

УДК 621.315

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ЛИНЗООБРАЗНЫМ СЕЧЕНИЕМ

А.А. ЧАНЧАПАНЯН, К.Г. ДВОЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 октября 2004 г.)

В адиабатическом приближении исследованы энергетические состояния электрона в цилиндрической квантовой точке (КТ) с линзообразным сечением. Получены аналитические выражения для случаев эллиптического и кругового сегмента сечения.

1. Введение

В последнее время возрастает интерес к полупроводниковым квантовым точкам, обусловленный новыми физическими свойствами этих нульмерных объектов, которые в основном являются следствием размерного квантования носителей заряда (НЗ) в них [1]. Эти новые структуры были экспериментально получены с помощью прерывного выращивания в полупроводниковых матрицах. Развитие новейших технологий роста, таких как эпитаксиальный метод роста Странски-Крастанова и т.д., сделали реальным выращивание КТ различных форм и размеров [2,3]. Большинство работ в этой области посвящено изучению свойств сферических КТ (см., напр., [4]). Однако в последние годы появилось много теоретических и экспериментальных работ, где рассмотрены эллипсоидальные, пирамидальные, цилиндрические и линзообразные КТ. Особый интерес вызывает изучение так называемых квантовых линз (КЛ) или линзообразных КТ [5,6]. Речь идет об исследовании физических свойств НЗ в КТ, имеющих форму сегмента сферы или эллипсоида. Много технических способов было применено для изучения свойств КЛ в зависимости от геометрической формы конкретного образца (см., напр., [7]). Например, в работах [5,8,9] используется метод конформного отображения для изучения энергетического спектра частицы в КЛ, мало отличающейся от полусферы. Тем же методом в [10] рассмотрена задача нахождения спектра НЗ в цилиндрической КЛ, сечение которой мало отличается от полукруга. Однако, случай двумерной тонкой КЛ или цилиндрической КТ с тонким линзообразным сечением не был рассмотрен. По этой причине актуальна попытка исследования физических свойств НЗ в цилиндрических КЛ. В частности, вызывает интерес рассмотрение случаев кругового и эллиптического

сегментов сечения.

В настоящей работе исследованы электронные состояния в цилиндрической КТ с тонким линзообразным сечением.

2. Теория

Рассмотрим непроницаемую цилиндрическую КТ с эллиптическим линзообразным сечением (см. рис.1). Тогда потенциальная энергия частицы запишется в виде

$$U(x,y,z) = \begin{cases} 0, & x^2/a^2 + (y+y_0)^2/b^2 \leq 1, \quad |z| \leq c, \quad x \in [-r_1, r_1], \quad y \in [0, L], \quad L \ll r_1, \\ \infty, & \text{в других областях} \end{cases} \quad (1)$$

где a и b – соответственно, большая и малая полуоси эллипса сечения, $2c$ – высота цилиндра, r_1 – точка пересечения эллипса с осью OX .

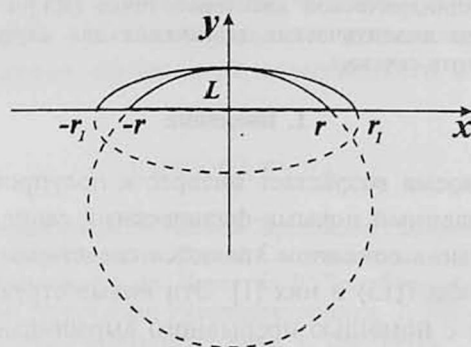


Рис.1. Круговой и эллиптический сегменты сечения цилиндрической КТ.

Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2)/2\mu + U(x,y,z), \quad (2)$$

где $\hat{p}_x$, $\hat{p}_y$ и $\hat{p}_z$ – компоненты оператора импульса частицы, μ – эффективная масса электрона. Напишем уравнение Шредингера $\hat{H}\Psi = E\Psi$. Разделяя переменные, ищем волновую функцию в виде

$$\Psi = f(x,y)\chi(z), \quad (3)$$

после чего для $\chi(z)$ получим

$$\chi(z) = \sqrt{2/c} \sin(\pi n z / 2c + \pi n / 2), \quad (4)$$

а для энергии

$$E_z = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2\mu c^2. \quad (5)$$

Из условия $L \ll r_1$ следует, что движение частицы вдоль оси OY происходит

намного быстрее, чем вдоль оси OX [11]. Исходя из этого, решим задачу в адиабатическом приближении. Двумерный гамильтониан можно представить в виде суммы "быстрой" $\hat{H}_1 = -\hbar^2 \partial^2 / 2\mu \partial y^2$ и "медленной" $\hat{H}_2 = -\hbar^2 \partial^2 / 2\mu \partial x^2$ частей. В плоскости XOY , при фиксированном значении x , движение частицы локализовано в одномерной потенциальной яме с шириной $L(x) = b\sqrt{1-x^2/a^2} - y_0$. Решим уравнение Шредингера для "быстрой" подсистемы $\hat{H}_1 \Phi = E_y(x) \Phi$. Решение этого уравнения имеет вид

$$\Phi = \sqrt{2/L(x)} \sin(\pi n_y y / 2L(x)), \quad (6)$$

а для энергии получим

$$E_y(x) = \pi^2 \hbar^2 n_y^2 / 2\mu \left(b\sqrt{1-x^2/a^2} - y_0 \right)^2. \quad (7)$$

Считая, что частица в основном локализована в области $|x| \ll r_1$ и разлагая (7) в ряд, получим

$$E_y(x) \approx E_0 + \mu \omega^2 x^2 / 2, \quad (8)$$

где введены обозначения

$$E_0 = \pi^2 \hbar^2 n_y^2 / 2\mu L^2, \quad \omega = \pi \hbar n_y \sqrt{bL} / \mu a L^2. \quad (9)$$

Теперь решим уравнение Шредингера для "медленной" системы, где (8) входит как эффективная потенциальная энергия

$$(-\hbar^2 \partial^2 / 2\mu \partial x^2 + E_0 + \mu \omega^2 x^2 / 2) \Theta(x) = E_2 \Theta(x). \quad (10)$$

После некоторых преобразований можем написать

$$\hbar \Theta''(\xi) + [2(E_2 - E_0) / \hbar \omega - \xi^2] \Theta(\xi) = 0, \quad (11)$$

где $\xi = x\sqrt{\mu\omega/\hbar}$. Решения уравнения (11) задаются полиномами Эрмита, а для энергии имеем

$$E_2 = E_0 + \hbar \omega (N + 1/2), \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Окончательно для энергии в случае эллиптического сегмента сечения получаем следующее выражение:

$$E_{cl} = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2\mu c^2 + \pi^2 \hbar^2 n_y^2 / 2\mu L^2 + \pi \hbar^2 n_y \sqrt{bL} (N + 1/2) / \mu a L^2. \quad (13)$$

Рассмотрим теперь цилиндрическую КТ с круговым линзообразным сечением (см. рис.1). Тогда потенциальная энергия частицы запишется в виде

$$U(x, y, z) = \begin{cases} 0, & x^2 + (y + y_0)^2 \leq R^2, \quad |z| \leq c, \quad x \in [-r, r], \quad y \in [0, L], \quad L \ll r, \\ \infty, & \text{в других областях} \end{cases} \quad (14)$$

где r — точка пересечения окружности с осью OX . В этом случае в плоскости

XOY , при фиксированном значении x , движение частицы происходит в одномерной потенциальной яме с шириной $L(x) = \sqrt{R^2 - x^2} - y_0$. Повторяя вышеизложенную процедуру, напомним

$$E_y(x) = \pi^2 \hbar^2 n_1^2 / 2\mu \left(\sqrt{R^2 - x^2} - y_0 \right)^2, \quad (15)$$

