

УДК 548.732

О ФОРМИРОВАНИИ ФАЗОВОГО КОНТРАСТА В ЛЛЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ

Л.В. ЛЕВОНЯН, С.Л. АЗИЗЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 декабря 2004 г.)

Рассмотрена задача рентгенодифракционного изображения фазового объекта, помещенного в трехблочный равнотолщинный ЛЛЛ-интерферометр, при сферической падающей волне в случае сильнопоглощающих блоков. Показано, что кривизна волнового фронта, даже при высокой степени коллимации, заметно влияет на рентгенодифракционное изображение и ее необходимо учитывать при восстановлении дополнительной фазы, вносимой фазовым объектом.

1. Введение

Трехблочные интерферометры, после их создания Бонзе и Хартом [1], нашли широкое применение в различных прецизионных измерениях структуры материалов. В последнее десятилетие интерферометрические исследования претерпевают новый этап возрождения в связи с развитием методов фазового контраста и все более широким применением синхротронных источников. Интерферометрические исследования неоднородных веществ методом фазового контраста впервые проведены недавно в [2] (см. также [3]) и продолжают эффективно развиваться (см., в частности, [4,5]). Работе [2] предшествовало исследование [6], в котором авторы использовали тот же метод преобразования Фурье для более точного определения фазы в голографической интерферометрии.

Следует отметить, что для исследования фазовых объектов, наряду с интерферометрическим методом, к которому относится настоящая работа, информативны также другие подходы, как например, топографический [7] или на основе дифракционной фокусировки сферической волны [8]. Помимо исследования фазовых объектов ЛЛЛ-интерферометры используются также (см., например, [9]) для измерения малых искажений кристаллической решетки на основе рентгеновского топографического фазового контраста.

Теоретическое описание процессов дифракции рентгеновского излучения в блоках интерферометра, рефракции от неоднородностей исследуемого объекта, наряду с необходимостью учета различных экспериментальных параметров, оказывается довольно громоздкой процедурой.

В данной работе проанализированы условия, при которых теоретическое рассмотрение вышеуказанной задачи значительно упрощается.

2. Вывод основных формул

Рассмотрим, как формируется дифракционное изображение в ЛЛЛ-интерферометре. В общем случае падающее на интерферометр излучение имеет спектральную ширину $\Delta\omega$ вокруг средней частоты ω_0 и определенный поперечный размер источника в плоскости дифракции. Амплитуду излучения с частотой ω , падающего на точку $\mathbf{r}$ входной поверхности кристалла из точки источника с радиус-вектором $\mathbf{r}_s$, с точностью до постоянного множителя можно записать в виде

$$D^i(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega) = \exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s| - ik_B(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)\}, \quad (1)$$

где k_B – волновой вектор, имеющий точную брэгговскую ориентацию для частоты $\omega = kc$, c – скорость света.

Рассматривается симметричный случай Лауэ-дифракции на равнотолщинном трехблочном ЛЛЛ-интерферометре с толщиной блока t (рис.1). В качестве начала координат на входной поверхности первого блока выбираем точку O , линия соединения которой со средней точкой источника O_s совпадает с точным брэгговским направлением для средней частоты ω_0 . Обозначение L_0 , фигурирующее ниже, есть расстояние $O_s O$, которое в случае предварительной коллимации падающего излучения асимметричным монохроматором с коэффициентом асимметрии $b < 1$ следует заменить выражением L_0/b^2 [10]. Ось x антипараллельна вектору дифракции $\mathbf{h}$ первого блока.

