

УДК 539.124

К ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИСКАЖЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А.А. АСЛАНЯН, А.Г. МКРТЧЯН, В.В. НАЛБАНДЯН, М.М. МИРЗОЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 11 марта 2005 г.)

Проведено теоретическое исследование параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) заряженных частиц в монокристаллах при наличии внешних возмущений (акустические колебания, температурный градиент). Получены и численным методом решены уравнения, описывающие ПРИ заряженных частиц в искаженных внешними возмущениями кристаллах. Показано, что некоторые типы деформации кристаллической решетки приводят к усилению интенсивности ПРИ в несколько раз, а также изменяют угловые и энергетические распределения характеристических выходов ПРИ.

Известно, что заряженная частица излучает при однородном линейном движении, если удовлетворяется условие Черенкова или среда имеет неоднородность в пространстве или во времени. В случае пространственной неоднородности интенсивность излучения, его направление и частота зависят от типа и величины неоднородности. Если эти неоднородности периодически упорядочены, то интенсивность излучения, с длиной волны в диапазоне этой периодичности, может быть усилена вследствие интерференции волн, излучаемых от различных неоднородностей. Такое излучение имеет место, когда заряженная частица пролетает через кристалл. Излучения, испускаемые под брэгговскими углами, сформированы дифракцией на кристаллической решетке вторичных волн, сопровождающих заряженные частицы. Это излучение называется квазичеренковским (КЧ) [1] или параметрическим рентгеновским излучением (ПРИ) [2]). Впервые ПРИ было теоретически предсказано в работах [1-3], а экспериментально было наблюденно в работах [4,5]. Результаты этих и последующих экспериментов в основном совпадают с теорией.

Существующая теория ПРИ была разработана только для совершенных (динамическая теория) и мозаичных (кинематическая теория) кристаллов, и поэтому она не может описывать динамические эффекты в присутствии слабых искажений в кристалле. В настоящей работе сделана попытка создания нового теоретического метода для исследования влияния искажения решетки на ПРИ.

Явление ПРИ описывается уравнениями Максвелла, где диэлектрическая постоянная среды рассматривается как периодическая функция пространственных координат. Фурье-преобразование электромагнитной индукции по времени приводит к формуле $\mathbf{D} = \mathbf{D}_s + \mathbf{E}_e$, где $\mathbf{E}_e$ – поле перемещающегося заряда в вакууме, а $\mathbf{D}_s$ – рассеянное поле. Тогда уравнения Максвелла можно представить как

$$\Delta \mathbf{D}_s + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D}_s + \text{rot rot } \chi \mathbf{D}_s = -\text{rot rot } \chi \mathbf{E}_e. \quad (1)$$

Здесь $\chi(\mathbf{r}, \omega)$ является поляризуемостью среды, ω – частота излучения, а $\mathbf{E}_e$ можно написать в виде

$$\mathbf{E}_e(\mathbf{r}, \omega) = \frac{ie}{2\pi^2 v} \iint \frac{\gamma^{-2} \mathbf{k} + \mathbf{q}}{\gamma^{-2} k^2 + q^2} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\mathbf{q}\mathbf{r}) d\mathbf{q}, \quad (2)$$

где e – заряд частицы, γ – Лоренц-фактор, $\mathbf{k} = \omega v/v^2$, v – скорость частицы, а интегрирование проводится по векторам, перпендикулярным скорости частицы ($\mathbf{q} \perp \mathbf{v}$). Как видно из формулы (2), поле перемещающейся заряженной частицы можно интерпретировать как сумму вторичных волн с волновыми векторами $\mathbf{k} + \mathbf{q}$. Если кристалл искажен таким образом, что характерная длина деформации решетки во много раз превышает размеры элементарной ячейки, то $\chi(\mathbf{r}, \omega)$ можно записать как [6]

$$\chi(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\mathbf{b}} \chi_{\mathbf{b}} \exp(-i\mathbf{b}(\mathbf{r} - \mathbf{u})), \quad (3)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор смещения элементарной ячейки относительно ее исходного положения, а суммирование выполняется относительно векторов обратной решетки $\mathbf{b}$. Учитывая (3), решение для (1) удобно искать в виде

$$\mathbf{D}_s = \frac{ie}{2\pi^2 v} \sum_{\mathbf{g}} \iint \mathbf{D}_{\mathbf{g}} \exp(-i\mathbf{k}_{\mathbf{g}}\mathbf{r} + i\mathbf{q}\mathbf{u}) d\mathbf{q}, \quad (4)$$

