

УДК 621.315

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДВОЯКОВЫПУКЛОЙ ТОНКОЙ КВАНТОВОЙ ЛИНЗЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л.С. ПЕТРОСЯН

Ереванский государственный университет

Российско-Армянский (Славянский) государственный университет

(Поступила в редакцию 3 февраля 2004 г.)

Исследованы электронные состояния в двояковыпуклой тонкой квантовой линзе при наличии внешнего однородного магнитного поля. Задача решена в адиабатическом приближении. Получено аналитическое выражение для полной энергии электрона.

1. Введение

Современное развитие техники роста полупроводниковых эпитаксиальных гетероструктур сделало возможным изготовление полупроводниковых наноструктур, которые ввиду кардинального изменения энергетических спектров носителей заряда в них из-за двух- и трехмерного размерного квантования находятся в центре многочисленных фундаментальных исследований. В частности, так называемые квантовые точки (КТ) из-за полного (трехмерного) квантования энергетического спектра носителей заряда обладают уникальными физическими свойствами, которые находят свое применение в новейших оптоэлектронных приборах. Последние достижения метода субмонослойной миграционно-стимулированной эпитаксии позволяют выращивать массивы весьма однородных по своим размерам и формам КТ [1], которые образуются в результате спонтанного распада на островки тонкого слоя одного материала, осажденного с отличающейся постоянной решеткой на поверхность другого материала.

Вследствие размерного квантования электронные и оптические свойства КТ сильно зависят от их геометрических форм и размеров. Эксперименты, проведенные различными методами для изучения геометрических форм и размеров КТ, показали, что спонтанно возникающие КТ часто имеют линзообразную форму (так называемые квантовые линзы КЛ) [2,3] (см. рис.1)). Радиус таких КЛ составляет примерно $\rho_0 = 150 \div 1000 \text{ \AA}$, а высота – $h = 30 \div 40 \text{ \AA}$. Оптические эксперименты, проведенные на спонтанно возника-

ющих КТ, показывают, что в этих структурах реализуется сильная пространственная локализация носителей заряда [4], т.е. ограничивающий потенциал КЛ можно аппроксимировать с помощью бесконечно глубокой потенциальной ямы.

Теоретическому изучению электронных состояний таких КЛ, учитывающему симметрию их поверхности, посвящено небольшое количество работ [5-7]. В частности, в [5] авторы исследовали электронные состояния в полусферической КТ (ПСКТ) (т.е. $h = h_1 + h_2 = \rho_0$, $h_2 = 0$). Используя метод конформных отображений и обобщенную теорию возмущений для конформно отображенных операторов, они также исследовали электронные состояния в КЛ, мало отличающихся от ПСКТ ($(\rho_0 - h)/\rho_0 \ll 1, \Rightarrow \rho_0 \sim h$). Очевидно, что это не очень удачное приближение, т.к. реальные КЛ сильно отличаются от ПСКТ ($h < \rho_0$).

Как известно, помимо возможности воздействия на уровни носителей заряда в КТ путем изменения их геометрических форм и размеров, аналогичного результата можно достичь, помещая исследуемые системы во внешние поля. В частности, в работах [6,7] были рассмотрены изменения электронных состояний в ПСКТ под действием внешних электрических и магнитных полей.

В данной работе, в рамках адиабатического приближения, исследованы электронные состояния в КЛ во внешнем однородном магнитном поле.

2. Теория

В приближении эффективной массы одночастичное уравнение Шредингера для определения волновой функции и энергии электрона в КЛ, при наличии однородного магнитного поля, имеет вид

$$\left\{ \frac{(\hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A})^2}{2\mu} + U(\rho, z) \right\} \Psi = E \Psi. \quad (1)$$

Здесь μ – эффективная масса электрона внутри КЛ, $U(\rho, z)$ – ограничивающий потенциал КЛ, который в приближении непроницаемых стен имеет вид

$$U(\rho, z) = \begin{cases} 0; & -\sqrt{R_2^2 - \rho^2} + R_2 - h_2 < z < -\sqrt{R_1^2 - \rho^2} - R_1 + h_1; \\ \infty; & \text{в других областях,} \end{cases} \quad (2)$$

где $R_{1,2} = (\rho_0^2 + h_{1,2}^2)/2h_{1,2}$ – радиусы сфер (см. рис.1).