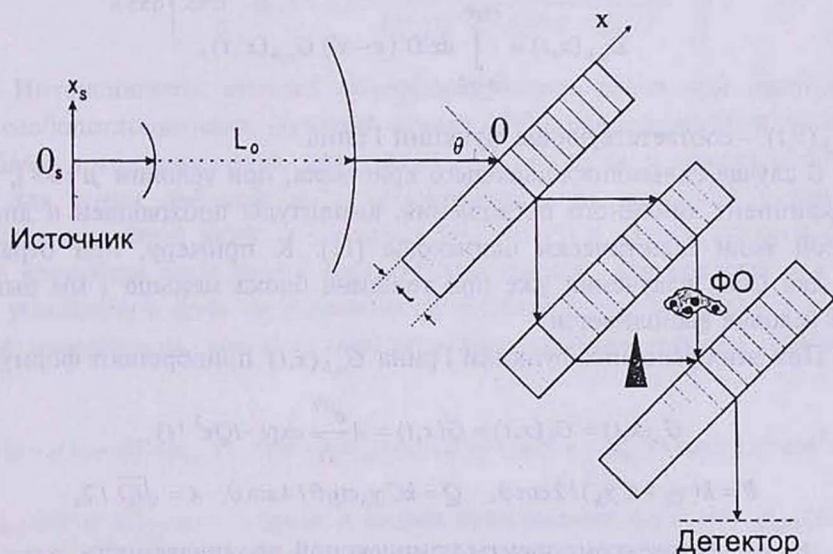


Рис.1. Схема дифракции рентгеновских лучей в ЛЛЛ-интерферометре.



Амплитуда падающего излучения (1) в плоскости рассеяния запишется

$$D'(x, x_s; \omega) = \exp[ia(x - x_0)^2], \quad (2)$$

где $a = k \cos^2 \theta / 2L_0$, а

$$x_0 = \frac{x_s}{\cos \theta} - L_0 \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \quad (3)$$

есть смещение, обусловленное координатой x_s источника и частотой ω ; θ – угол Брэгга для частоты ω_0 . Для описания распределения интенсивности изображения полученную интенсивность следует в дальнейшем усреднить по координатам всех точек источника и по спектру. Однако, эту процедуру, не имеющую существенного значения в рамках настоящего рассмотрения, мы для краткости опустим, заменяя в дальнейшем выражение $x - x_0$ в (2) на x и концентрируясь на влиянии кривизны волнового фронта падающей волны на дифракционное изображение, ответственным за которое является параметр a в формуле (2).

Амплитуды проходящей и дифрагированной волн на выходной поверхности первого блока, согласно обобщенной динамической теории [11], определяются свертками

$$D_{o,h}(x, t) = \int_{x-tg\theta}^{x+tg\theta} dx' D'(x') G_{o,h}(x - x', t), \quad (4)$$

или после замены переменной

$$D_{o,h}(x, t) = \int_{-tg\theta}^{tg\theta} dx' D'(x - x') G_{o,h}(x', t), \quad (5)$$

где $G_{o,h}(x, t)$ – соответствующие функции Грина.

В случае сильнопоглощающего кристалла, при условии $\mu t \gg 1$, где μ – коэффициент линейного поглощения, амплитуды проходящей и дифрагированной волн практически одинаковы [11]. К примеру, при отражении Si(220) для CuK_α излучения уже при толщине блока меньше 1 мм вышеуказанное условие выполняется.

При этих условиях функции Грина $G_{o,h}(x, t)$ приобретают форму [12]

$$G_o(x, t) = G_h(x, t) = G(x, t) = A \frac{e^{iPt}}{\sqrt{t}} \exp(-iQx^2/t), \quad (6)$$

$$P = k(\chi_0 + C\chi_h)/2 \cos \theta, \quad Q = kC\chi_h \cotg \theta / 4 \sin \theta, \quad A = \sqrt{iQ}/2,$$

где χ_0 и χ_h – Фурье-компоненты комплексной поляризуемости $\chi = \chi_r + i\chi_i$, C – фактор поляризации: $C = 1$ для σ -поляризации и $C = \cos 2\theta$ для π -поляризации. При выводе (6) предполагалось, что кристалл центросимметричный, т.е. $\chi_h = \chi_{\bar{h}}$.