Считая, что частица в основном локализована в области $|x| \ll r$ и разлагая (15) в ряд, получим

$$E_y(x) \approx E_0 + \mu \omega_1^2 x^2 / 2, \quad (16)$$

где введены обозначения

$$E_0 = \pi^2 \hbar^2 n_1^2 / 2\mu L^2, \quad \omega_1 = \sqrt{2\pi \hbar} n_1 / \mu L \sqrt{r^2 + L^2}. \quad (17)$$

Решая уравнение Шредингера "медленной" системы для этого случая, где (16) входит как эффективная потенциальная энергия, окончательно для энергии получим следующее выражение:

$$E_{cir} = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2\mu c^2 + \pi^2 \hbar^2 n_1^2 / 2\mu L^2 + \sqrt{2\pi \hbar} n_1 (N + 1/2) / \mu L \sqrt{r^2 + L^2}. \quad (18)$$

Следует отметить также, что при $a = b = R$ выражение (13) совпадает с результатом (18).

3. Обсуждение

Как видно из полученных результатов, энергетические уровни частицы в обоих случаях получаются эквидистантными. На рис.2 приведены зависимости первых трех уровней энергии электрона в цилиндрической КТ с линзообразным сечением для случаев кругового и эллиптического сечения от высоты сечения.

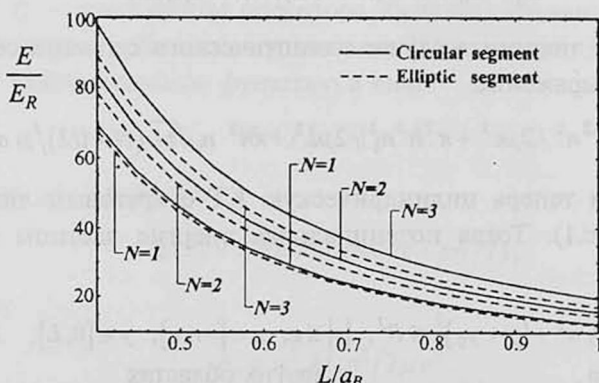


Рис.2. Зависимость первых трех уровней энергии электрона в цилиндрической КТ от высоты сегмента сечения.

Как видно из рисунка, кривые, соответствующие эллиптическому случаю, расположены ниже. Это является следствием того, что в приведенном случае полуось эллипса больше радиуса круга ($r_1 > r$). Иначе говоря, размерное квантование, обусловленное стенками направления x , становится слабее для случая эллиптического сегмента. Обратная картина наблюдается при $r_1 < r$. При малых значениях высоты сегмента эллиптичность сечения проявляется ярче. С увеличением L разница энергий эллиптического и кругового случаев убывает. Так, при $L = 0.5a_B$ разность энергий составляет $\Delta E \approx 3E_R$, тогда как при $L = 0.8a_B$ имеем $\Delta E \approx 1.25E_R$.

На рис.3 приведены зависимости разности энергий основного состояния электрона в цилиндрической КТ с линзообразным сечением для случаев кругового и эллиптического сегментов сечения КТ от высоты сегмента. Как видно из рисунка, вклад от эллиптичности сечения в энергию сильнее проявляется при малых значениях высоты сегмента. В случае, когда $r < r_1$ (кривая 1), разность энергий положительна, так как в этом случае размерное квантование кругового сегмента проявляется сильнее, и отрицательна в обратном случае (кривая 2).

