Известия НАН Армении, Физика, т.40, №2, с.90-97 (2005)

УДК 539.1

КРУПНОМАСШТАБНОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА ПАРОЙ СТОЯЧИХ ВОЛН С НЕОДИНАКОВЫМИ ВРЕМЕННЫМИ ОГИБАЮЩИМИ

А.Ж. МУРАДЯН[1], А.А. ПОГОСЯН[2]

[1] Ереванский государственный университет

[2] Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 18 мая 2004 г.)

В рамках задачи о дифракции трехуровневого атома Λ-типа в поле двух стоячих волн с неодинаковыми временными огибающими получен вид конечного импульсного распределения атома. Выявлены условия, при которых распределение крупномасштабно расщепляется и может быть использовано в атомных интерферометрах. Показано, что неодинаковость временных огибающих стоячих волн искажает искомое распределение только в непредставляющей интерес с экспериментальной точки зрения области высоких интенсивностей.

1. Введение

Физические принципы управления квантовым движением центра тяжести единичного атома с помощью лазерного излучения хорошо разработаны и нашли убедительные экспериментальные подтверждения. Одним из наиболее важных практических применений такого управления является атомная интерферометрия [1] – квантовомеханический аналог обычной оптической интерферометрии. В атомных интерферометрах квантовомеханический волновой пакет центра тяжести атома расщепляется на два или более пакета, которые, далее зеркально отражаясь, перекрываются и создают интерференционную картину. (Интересно, что расщепление квантовомеханического состояния для интерферометрии может быть получено также для внутренних степеней свободы атома, однако в данной статье мы не будем касаться этого вопроса.) На пути одного из волновых пакетов помещается объект с исследуемым процессом, что влияет на характер интерференционной картины и тем самым дает информацию о процессе.

В настоящее время атомные интерферометры достигли беспрецедентной точности и даже проектируются с целью детектирования гравитационных волн [2]. Однако ресурсы повышения точности еще далеко не исчерпаны и одной из таких возможностей является увеличение угла расщепления волнового пакета. Дело в том, что в действующих ныне интерферометрах этот угол, будучи результатом поглощения/излучения одного или двух фотонов, очень мал (~10^{-4} рад). Естественным путем увеличения этого угла является использование многофотонных процессов [3]. В работах [4] была предложена и предварительно исследована на предмет эффективности и стабильности новая схема широкоугольного расщепления, основанная на резонансном эффекте Капицы–Дирака [5], т.е. когерентной многофотонной дифракции атома в интенсивном поле стоячей волны. Предложенная схема показала достаточно высокую стабильность относительно возможных неустранимых флуктуаций пространственных фаз в ходе эксперимента. Однако ряд вопросов остается еще открытым, одним из которых является степень важности подобия временных огибающих пары стоячих волн, действующих на смежные переходы (рис.1) трехуровневого атома. Чтобы понять это, в настоящей работе мы рассматриваем случай импульсов с существенно отличными по форме временными огибающими (рис.2). Выбор указанной формы обусловлен также и желанием иметь аналитическое решение для амплитуд вероятности населенностей атомных уровней, что дает возможность провести анализ широкомасштабного расщепления импульсных состояний атома и его сопоставление со случаем одинаковых колоколообразных огибающих в возможно общем виде.

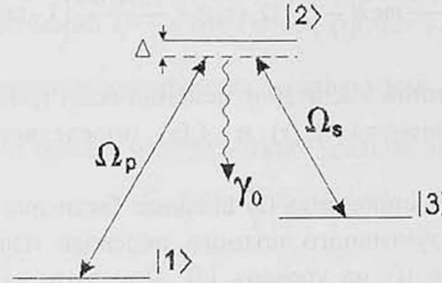

Рис.1. Схема энергетических уровней атома с воздействующими на них лазерными импульсами $\Omega_p(z,t)$ и $\Omega_s(z,t)$.

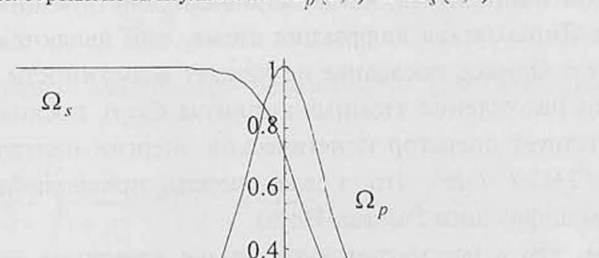

Рис.2. Формы лазерных импульсов для соответствующих оптических переходов $|1\rangle \to |2\rangle$ и $|2\rangle \to |3\rangle$.