Подставляя (2) и (6) в (5), для амплитуд волн на выходе первого блока получаем

$$D_I(x, t) = A \sqrt{\frac{i\pi}{at - Q}} e^{iPt} \exp\left(\frac{iaQx^2}{Q - at}\right). \quad (7)$$

Повторное применение (5), после подстановки (7) и (6), для амплитуд на выходе второго блока дает

$$D_{II}(x, 2t) = A^2 \frac{i\pi}{\sqrt{Q(Q - 2at)}} e^{2iPt} \exp\left(\frac{iaQx^2}{Q - 2at}\right). \quad (8)$$

Пусть один из пучков до их наложения на третьем блоке проходит через расположенный после второго блока и изготовленный из однородного непоглощающего материала клин (рис.1). При этом пучок приобретает дополнительную фазу, линейно зависящую от x :

$$\varphi_{кл} = -2\pi f_0 x, \quad (9)$$

где f_0 — частота полос, а знак минус обусловлен тем, что направление утолщения клина составляет тупой угол с осью x .

После прохождения третьего блока амплитуда упомянутого пучка приобретает вид

$$D_{III\text{ кл}}(x, 3t) = \frac{A^3 (i\pi)^{3/2} e^{3iPt}}{Q\sqrt{3at - Q}} \exp\left(\frac{iaQx^2}{Q - 3at}\right) \times \\ \times \exp\left\{2\pi i \left[-f_0(x - x_1) + \frac{axt}{3at - Q} f_0 - \frac{t(Q - 2at)}{Q(3at - Q)} \frac{\pi f_0^2}{2} \right] \right\}. \quad (10)$$

Интенсивность второго интерферирующего пучка при прохождении через слабопоглощающий фазовый объект (ФО), расположенный после второго блока интерферометра, практически не меняется, а меняется лишь его фаза. Для точки наблюдения с координатой x на выходной поверхности кристалла основной вклад в интеграл (4) или (5) в случае сильнопоглощающего кристалла дают точки входной поверхности, для которых $x' \approx x$. Поэтому упомянутую фазу на поверхности третьего блока разложим в ряд Тейлора в окрестности точки x , ограничиваясь членами второго порядка малости:

$$\varphi_{\text{ФО}}[(x - x') \cos \theta] = \varphi_{\text{ФО}}(x \cos \theta) - \varphi'_{\text{ФО}}(x \cos \theta) x' \cos \theta + \frac{1}{2} \varphi''_{\text{ФО}}(x \cos \theta) x'^2 \cos^2 \theta, \quad (11)$$

где $\varphi'_{\text{ФО}}(x)$ и $\varphi''_{\text{ФО}}(x)$ — первая и вторая производные функции $\varphi_{\text{ФО}}(x)$, соответственно; $\varphi'_{\text{ФО}}(x) = k \Delta \theta_{\text{ФО}}(x)$, где $\Delta \theta_{\text{ФО}}(x)$ есть локальное смещение от угла

* Для простоты изложения рассматривается случай одномерного распределения неоднородностей в ФО.

Брэгга, обусловленное рефракцией на неоднородностях ФО, а $\varphi_{\Phi O}^*(x)$ связано с локальным изменением кривизны волнового фронта из-за рефракции.

Для амплитуды пучка, несущей информацию о ФО, после выхода из третьего блока получаем выражение

$$D_{\text{III}\Phi O}(x, 3t) = \frac{A^3 (i\pi)^{3/2} e^{3iP_1}}{Q\sqrt{3at-Q}} \frac{\exp\left(\frac{iaQx^2}{Q-2at}\right) e^{i\varphi_{\Phi O}(x)}}{\sqrt{1 + \frac{t(Q-2at)}{Q(3at-Q)} \frac{\varphi_{\Phi O}^*(x)}{2} \cos^2 \theta}} \times \\ \times \exp\left\{-i \left[\frac{\left(\frac{aQx}{Q-2at} + \frac{\Delta\theta_{\Phi O}(x)}{2} k \cos \theta\right)^2}{\frac{Q(3at-Q)}{t(Q-2at)} + \frac{\varphi_{\Phi O}^*(x)}{2} \cos^2 \theta} \right]\right\}. \quad (12)$$

Регистрируемая интенсивность определяется выражением

$$I(x) = |D_{\text{III}\kappa\text{л}}(x) + D_{\text{III}\Phi O}(x)|^2, \quad (13)$$

которое содержит как фазу $\varphi_{\Phi O}(x)$, так и ее производные $\varphi_{\Phi O}'(x)$ и $\varphi_{\Phi O}^*(x)$.