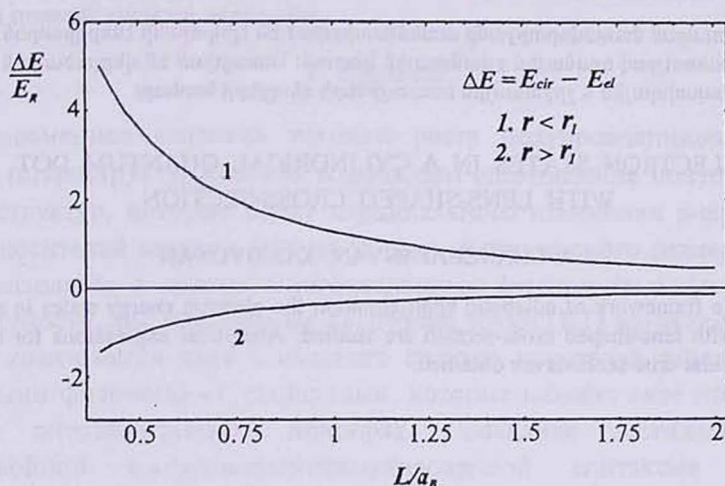


Рис.3. Зависимость разности энергий электрона в цилиндрической КТ с линзообразным сечением для случаев кругового и эллиптического сегментов сечения КТ от высоты сегмента.

С увеличением высоты сегмента разность энергий в обоих случаях стремится к нулю, что и следовало ожидать. Следует отметить также, что при предельных переходах $R \rightarrow \infty$ или $a \rightarrow \infty$ (см.(13) и (18)) получаем известный результат для энергии квантовой проволоки.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы РА "Полупроводниковая наноэлектроника".

ЛИТЕРАТУРА

1. P.Harrison. Quantum Wells, Wires and Dots: Theoretical and Computational Physics. University of Leeds, Leeds, United Kingdom, 1999.
2. M.Grundmann, O.Stier, D.Bimberg. Phys. Rev. B, 52, 11969 (1995).
3. S. Le Goff, B.Stebe. Phys. Rev. B, 47, 1383 (1992).
4. E.M.Kazaryan, L.S.Petrosyan, H.A.Sarkisyan. Physica E, 8, 19 (2000).
5. L.C.Lew Yan Voon, M.Willatzen. Jour. of Phys.: Cond. Matt., 14, 13667 (2002).
6. A.H.Rodriguez, C.Trallero-Giner, S.E.Ulloa, J.Marin-Antinua. Phys. Rev. B, 63, 125319-1 (2001).
7. Cheng-Hung Chang. Phys. Rev. E, 67, 046201-1 (2001).
8. A.H.Rodriguez, C.R.Handy, C.Trallero-Giner. Jour. of Phys.: Cond. Matt., 15, 8465 (2003).
9. J.Lopez Gondar, B.Costa, C.Trallero-Giner, G.Marques. Phys. Stat. Sol. (b), 230, 437 (2002).
10. C.Trallero-Herrero, C.Trallero-Giner, S.E.Ulloa, R.Perez-Alvarez. Phys. Rev. E, 64, 056237-1 (2001).
11. В.М.Галицкий, Б.М.Карнаков, В.И.Коган. Задачи по квантовой механике. М., Наука, 1981.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՈՍՊՆՅԱԿԱԶԵՎ ՀԱՏՈՒՅԹՈՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԶՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏՈՒՄ

Ա.Ա. ՃԱՆՇԱՊԱՆՅԱՆ, Կ.Գ. ԴՎՈՅԱՆ

Ադիաբատական մոտավորությամբ ուսումնասիրված են էլեկտրոնի էներգիական վիճակները ուսայնակաձև հատույթով զլանային քվանտային կետում: Ստացված են վերլուծական արտահայտություններ էլիպսոիդային և շրջանային հատույթների դեպքերի համար:

ELECTRON STATES IN A CYLINDRICAL QUANTUM DOT WITH LENS-SHAPED CROSS-SECTION

A.A. CHANCHAPANYAN, K.G. DVOYAN

Within the framework of adiabatic approximation the electron energy states in a cylindrical quantum dot with lens-shaped cross-section are studied. Analytical expressions for the cases of elliptic and circular cross-sections are obtained.