2. Решение уравнения Шредингера

Гамильтониан в данном случае можно записать в следующем матричном виде:

$$\hat{H} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p^* & 0 \\ -\Omega_p & 0 & \Omega_s \\ 0 & -\Omega_s^* & 0 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где Ω_p и Ω_s – половины частот Раби для соответствующих оптических переходов $|1\rangle \to |2\rangle$ и $|2\rangle \to |3\rangle$ (рис.1). Волновая функция Ψ рассматриваемого атома имеет вид

$$\Psi = C_1(z,t)\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2(z,t)\begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_2 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3(z,t)\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_3 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где φ_i $(i = 1,2,3)$ есть волновая функция атома на энергетическом уровне $|i\rangle$, а $C_i(z,t)$ – амплитуда вероятности этого уровня, если в момент времени t атом находится в точке с координатой z.

Лазерные импульсы задаются следующим образом:

$$\Omega_p(z,t) = \frac{A_p(z)}{\tau} \sec h\left(\frac{t}{\tau}\right), \quad \Omega_s(z,t) = \frac{\sqrt{2} A_s(z)}{\tau}\left(1 - \tanh\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)^{1/2}, \tag{3}$$

где τ определяет временной масштаб изменения волн (рис.2), а z-зависимость амплитудных коэффициентов $A_p(z)$ и $A_s(z)$ определяет пространственную структуру этих волн.

Временные огибающие вида (3) впервые были использованы в [6] для исследования контринтуитивного полного перевода населенности атома с энергетического уровня $|1\rangle$ на уровень $|3\rangle$. При этом коэффициенты A_p и A_s являются некими независимыми от z постоянными (бегущие волны). В рассматриваемом нами случае, когда основным действующим процессом является Капица–Дираковская дифракция атома, они являются периодическими функциями z. Однако последнее не лишает возможности аналитического решения задачи нахождения атомных амплитуд $C_i(z,t)$, поскольку в гамильтониане (1) отсутствует оператор кинетической энергии центра тяжести атома $\hat{p}^2 / 2M = -(\hbar^2 / 2M)\, d^2 / dz^2$, что, в свою очередь, предполагает приближение малых τ (режим дифракции Рамана–Ната).

Добавим, что в рассматриваемой задаче состояние атома до взаимодействия с полем (3) считается приготовленным в импульсном пространстве за счет предварительного взаимодействия с полем стоячей волны в условиях большой расстройки резонанса на переходе $|1\rangle \to |2\rangle$. При этом уровень $|2\rangle$ практически не заселяется, однако единичная амплитуда населенного уровня $|1\rangle$ приобретает добавочный множитель $\exp(iU(z))$, где $U(z)$ есть произведение частоты Раби в указанном поле стоячей волны на время ее воздействия на атом. Как было показано в [4] и также будет видно из дальнейшего изложения, последнее обстоятельство, т.е. предварительное приготовление импульсного состояния атома полем стоячей волны, является принципиально важным для достижения поставленной цели, а именно, широкомасштабного расщепления импульсного состояния.

Таким образом, определение амплитуд $C_i(z,t)$ сводится к решению уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) при начальных условиях

$$C_1(z,-\infty)=\exp(iU(z)), \quad C_2(z,-\infty)=0, \quad C_3(z,-\infty)=0. \tag{4}$$

По аналогии с [6] получаем

$$C_3(z,t)=-\frac{A_p(z)A_s(z)}{1+A_s^2(z)}\theta(t)^{1/2}\times$$
$$\times {}_3F_2\left(\frac{1}{2},1+\frac{A_p(z)}{2},1-\frac{A_p(z)}{2},\frac{3+iA_s(z)}{2},\frac{3-iA_s(z)}{2};\theta(t)\right)\exp(iU(z)), \tag{5}$$

где ${}_3F_2(\alpha,\beta,\gamma;\delta,\varepsilon;\theta(t))$ – функция Клауссена с аргументом

$$\theta(t)=(1+\tanh(t/\tau))/2. \tag{6}$$

Так как целью работы является исследование импульсных состояний атома после взаимодействия, то Фурье-преобразование в (5) следует произвести при значении $t=+\infty$ (при этом, согласно (6), $\theta=1$).