Выбирая компоненты векторного потенциала поля в виде $\mathbf{A} = H(0, 0, \frac{\rho^2}{2})$, т.е. направив ось z вдоль поля $\mathbf{H}$, для определения Ψ и E получим уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} \right] - \frac{i\hbar\omega_H}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \frac{\mu\omega_H^2 \rho^2}{8} \Psi + U(\rho, z) \Psi = E \Psi, \quad (3)$$

где $\omega_H = |e|H/\mu c$. Исходя из аксиальной симметрии задачи, ищем решение уравнения (3) в виде

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} f(\rho, z) e^{im\varphi}, \quad (4)$$

где m – магнитное квантовое число. Тогда для функции f получаем уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{m^2 - \frac{1}{4}}{\rho^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] f + \left(U(\rho, z) + \frac{\mu\omega_H^2 \rho^2}{8} \right) \Psi = \varepsilon \Psi, \quad (5)$$

где введено обозначение $\varepsilon = E - \hbar\omega_H m/2$.

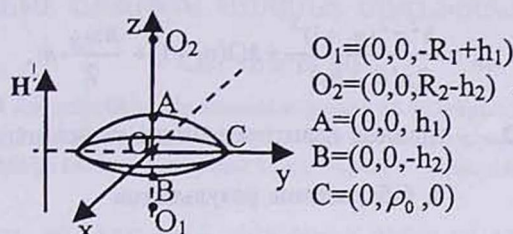


Рис.1.

Далее будем предполагать, что КЛ является очень тонкой ($h = h_1 + h_2 \gg \rho_0$). Теоретическое исследование одночастичных состояний в подобной КЛ легче всего провести методом адиабатического приближения [8]. Тогда, при не очень сильных магнитных полях ($a_H \gg \hbar$), в роли “быстрой” подсистемы выступает движение частицы вдоль оси z , а в роли “медленной” – движение в радиальном направлении. В этом приближении собственные функций полного гамильтониана системы можно приближенно представить в виде $f \approx f_{m_1}(\rho, z) f_{m_2}(\rho)$. Легко показать, что выражения для волновых функций и уровней энергии “быстрой” подсистемы имеют вид

$$f_{m_1} = \begin{cases} \sqrt{2/a} \sin \frac{\pi(n_1+1)}{a} (z + \sqrt{R_2^2 - \rho^2} + h_2 - R_2); & \text{внутри КЛ;} \\ \infty; & \text{вне КЛ} \end{cases} \quad E_{n_1} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2\mu a^2} (n_1 + 1)^2, \quad (6)$$

где $a = \sqrt{R_1^2 - \rho^2} + \sqrt{R_2^2 - \rho^2} + (h_1 + h_2) - (R_1 + R_2)$ есть эффективная ширина одномерной ямы, а квантовое число n_1 принимает значения $n_1 = 0, 1, 2, \dots$.

Движение частицы в радиальном направлении определяется эффективным ограничивающим “потенциалом”

$$U(\rho) = \begin{cases} E_m(\rho^2), & \rho < \rho_0; \\ \infty, & \rho > \rho_0. \end{cases} \quad (7)$$

Уравнение Шредингера с такой потенциальной энергией не имеет точного аналитического решения. Однако можно заметить, что для нижних уровней спектра частица локализована в КЛ на расстояниях $\rho \ll \rho_0$. В этой области потенциал можно разложить в ряд:

$$U(\rho) \approx \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_1 + 1)^2}{2\mu a^2 (h_1 + h_2)^2} \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{h_1 + h_2} \frac{1}{R_1 R_2} \rho^2 \right). \quad (8)$$

Тогда задача вычисления собственных функций $f_{n_1 n_2}(\rho)$ и энергий "медленной" подсистемы сводится к задаче плоского осциллятора с эффективной частотой $\Omega^2 = \omega_0^2 + \omega_H^2/4$, где $\omega_0^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_1 + 1)^2}{\mu^2 (h_1 + h_2)^3} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$. Окончательно, для полной энергии частицы имеем

$$E_{n_1 n_2 m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_1 + 1)^2}{2\mu (h_1 + h_2)^2} + \hbar \Omega (n_1 + 1) + \frac{\hbar \omega_H}{2} m, \quad (9)$$

где $n_2 = 2n_r + |m| = 0, 1, 2, \dots$ — главное квантовое число плоского осциллятора.