где $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{q} + \mathbf{g}$ и $\mathbf{D}_{\mathbf{g}}$ – медленные функции координат. Подставляя (4) в (1) и применяя принцип суперпозиции, после умножения обеих сторон уравнения на $\exp(i\mathbf{k}_{\mathbf{h}}\mathbf{r} + i\mathbf{h}\mathbf{u})$ и интегрирования по элементарному объему ячейки получаем бесконечную систему уравнений

$$2(\mathbf{k}_{\mathbf{h}} \nabla) \mathbf{D}_{\mathbf{h}} + i\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_{\mathbf{h}}^2 + 2(\mathbf{k}_{\mathbf{h}} \nabla)(\mathbf{h}\mathbf{u})\right) \mathbf{D}_{\mathbf{h}} - i \sum_{\mathbf{b} \neq \mathbf{h}} \chi_{\mathbf{b}-\mathbf{h}} \mathbf{k}_{\mathbf{h}} \times \mathbf{k}_{\mathbf{h}} \times \mathbf{D}_{\mathbf{b}} = i\mathbf{F}_{\mathbf{h}}, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{F}_{\mathbf{h}} = \frac{\chi_{\mathbf{h}}}{\gamma^{-2} k^2 + q^2} [\mathbf{k}_{\mathbf{h}}, [\mathbf{k}_{\mathbf{h}}, \gamma^{-2} \mathbf{k} + \mathbf{q}]]$$

и $\mathbf{h}$ принимает все значения векторов обратной решетки. При получении

этих уравнений мы пренебрегаем малыми членами второго и более высокого порядка (то есть члены, содержащие вторые производные медленных функций u и D_h , произведения первых производных друг на друга), а также χ_h , так как для частотного диапазона рентгеновского излучения $|\chi| \sim 10^{-6}$. Левая сторона системы уравнений (5) полностью совпадает с уравнениями Такаги [7] для дифракции рентгеновского излучения в искаженных кристаллах. Представим, что для данной частоты рассеиваются только две сильные волны в направлениях k_0 и k_h . В этом случае в системе (5) остаются только два уравнения, описывающих амплитуды D_0 и D_h . После разделения излучения на нормальное и компланарное, для поляризации каждого типа можно написать отдельную систему из двух уравнений

$$\begin{aligned} 2(k_0 \nabla) D_0^\alpha + i a_{00} D_0^\alpha + i a_{0h} D_h^\alpha &= i F_0^\alpha, \\ 2(k_h \nabla) D_h^\alpha + i (a_{hh} - 2(k_h \nabla)(hu)) D_h^\alpha + i a_{h0} D_0^\alpha &= i F_h^\alpha, \end{aligned} \quad (6)$$

где показатель α указывает тип поляризации ($\alpha = \sigma$ соответствует нормальной поляризации, когда амплитуды перпендикулярны плоскости, составленной волновыми векторами k_0 и k_h , а $\alpha = \pi$ соответствует компланарной поляризации, когда амплитуды находятся в этой плоскости),

$$\begin{aligned} a_{00} &= \chi_0 k_0^2 - (\gamma^{-2} k^2 + q^2), \quad a_{hh} = \chi_0 k_h^2 - (\gamma^{-2} k^2 + q^2) + k_0^2 - k_h^2, \\ a_{0h}^\sigma &= \chi_h k_0^2, \quad a_{0h}^\pi = \chi_h k_0^2 \cos(2\theta), \quad a_{h0}^\sigma = \chi_h k_h^2, \quad a_{h0}^\pi = \chi_h k_h^2 \cos(2\theta), \end{aligned}$$

$\cos(2\theta) = (k_0 k_h) / (k_0 k_h)$ и векторные амплитуды $D_{0,h}$, $F_{0,h}$ определяются скалярными амплитудами $D_{0,h}$, $F_{0,h}$ из выражения

$$A_{0,h} = (A_{0,h}^\sigma [k_0, k_h] + A_{0,h}^\pi [k_{0,h}, [k_0, k_h]] / k_{0,h} / (k_0 k_h \sin(2\theta))),$$

где $A = D$ или F . Для решения проблемы обнаружения поля ПРИ релятивистского электрона, необходимо определить граничные условия для системы (6). В геометрии Лауэ граничными условиями в двухволновом приближении будут

$$D_0(r_p) = D_h(r_p) = 0, \quad (7)$$

где r_p — радиус-вектор точки на входной поверхности кристалла, так как поле излучения перед кристаллом отсутствует. Число γ -квантов с энергией $\hbar\omega$, испускаемых в направлении k_h , будет

$$\frac{\partial N_h}{\partial \omega} = \frac{c \cos \theta}{4\pi \hbar \omega} \iint (|D_h^\sigma|^2 + |D_h^\pi|^2) dx dy, \quad (8)$$