3. Анализ полученных выражений

Отметим, что не имея целью рассмотреть в данной работе также и эффекты дифракционной фокусировки излучения [12,13], обусловленные возрастанием амплитуд вследствие компенсации действительной части величины Q , в знаменателях формул (7),(8),(10),(12) будем полагать $Q_r > 3at$.

При выполнении условия

$$\left| \frac{\varphi_{\Phi O}^*(x) \cos^2 \theta}{2} \cdot \frac{t(Q-2at)}{Q(3at-Q)} \right| \ll 1 \quad (14)$$

выражение (12) принимает вид

$$D_{\text{III}\Phi O}(x, 3t) = \frac{A^3 (i\pi)^{3/2} e^{3iP_1}}{Q\sqrt{3at-Q}} \exp\left(\frac{iaQx^2}{Q-3at}\right) \times \\ \times \exp\left\{i \left[\varphi_{\Phi O}(x) - \frac{axt}{3at-Q} \Delta\theta_{\Phi O}(x) k \cos \theta - \frac{t(Q-2at)}{Q(3at-Q)} \left(\frac{\Delta\theta_{\Phi O}(x)}{2} k \cos \theta\right)^2 \right]\right\} \quad (15)$$

и для интенсивности окончательно получаем

$$I(x) = I_0(x) + I_1(x) \cos \psi(x), \quad (16)$$

где $I_1(x)$ – контраст изображения, а фаза равна

$$\psi(x) = 2\pi f_0 (1 + \varepsilon) x + \varphi_{\Phi O}(x) + \varepsilon x \Delta\theta_{\Phi O}(x) k \cos \theta. \quad (17)$$

Здесь $\varepsilon = 1/(t_\Phi/t - 3)$, а $t_\Phi = L_0 C |\chi_h| / (\sin \theta \cdot \sin 2\theta)$ представляет собой фокусную глубину.

Выражение (17), определяющее вид функции $\psi(x)$, совместно с (16) служит основой для восстановления функции $\varphi_{\Phi O}(x)$. В работах [2,3] с аналогичной целью использовалась формула

$$\psi(x) = 2\pi f_0 x + \varphi_{\Phi O}(x), \quad (18)$$

в которую, в частности, выражение (17) настоящей работы переходит при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Сравнивая (17) и (18), можно видеть, что учет кривизны фронта падающей волны приводит прежде всего к изменению частоты полос f_0 . Например, при отражении Si(220) для CuK_α излучения при толщине блока интерферометра $t=1$ мм и расстоянии источник-кристалл $L_0=170$ м (чему соответствует расходимость пучка $1''$ при ширине кривой отражения $2,4''$), частота полос согласно формуле (17) равна $f_0(1+\varepsilon)$ и отличается от значения f_0 для $L_0 \rightarrow \infty$ на 50%. При $L_0=1$ км (чему соответствует расходимость пучка $0,16''$, достигаемая, например, при реальном расстоянии источник-кристалл $L_0=40$ м с применением асимметричного монохроматора с коэффициентом асимметрии $b=5$), поправка к частоте полос составляет примерно 4%. При тех же условиях и $L_0=10$ км (расходимость пучка $0,016''$) поправка составляет 0,4%.

Отметим, что наряду с вышеуказанными поправками, свой вклад вносят также и поправки, обусловленные последним членом в выражении (17), ответственным за локальное смещение от угла Брэгга, обусловленное рефракцией на неоднородностях ΦO .