3. Обсуждение результатов

Как известно, энергетические уровни плоского осциллятора (второй член в (9)) $(n_2 + 1)$ -кратно вырождены. Однако, как видно из полученных результатов, наложение даже слабого магнитного поля приводит к снятию вырождения.

Из условия применимости адиабатического приближения следует, что второй член в (9) должен быть значительно меньше, по сравнению с первым членом. Это обстоятельство, в свою очередь, накладывает ограничение на n_2 . В частности, при $H = 0$ это условие имеет вид

$$\frac{\pi \sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{(\rho_0^2 + h_1^2)(\rho_0^2 + h_2^2)}{(\rho_0^2 + h_1 h_2)(h_1 + h_2)^2}} (n_1 + 1) \gg n_2 + 1, \quad (10)$$

что выполняется для нескольких нижних уровней энергии. При предельном переходе $h_1 + h_2 \ll \rho_0 \rightarrow \infty$ из (9) имеем

$$E_{n_1 n_2 m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_1 + 1)^2}{2\mu (h_1 + h_2)^2} + \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_1 + 1)^2}{2\mu (h_1 + h_2)^2} + \frac{\hbar \omega_H}{2} (n_2 + m + 1), \quad (11)$$

что совпадает с энергетическим спектром квантовой пленки в магнитном поле (уровни Ландау).

Таким образом, благодаря тому, что КЛ обладает геометрическими размерами, сильно отличающимися в различных направлениях, возможно при-

менение адиабатического приближения, которое дает аналитическое выражение для энергетического спектра частицы в КЛ.

Работа выполнена в рамках целевой научной программы РА "Полупроводниковая наноэлектроника".

ЛИТЕРАТУРА

1. D.Leonard, M.Krischnamurthy, S.Reaves, S.Denbaars, P.Petroff. Appl. Phys. Lett., 63, 3203 (1993).
2. D.Eaglesham, M.Cerullo. Phys. Rev. Lett., 64, 1942 (1990).
3. X.Liao, J.Zou, X.Duan, D.Cockayne, R.Leon, C.Lobo. Phys. Rev. B, 58, R4235 (1998).
4. S.Fafard, R.Leon, D.Leonard, J.Merz, P.M.Petroff. Phys. Rev. B, 50, 8086 (1994).
5. A.Rodriguez, C.Giner, S. Ulloa, J.Antuna. Phys. Rev. B, 63, 125319 (2001).
6. J.Gongar, B.Costa, C.Giner, G.Margues, Phys. stat. sol. (b), 230, 437 (2002).
7. A.Rodriguez, C.Giner. Phys. stat. sol. (b), 230, 463 (2002).
8. В.Галицкий, Б.Карнаков, В.Коган. Задачи по квантовой механике. М., Наука, 1981.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ԵՐԿՈՒՌՈՒՅԻՎ ԲԱՐԱԿ ԶՎԱՆՏԱՅԻՆ ՈՍՊԵՅԱԿՈՒՄ ԱՐՏԱՔԻՆ ՀԱՍՄԱՏԵՈՒ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

L.U. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Աղիարատական մոտավորությամբ ուսումնասիրված են էլեկտրոնային վիճակները երկուողիկ բարակ թվանտային ռալյնյակում, համասեռ մագնիսական դաշտում: Հիմնական և առաջին մի քանի գրգռված վիճակների համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ:

ELECTRON STATES IN A BICONVEX THIN QUANTUM LENS IN THE PRESENCE OF AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD

L.S. PETROSYAN

Within the effective mass approximation, using an adiabatic approach, the energies of bound states of electrons in a biconvex thin quantum lens under the influence of an external magnetic field are calculated. Analytical expressions for the energies of ground and excited states are obtained.