где (x, y) — координаты выходной поверхности кристалла. Уравнения (6) с граничными условиями (7) могут быть аналитически решены только для некоторых типов искажений в кристаллах. Надо отметить, что так как эти уравнения без правой стороны соответствуют уравнениям дифракции рентгеновского излучения в искаженном кристалле [8] и так как решение не-

однородных уравнений может быть сформировано в соответствии с решениями однородной части этого уравнения, то для ПРИ задача аналитически разрешима для каждого типа искажений, для которых задача дифракции рентгеновского излучения является аналитически разрешимой. Например, они могут быть решены аналитически в случае квадратичных деформаций кристаллической решетки [6] (то есть в случае температурного градиента или изгиба кристалла). В общем случае они будут решены приближенно аналитическими или численными методами. Полученные нами уравнения для ПРИ были исследованы численными методами для двух частных случаев искажений кристалла, описанных в [8]. В первом случае

$$hu = (2\pi u_0/d) \sin(\pi z/T). \quad (9)$$

Этот тип искажений создается возбуждением акустических колебаний в пьезоэлектрических монокристаллах при обеспечении условия стоячей волны. Второй тип искажений соответствует случаю искажений, создаваемых в кристалле температурным градиентом, направленным перпендикулярно к отражательным плоскостям, и функция hu имеет вид

$$hu = (2\pi u_0/d) (4\pi z/T) (1-z/T). \quad (10)$$

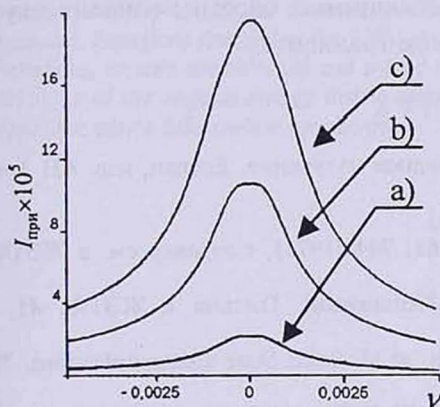


Рис.1. Частотная зависимость числа испускаемых γ -квантов ПРИ при разных значениях амплитуды акустических колебаний ($\nu=0$ соответствует $\varepsilon_r=10.1$ кэВ): а) $u_0/d=0$; б) $u_0/d=30$; в) $u_0/d=60$ (d – межплоскостное расстояние).

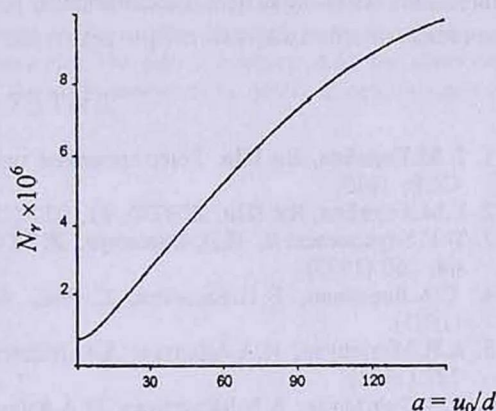


Рис.2. Зависимость интегрального числа испускаемых γ -квантов ПРИ от амплитуды акустических колебаний.

В обоих случаях кристалл ориентирован по симметричной геометрии Лауэ, когда дифракционный вектор параллелен входной поверхности кристалла. В этих случаях hu зависит только от координаты, перпендикулярной вектору дифракции h , и уравнения (6) можно привести к системе дифференциальных уравнений первого порядка. Вычисления выполнены численным

методом Рунге-Кутты при соответствующих значениях параметра, определяемых из экспериментальных данных [9]. Результаты для случая акустических колебаний представлены на рис.1 и 2. На рис.1 приведена частотная зависимость интенсивности излучаемых γ -квантов, испускаемых в направлении дифракции при разных значениях амплитуды акустических колебаний. На рис.2 показана зависимость интегрального числа испускаемых γ -квантов ПРИ от амплитуды акустических колебаний.

Как видно из полученных теоретических результатов, увеличение амплитуды акустических колебаний приводит к увеличению интенсивности ПРИ до некоторого максимального значения, а затем наступает насыщение. Рассчитаны случаи увеличения интенсивности ПРИ в несколько раз. Надо также заметить, что, изменяя параметры акустических колебаний, можно контролировать энергетические и угловые распределения характеристических выходов ПРИ. Аналогичные результаты получены для случая искажений кристаллической решетки, вызываемых температурным градиентом.