3. Генерация импульсного распределения для уровня $|3\rangle$

Фурье-образ выражения (5) можно представить в виде свертки

$$C_{3n}(\infty)=\sum_l f_{n-l}C_{1l}(-\infty), \tag{7}$$

где

$$C_{1l}(-\infty)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}C_1(z,-\infty)e^{-i2lkz}\,dkz=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{iU(k)}e^{-i2lkz}\,d2kz \tag{8}$$

есть Фурье-образ амплитуды вероятности предварительно населенного уровня $|1\rangle$, а

$$f_m=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{A_pA_s}{1+A_s^2}\,{}_3F_2\left(\frac{1}{2},1+\frac{A_p}{2},1-\frac{A_p}{2};\frac{3+iA_s}{2},\frac{3-iA_s}{2};1\right)e^{-i2mkz}\,d2kz \tag{9}$$

есть Фурье-образ функции "перевода населенности" с уровня $|1\rangle$ на $|3\rangle$. В этих Фурье-представлениях ненулевыми являются лишь Фурье-компоненты с удвоенными импульсами фотона $2m\hbar k$ как для приготовленного начального состояния [6], так и для весовых множителей f_m.

С физической точки зрения эта свертка представляет результат интерференции (нелинейного взаимодействия) между импульсными состояниями начального приготовленного состояния амплитуды $C_l(z,-\infty) = \exp(iU(z))$ при переводе населенности с уровня $|1\rangle$ на уровень $|3\rangle$ за счет нелинейного взаимодействия, эффективность которого дает предмножитель экспоненциальной функции в (5). Спектр начального состояния представляет богатый набор дискретных состояний (рис.3), равноудаленных друг от друга на $2\hbar k$, где k – волновой вектор встречных волн, составляющих стоячую волну приготовления.

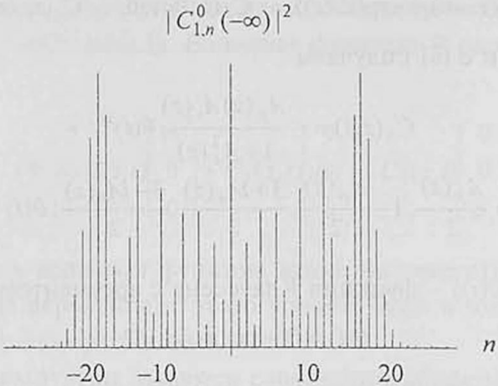

Рис.3. Начальное распределение импульсов $C_{1n}(-\infty) = i^n J_n(U)$ на энергетическом уровне $|1\rangle$ для интенсивности U=10.

Искомое расщепленное состояние может быть получено за счет такой интерференции, которая подавила бы внутренние импульсные состояния начального распределения, сохраняя при этом по возможности малое число боковых состояний. Достижение такой цели с помощью интерференции большого числа состояний одновременно для большого числа внутренних состояний нереально, поэтому следует ограничиться такими условиями, когда интерференционная картина максимально упрощена, то есть число интерферирующих состояний снижено практически до двух. Число интерферирующих состояний в общем случае определяется числом фурье-компонент f_m. Несложный анализ ряда функции Клауссена показывает, что спектр f_m действительно состоит из двух компонент (с равными весами), если стоячие волны стоксовой волны $(A_s(z))$ и волны накачки $(A_p(z))$ пространственно смещены относительно друг друга на фазу $\pi/2$, например,

$$A_p(z) = \alpha_p \sin kz\,, \quad A_s(z) = \alpha_s \cos kz\,, \tag{10}$$

где α_p и α_s – постоянные амплитуды и, помимо этого, амплитуды стоксовой волны α_s меньше или порядка единицы. Ограничения на амплитуду α_p более слабые. В случае, например, $\alpha_s = 1$, $\alpha_p = 1$ спектр f_m с очень большой точностью состоит из двух компонент с m=±2. При этом из (7) получаем

$$C_{3n}(\infty) = C_{1,n-1}(-\infty)f_1 + C_{1,n+1}(-\infty)f_{-1} = f_1(C_{1,n-1}(-\infty) - C_{1,n+1}(-\infty)). \tag{11}$$

Следовательно, для подавления внутренней части импульсного распределения начального приготовленного состояния (см рис.3) необходимо удовлетворить условия $C_{1,n-1}(-\infty)=C_{1,n+1}(-\infty)$. Этого условия можно добиться, выбирая стоячую волну приготовления в виде $E(z)=E\cos kz$ [4], при котором

$$U(z) = U_0 \cos 2kz. \tag{12}$$

Тогда соответствующая Фурье-компонента начального приготовленного состояния имеет вид