4. Заключение

Таким образом, при формировании рентгенодифракционного изображения ΦO в трехблочном ЛЛЛ-интерферометре регистрируемый контраст в общем случае зависит как от добавочной фазы, приобретенной пучком при прохождении через ΦO , так и от ее первой и второй производных. При небольшой степени неоднородности из-за локального изменения кривизны волнового фронта вследствие рефракции контраст изображения явно зависит от величины ε , характеризующей кривизну падающей волны (ее угловую расходимость) и от локальной расстройки от условия Брэгга из-за рефракции на неоднородностях. Это обстоятельство заметно влияет на рентгенодифракционное изображение даже при высокой степени коллимации, и его необходимо учитывать при восстановлении дополнительной фазы, вносимой фазовым объектом.

ЛИТЕРАТУРА

1. U.Bonse, M.Hart. Appl. Phys. Lett., 6, 155 (1965).
2. A.Momose. Nucl. Instr. Meth., A352, 622 (1995).
3. V.Kohn. X-Ray imagination of inhomogeneous objects by coherent wave (phase contrast). May 1998 (<http://www.xraysite.com>) File: hl-phase.ps.

4. A.Momose, T.Takeda, Y.Itai. Rev. Sci. Instrum., 66, 1434 (1995).
5. A.Yoneyama, A.Momose, E.Seya, K.Hivano, T.Takeda, Y.Itai. Rev. Sci. Instrum., 70, 4582 (1999).
6. Th.Kreis. J. Opt. Soc. Am. A, 3, 847 (1986).
7. Л.В.Левонян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 332 (2001).
8. Л.В.Левонян. Рентгеновский фазовый контраст в условиях дифракционной фокусировки сферической волны. Материалы Совещания "Рентгеновская оптика - 2004", Н.Новгород, ИФМ РАН, 2-6 мая 2004, с.277.
9. A.Bergamin, G.Cavagnero, G.Mana, E.Massa, G.Zosi. J. Phys. D; Appl. Phys., 33, 2678 (2000).
10. K.Tamasaku, T.Ishikawa. "Geometrical optics of X-ray asymmetric Bragg reflection," in Conference on X-Ray Optics Design, Performance, and Applications. Proc. SPIE, 3773, 207 (1999).
11. З.Г.Пинскер. Рентгеновская кристаллооптика. М., Наука, 1982.
12. И.Ш.Слободетский, Ф.Н.Чуховский. Кристаллография, 15, 1101 (1970).
13. А.М.Афанасьев, В.Г.Кон. ФТТ, 19, 1775 (1977).
14. Л.В.Левонян. Письма в ЖТФ, 7, 269 (1981).

LLL-ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐՈՒՄ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԿՈՆՏՐԱՍՏԻ ԶԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Լ.Վ. ԼԵՎՈՆՅԱՆ, Ս.Լ. ԱԶԻԶՅԱՆ

Դիտարկված է հավասար հաստություններով եռաբլոկ LLL-ինտերֆերոմետրում տեղադրված փուլային օբյեկտի ռեֆլեկտիվ ֆրակցիոն արտապատկերման խնդիրն ընկնող զննածև ալիքի համար ուժեղ կլանող բլոկների դեպքում: Ցույց է տրված, որ ալիքային ճակատի կորությունը նույնիսկ բարձրաստիճան կոնցենտրացիայի դեպքում ռեֆլեկտիվ ֆրակցիոն պատկերի վրա բողբոսում է նկատելի ազդեցություն և այն անհրաժեշտ է հաշվի առնել փուլային օբյեկտի մոտրած լրացուցիչ փուլի վերականգնման ընթացքում:

ON THE FORMATION OF THE PHASE CONTRAST IN LLL-INTERFEROMETER

L.V. LEVONYAN, S.L. AZIZYAN

The problem of X-ray diffraction images of a phase object placed in a three-block equal-thickness LLL-interferometer for an incident spherical wave in the case of strongly absorbing blocks is considered. It is shown that the curvature of the wave front essentially affects the X-ray diffraction image even for a high degree of collimation, and it is necessary to take it into account when reconstructing the additional phase contributed by the phase object.