С целью подтверждения теоретических предсказаний и расчетов был проведен ряд экспериментальных работ. Приведенные экспериментальные данные (см., например, [9-15]) хорошо согласуются с результатами предлагаемой нами теоретической модели. Были наблюдаемы увеличения интенсивности в несколько раз и изменения спектрально-угловых характеристик выходов ПРИ как при воздействии на исследуемые образцы-мишени акустическими полями, так и при температурном градиенте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.М.Гарибян, Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1983.
2. Г.М.Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ, **61**, 930 (1971).
3. В.Г.Барышевский, И.Д.Феранчук. ЖЭТФ, **61**, 944 (1971); поправку см. в ЖЭТФ, **64**, 760 (1973).
4. С.А.Воробьев, Б.Н.Калинин, С.Пак, А.П.Потылицын. Письма в ЖЭТФ, **41**, 3 (1985).
5. A.R.Mkrtchyan, H.A.Aslyan, A.H.Mkrtchian, et al. Solid State Communications, **79**, 287 (1991).
6. R.G.Gabrielyan, A.R.Mkrtchyan, H.A.Aslyan, Kh.V.Kotanjyan. Phys. Stat. Sol. (a), **92**, 361 (1985).
7. S. Takagi. J. Phys. Soc. Japan, **26**, 1239 (1969).
8. А.Р.Мкртчян, М.А.Навасардян, Р.Г.Габриелян и др. Письма в ЖТФ, **9**, 1181 (1983).
9. A.R.Mkrtchyan, H.A.Aslyan, A.H.Mkrtchian, et al. Phys. Lett. A, **152**, 297 (1991).
10. R.O.Avakian, A.E.Avetissian, et al. Radiation Effects and Defects in Solids, **117**, 17 (1991).
11. K.H.Brezinger, C.Herberg, B.Limburg, H.Backe, et al. Z. Phys. A, **358**, 107 (1997).
12. W.Wagner, A.R.Mkrtchyan, et al. Report January 1998—June 1999, FZR-271, ISSN 1437-322X, **27** (1999).
13. A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, et al. Proc. of the ISTC Int. Seminar "Conversion Potential of Armenia and ISTC Programs", October 2-7, Yerevan, Armenia, p.184, 2000.
14. A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, R.P.Vardapetyan, et al. Proc. of the 5th Int. Symp. on Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures, September 10-14, Lake

Aya, Altai Mountains, Russia, p.45, 2001.

15. A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, R.P.Vardapetyan, et al. Proc. of the 5th Int. Symp. on Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures, September 10-14, Lake Aya, Altai Mountains, Russia, p.47, 2001.

ԱՂԱՎԱՂՎԱԾ ԲՅՈՒԲՂՆԵՐՈՒՄ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Հ.Ա. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Ա.Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Վ.Վ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆ, Մ.Մ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ

Աշխատանքը նվիրված է միաբյուրեղներում արտաքին ազդակների (ակուստիկ տատանումներ, ջերմաստիճանային գրադիենտ) առկայությանը, լիցքավորված մասնիկների պարամետրական ռենտգենյան ճառագայթման (ՊՌՃ) տեսական հետազոտությանը: Ստացված են հավասարումներ, որոնք բնութագրում են լիցքավորված մասնիկների ՊՌՃ-ն արտաքին ազդակների շնորհիվ աղավաղված բյուրեղներում: Այդ հավասարումները լուծվել են թվային մեթոդով: Ցույց է տրված, որ բյուրեղական ցանցի որոշակի տիպի դեֆորմացիաները բերում են ՊՌՃ-ի ինտենսիվության մի քանի անգամ աճի, ինչպես նաև ՊՌՃ-ի բնութագրական ելքերի անկյունային և էներգիական բաշխվածության փոփոխության:

THEORY OF PARAMETRIC X-RAY RADIATION IN DISTORTED CRYSTALS

A.A. ASLANYAN, A.H. MKRTCHYAN, V.V. NALBANDYAN, M.M. MIRZOYAN

Theoretical study of the parametric X-ray radiation (PXR) of charged particles in single crystals in the presence of external excitations (acoustic vibrations, temperature gradient) is presented. Equations describing the PXR of charged particles in the distorted, by means of external excitations, crystals are obtained and solved numerically. The gain of intensity in several times and variations of the angular-energy distribution of the PXR characteristic yields at certain cases of crystalline lattice deformation are shown.