$$C_{1m}(-\infty) = i^m J_m(U), \tag{13}$$

где $J_m(U)$ – функция Бесселя, а

$$C_{3n}(\infty)=i^{n-1} f_1(J_{n-1}(U_0) + J_{n+1}(U_0)). \tag{14}$$

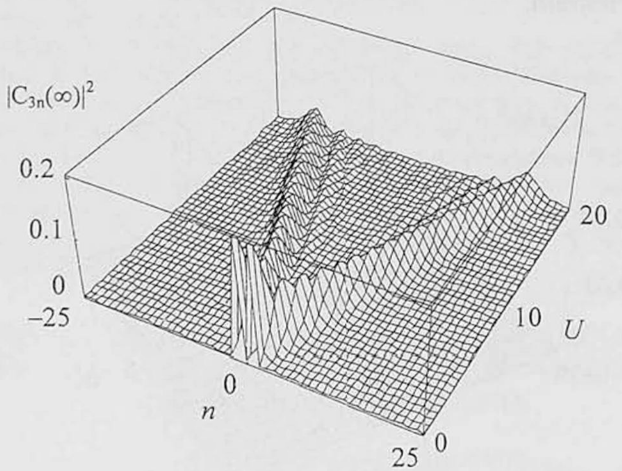

Рис.4. Распределение конечных импульсных состояний на уровне $|3\rangle$ в зависимости от интенсивности U лазерного импульса подготовки начального состояния $e^{iU\cos(2kz)}$, интенсивность импульсов $\alpha_p = 2$, $\alpha_s = 1$.

На рис.4 показано конечное импульсное распределение для энергетического уровня $|3\rangle$ в зависимости от параметра U, равного, как уже было сказано, произведению частоты Раби на время взаимодействия, то есть числу вынужденных оптических переходов в поле стоячей волны $E(z)$. Как видно из рисунка, промежуточные (внутренние) импульсные состояния в области $U \gg 1$ действительно сильно подавлены и импульсное распределение расщепляется на две симметричные группы, ширина которых намного меньше расстояния между ними, как было и в случае одинаковых лазерных импульсов, возбуждающих смежные переходы $|1\rangle \to |2\rangle$ и $|3\rangle \to |2\rangle$. Величина расщепления линейно зависит от значения U. Ширина каждой группы в действительности тоже растет, но намного медленнее, чем расстояние между ними, то есть с увеличением U относительная ширина групп импульсного распределения уменьшается, что является принципиально важным для увеличения чувствительности атомного интерферометра, работающего на принципе пространственного расщепления атомного волнового пакета и дальнейшей интерференции.

Наконец, представляет интерес вопрос о том, насколько быстро спектр C_{3n} обогащается "ненужными" компонентами при росте значений параметров интенсивности возбуждающих волн α_p и α_s, ухудшая тем самым качество искомого расщепления. На рис.5 представлена эта зависимость от параметра α_p при определенном значении $\alpha_s = 1$. Как видно, вплоть до значений $\alpha_p \neq 4$ имеет место монотонный рост значений всех Фурье-компонент, обусловленных естественной зависимостью $C_{3n}(\infty) \sim \alpha_p$, без их заметного заполнения промежуточными состояниями. В области же больших значений α_p наступает "насыщение" процесса перевода населенности импульсных состояний, что сопровождается зарождением и ростом "нежелательных" промежуточных состояний.

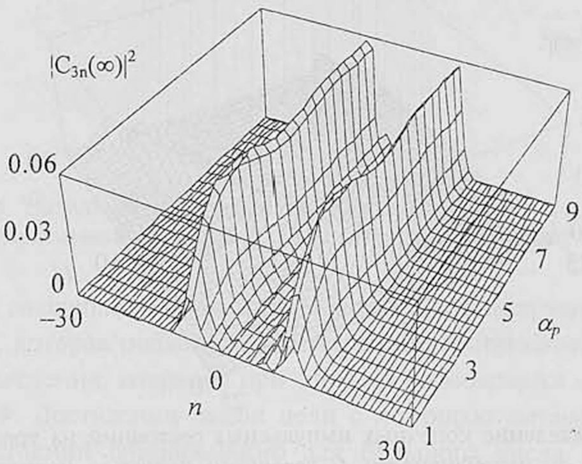

Рис.5. Распределение конечных импульсных состояний на уровне $|3\rangle$ в зависимости от интенсивности α_p лазерного импульса, соединяющего первоначально заселенный уровень $|1\rangle$ с уровнем $|2\rangle$. Интенсивность лазерного импульса подготовки начального состояния U=10, α_s=1.

