(i \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_0 (1 - \cos^2 \theta_y)} + \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta_x \right) \right\} \right|^2 \delta \left(\frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_0}} - \frac{2\pi m}{l \omega \sqrt{\varepsilon_0}} - \cos \theta \right),$$

где

$$H^{\parallel} = \cos^2 \theta_x \left((1 - \beta^2 \varepsilon_0) \cos \theta + \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos^2 \theta_y \right)^2 + (1 - \cos^2 \theta_x)^2 (1 - \beta^2 \varepsilon_0 (1 - \cos^2 \theta_y)); \quad (4)$$

$$H^{\perp} = \cos^2 \theta_y \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta - \beta^2 \varepsilon_0 \right)^2; \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$J_m \{ \dots \}$ – функция Бесселя порядка m ; e – заряд электрона; c – скорость света в вакууме, $\beta = v/c$; $\cos \theta_x = \sin \theta \cos \varphi$, $\cos \theta_y = \sin \theta \sin \varphi$, $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, причем здесь θ отсчитывается от оси, параллельной скорости заряда, φ – азимутальный угол, который составляет проекция волнового вектора на плоскость, перпендикулярную скорости заряда, с нормалью к средней плоскости поверхности раздела в среде, где движется частица; L – длина траектории; $\mathbf{v} (v_x, 0, 0)$ – скорость электрона; индексы $\parallel, \perp$ определяют поляризацию излучения.

Полученные выражения для интенсивностей излучения описывают излучение в случае взаимодействия заряженной частицы с конкретной периодической границей. Это общие формулы, из которых можно получить как выражения для переходного излучения, так и выражения для дифракционного излучения.

В формуле для спектральной плотности энергии излучения привлекает внимание наличие δ -функции. Из ее аргумента (поскольку $-1 \leq \cos \theta \leq 1$) вытекает следующее ограничение на номер излучаемой гармоники при фиксированной частоте:

$$\frac{l\omega}{2\pi v}(1-\beta\sqrt{\epsilon_0}) \leq m \leq \frac{l\omega}{2\pi v}(1+\beta\sqrt{\epsilon_0}). \quad (5)$$

Из этого же условия можно получить ограничение на излучаемую частоту при фиксированном номере гармоники:

$$\frac{2\pi v m}{l(1+\beta\sqrt{\epsilon_0})} \leq \omega \leq \frac{2\pi v m}{l(1-\beta\sqrt{\epsilon_0})}. \quad (6)$$

Итак, дифракционное излучение состоит из суммы излучений различных гармоник, определяемых целыми числами m . Число гармоник, излучаемых на данной частоте, определяется целой частью величины $2(l/\lambda)$, где $\lambda = (2\pi c/\omega\sqrt{\epsilon_0})$ и не зависит от скорости частицы.

Случай $m = 0$ соответствует черенковскому излучению, модифицированному наличием периодической границы раздела. При $m > 0$ излучение может возникать до порога появления излучения Вавилова-Черенкова, т.е. при досветовом движении. Подбирая соответствующим образом поверхность, можно добиться излучения. При $m < 0$ излучение осуществляется для некоторой области частот, если диэлектрическая постоянная среды, во всяком случае, больше единицы.

Для нерелятивистских частиц каждая гармоника сводится к одной определенной частоте, причем излучаются фотоны только с частотой, равной целому кратному "частоты пролета среды" $\omega = (2\pi v/l)$, а для релятивистских — к интервалу частот.

В различных предельных случаях выражение (3) значительно упрощается и получаются наглядные формулы. В нерелятивистском пределе, т.е. когда $\beta\sqrt{\epsilon_0} \ll 1$, для спектральной плотности энергии излучения имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dI(\omega, \mathbf{k})}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2 |\epsilon_2 - \epsilon_1|^2}{8\pi c^2 \epsilon_0^2} \omega L (1 + \cos^2 \theta_y) e^{-2\frac{\omega d}{v}} \times \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| I_m \left(\frac{\omega f_0}{v} \right) \right|^2 \delta \left(\frac{1}{\beta\sqrt{\epsilon_0}} - \frac{2\pi c m}{l\omega\sqrt{\epsilon_0}} - \cos \theta \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $I_m(\omega f/v)$ — модифицированная функция Бесселя. В (7) фигурируют поперечные и продольные размеры поля частицы $v/\omega \approx \lambda\beta\sqrt{\epsilon_0}$.