4. Заключение

Воздействие двух, пространственно сдвинутых на фазу $\pi/2$, лазерных импульсов стоячих волн с экстремально разными по виду временными огибающими, как и в случае импульсов с одинаковыми огибающими [4], генерирует на первоначально незаселенном энергетическом уровне расщепленное импульсное состояние. Величина расщепления при этом совпадает с шириной импульсного распределения на начально населенном энергетическом уровне. Рассматриваемая схема взаимодействия эффективно переводит несколько импульсных состояний с обоих краев начального распределения на ненаселенный энергетический уровень, оставляя остальные промежуточные состояния на месте. Качество расщепления падает, причем медленно, только в области больших интенсивностей возбуждающих лазерных импульсов.

Следовательно, можно заключить, что в области небольших интенсивностей, представляющей основной интерес с экспериментальной точки зрения, предложенная в [4] схема устойчива относительно возможных искажений форм возбуждающих лазерных импульсов и может быть использована в качестве широкоугольного расщепителя импульса атомного волнового пакета в атомных интерферометрах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Atom Interferometry. Ed. by P.R.Berman. Cambridge, Academic Press, 1997; **S.Durr, G.Rempe**. Adv. At. Mol. Opt. Physics, **42**, 29 (2000).
2. **I.Persival**. Physics World, **3**, 43 (1997).
3. **P.Marte, P.Zoller**, and **J.L.Hall**. Phys. Rev. A, **44**, R 4118 (1991); **L.S.Goldner, C.Gerz, R.J.C.Spreeuw, S.L.Rolston, C.I.Westbrook**, and **W.D.Phillips**. Phys. Rev. Lett., **72**, 997 (1994); **P.D.Featonby, G.S.Summy, J.I.Martin, H.Wu, K.P.Zetie, C.J.Foot**, and **K.Burnett**. Phys. Rev. A, **53**, 373 (1996).
4. **A.Zh.Muradyan, A.A.Poghosyan**, and **P.Berman**. Phys. Rev. A, **68**, 033604 (2003); **А.Ж.Мурадян, Е.И.Степанян, А.А.Погосян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 222 (2003); **A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan, P.Berman**. Phys. Rev. A, **70**, 065601 (2004).
5. **В.М.Арутюнян, А.Ж.Мурадян**. Доклады АН АрмССР, **60**, 275 (1975); **R.J.Cook** and **A.F.Bernhardt**. Phys. Rev. A, **18**, 2533 (1978); **А.П.Казанцев, Г.И.Сурдутович, В.П.Яковлев**. Письма ЖЭТФ, **31**, 542 (1980); **J.Dalibard** and **C.Cohen-Tannoudji**. J. Opt. Soc. Am. B, **2**, 1707 (1985); **P.Meystre, E.Schumacher**, and **S.Stenholm**. Opt. Commun., 73, 443 (1989); **P.J.Martin, P.L.Gould, B.G.Oldaker, A.H.Miklich**, and **D.E.Pritchard**. Phys. Rev. A, **36**, 2495 (1987).
6. **C.E.Carroll and F.T.Hioe**. J. Math. Phys., **29**, 487 (1988).

ԵՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ԱՏՈՄԻ ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿԻ ԼԱՅՆԱՄԱՍՇՏԱԲ ՃԵՂՔՈՒՄԸ ՇՆՈՐՀԻՎ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՏԱՐԲԵՐ ՊԱՐՈՒՐԻՉՆԵՐՈՎ ԿԱՆԳՈՒՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԶՈՒՅԳԻ

Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Ա.Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Λ -տիպի եռամակարդակ ատոմի դիֆրակցիայի խնդրի սահմաններում հաշված է ատոմի իմպուլսային բաշխման տեսքը ոչ միատեսակ ժամանակային պարուրիչներով երկու կանգուն ալիքների դաշտում: Ստացված են պայմանները, որոնց դեպքում բաշխումը լայնամասշտաբ ճեղքված է և որպես հետևանք՝ կարող է օգտագործվել ատոմական ինտերֆերոմետրերում: Կանգուն ալիքների ժամանակային պարուրիչների ոչ միատեսակ լինելը աղավաղում է ճեղքման որակը միայն փորձարարական տեսանկյունից հետաքրքրություն չներկայացնող մեծ ինտենսիվությունների տիրույթում:

LARGE-SCALE SPLITTING OF THE THREE-LEVEL ATOM MOMENTUM STATE BY A PAIR OF STANDING WAVES WITH DIVERSE TEMPORAL ENVELOPES

A.Zh. MURADYAN, A.A. POGHOSYAN

In the framwork of diffraction of a Λ-type three-level atom the momentum distribution in the field of a pair of standing waves with diverse time-envelopes is obtained. The conditions for large-scale momentum splitting which can be used in atomic interferometers are considered. The difference between standing wave time-envelopes distorts the quality of splitting only in the range of high intensities, not presenting interest from the experimental point of view.