Интегрируя (7) по углам, причем $-(\pi/2) \leq \varphi \leq (\pi/2)$ для первой среды и $(\pi/2) \leq \varphi \leq (3\pi/2)$ для второй среды, и разделив полученное выражение на $\hbar\omega$, $\eta\omega$, можно получить число квантов для m -ой спектральной линии в интервале частот $d\omega$:

$$dm = \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{|\epsilon_2 - \epsilon_1|^2}{8\epsilon_0^2} \beta \frac{L}{v} e^{-2\frac{\omega d}{v}} \left| I_m \left(\frac{\omega f_0}{v} \right) \right|^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{\beta\sqrt{\epsilon_0}} - \frac{2\pi c m}{l\omega\sqrt{\epsilon_0}} \right)^2 \right] \right\} d\omega. \quad (8)$$

Интегрируя (7) по частоте, можно получить угловое распределение излучения.

Сравнивая с максимальным числом квантов переходного излучения, получаем, в частности (при $d \approx f_0 \gg v/\omega$, $l \approx v/\omega$), что отношение квантов пропорционально $L/f_0 \beta \sqrt{\epsilon_0}$.

В релятивистском случае, т.е. когда $\beta \sim 1$, при малых углах излучения $\theta \approx \sqrt{1-\beta^2}$ рассмотрим область жестких квантов $\omega \gg \omega_0$, в которой диэлектрическая постоянная меньше единицы (см., например, [6]):

$$\epsilon_0 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (9)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2}{m_e} \left(\frac{N_1 + N_2}{2} \right); \quad (10)$$

m_e – масса электрона, N_1 и N_2 – плотности электронов первой и второй среды.

Для спектральной плотности энергии излучения из (3) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dI(\omega, \mathbf{k})}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2}{2\pi c} \left| \frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1} \right|^2 \frac{\omega_0^4}{\omega^4} \frac{\omega}{c} L \frac{e^{-2\frac{\omega d}{v} \sqrt{1-\beta^2}}}{1 - \beta^2 + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \times \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| I_m \left(\frac{\omega f_0}{v} \sqrt{1-\beta^2} \right) \right|^2 \delta \left(1 - \beta^2 + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{4\pi c m^2}{l \omega} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Число излученных квантов в интервале частот $d\omega$ для m -ой спектральной линии получается делением полученного выражения (11) на $\hbar \omega$ и интегрированием его по углам:

$$dm = \frac{1}{4} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \left| \frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1} \right|^2 \frac{\omega_0^4}{\omega^4} \frac{L}{c} \frac{l \omega}{4\pi c m} e^{-2\frac{\omega d}{v} \sqrt{1-\beta^2}} \left| I_m \left(\frac{\omega f_0}{v} \sqrt{1-\beta^2} \right) \right|^2 d\omega. \quad (12)$$

Угловое распределение излучения можно получить, интегрируя (11) по частоте.

Сравнение с числом квантов переходного излучения при нормальном влете показывает, что при $d \approx f_0 \gg v/\omega \sqrt{1-\beta^2}$ отношение квантов пропорционально $(\omega/c)(l/f_0)(L/\sqrt{1-\beta^2})$.

Таким образом, осуществлен единый математический подход к задачам об излучении при взаимодействии заряженных частиц с периодическими границами раздела двух сред в приближении теории возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.М.Болотовский, Е.А.Галстян. УФН, 170, 809 (2000).
2. Р.А.Багмян, М.Л.Тер-Микаелян. ЖЭТФ, 81, 1249 (1981).
3. R.A.Baghiyan. Phys. Rev. E, 64, 026610 (2001).
4. Ф.Г.Басс, Б.М.Яковенко. УФН, 86, 189 (1965).
5. Б.М.Болотовский, Г.В.Воскресенский. УФН, 94, 377 (1968).

6. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1969.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԸԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԿԱՆՈՆԱՎՈՐ ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔՆԵՐԻՑ

Բ.Ա. ԲԱԴԻՅԱՆ

Հետազոտված է էլեկտրոնների դիֆրակցիոն ճառագայթումը կանոնավոր կառուցվածքներից սպեկտրի օպտիկական և ռենտգենյան տիրույթներում խտորոշումների տեսության մոտավորությամբ (դիէլեկտրական հասկությունների փոփոխությունը փոքր է): Դիտարկված է երկու միջավայրերը բաժանող պարբերական անհարթ սահմանը: Ոչ ռելյատիվիստական և ռելյատիվիստական էլեկտրոնների համար ստացված են դիֆրակցիոն ճառագայթման էներգիայի սպեկտրալ խտությունների և ճառագայթված ֆոտոնների ամբողջ թվի արտահայտությունները:

RADIATION OF ELECTRONS FROM REGULAR STRUCTURES

R.A. BAGHIYAN

The diffraction radiation of electrons from regular structures in the optical and X-ray regions are investigated in the perturbation theory approximation (the change of dielectric properties is small). The concrete periodically rough interface between two media with the dielectric constants ϵ_1 and ϵ_2 is considered. Expressions for spectral densities of the diffraction radiation intensity and total number of radiated photons are obtained both for non-relativistic and relativistic electrons. The total number of radiated photons of the diffraction radiation on a rough interface is compared with the total number of transition radiation photons.