Известия НАН Армении, Физика, т.40, №2, с.81-89 (2005)

УДК 538.945

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Д.М. СЕДРАКЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 июля 2004 г.)

Предложена феноменологическая теория для объяснения экспериментально обнаруженных “парамагнитной” особенности и необычного поведения в изменении энергетического состояния пленки из ВТСП Y-Ba-Cu-O в области сверхпроводящего фазового перехода. Найдены физические условия, при которых эти особенности обнаруживаются. Показано, что предложенная теория качественно описывает полученные экспериментальные результаты.

1. Введение

Несмотря на значительные успехи в области исследования высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), микроскопическая природа сверхпроводимости этих материалов до сих не выяснена [1]. Вместе с тем, в последнее время сделаны многообещающие попытки экспериментального исследования сверхпроводящего фазового перехода ВТСП Y-Ba-Cu-O [2,3]. В этих работах были обнаружены новая “парамагнитная” особенность и необычное поведение в изменении энергетического состояния пленки из ВТСП в области фазового перехода. Эти успехи были достигнуты благодаря созданию высокочувствительного магнитометра, который позволяет измерять ничтожно малые изменения $\Delta\lambda$ глубины проникновения магнитного поля с частотой порядка нескольких мегагерц в образце из плоского ВТСП. Метод позволяет измерять изменения $\Delta\lambda$ по абсолютной величине порядка $\Delta\lambda\sim 1\div 3$Å с относительной точностью $\Delta\lambda/\lambda\sim 10^{-6}$ [2]. Первая из этих особенностей показывает рост глубины проникновения порядка нескольких микрометров при снижении температуры вблизи фазового перехода, предшествующий ее уменьшению от значения δ порядка сотни микрометров до лондоновской глубины проникновения λ порядка нескольких микрометров [2]. Вторая особенность связана с увеличением энергии образца при уменьшении температуры перед известным ее уменьшением в связи со сверхпроводящим переходом [3].

Цель настоящей статьи – показать, что в рамках феноменологической теории сверхпроводимости, на основе предложенного нами специфического поведения куперовских пар можно удовлетворительно объяснить особенности поведения глубины проникновения в зависимости от температуры. Мы покажем также, что учет кулоновского взаимодействия в твердотельной плазме, состоящей из нормальных ионов и нормальных и сверхпроводящих электронов, может объяснить наблюдаемое поглощение энергии электромагнитного поля во время сверхпроводящего перехода [3].

В §2 получена формула для глубины проникновения и показано при каких условиях глубина проникновения может иметь максимум при температуре T=85.4 К, как показано в работе [2]. В §3 найден электростатический потенциал заряженной частицы Ze с учетом экранирования окружающей ее плазмы. В заключительном §4 рассчитано изменение свободной энергии рассматриваемого образца при уменьшении температуры. Здесь же показано, что энергия образца как функция от температуры имеет максимум и только при дальнейшем уменьшении температуры наблюдается обычное температурное поведение разности свободной энергий для сверхпроводящей и нормальной фаз.

2. Расчет глубины проникновения электромагнитного поля в ВТСП

Предположим, что в сверхпроводнике электрический ток складывается из нормального $\mathbf{j_n}$ и сверхпроводящего $\mathbf{j_s}$ токов. Эти токи связаны с внешним переменным электрическим полем $E \sim \exp\{-i\omega t\}$ следующим образом:

$$\mathbf{j_n} = \frac{e^2\tau}{m}\frac{n_n}{1-i\omega\tau}\mathbf{E}\ , \tag{1}$$

$$\mathbf{j_s} = i\frac{e^2 n_s}{m\omega}\alpha\mathbf{E}\,. \tag{2}$$

Здесь n_n и n_s – плотности нормальных и сверхпроводящих электронов, соответственно, τ – время свободного пробега нормального электрона, e и m – заряд и масса электрона, соответственно, и наконец, α – процент куперовских пар, которые участвуют в сверхпроводящем токе.

Основное наше предположение заключается в том, что при $T < T_c$ не все образовавшиеся куперовские пары участвуют в токе, т.е. $\alpha < 1$, и с уменьшением T α растет и уже при температурах, соответствующих быстрому спаду глубины проникновения, стремится к единице. При $\alpha = 1$ поведение зависимости λ от температуры T соответствует известной зависимости $\lambda = \lambda(T)$, вытекающей из теории сверхпроводимости. Экспериментальное измерение глубины проникновения $L(T)$ как функции от температуры даст возможность найти вид функции $\alpha = \alpha(T)$.

Подставляя из (1) и (2) полный ток $\mathbf{j} = \mathbf{j_s} + \mathbf{j_n}$ в уравнение Максвелла

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \tag{3}$$

и действуя оператором rot на обе части уравнения (3), с использованием другого уравнения Максвелла

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{4}$$

окончательно получим:

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{B} = \frac{4\pi e^2 n}{mc^2}\left\{\frac{i\omega\tau}{1-i\omega\tau}\frac{n_n}{n} - \alpha\frac{n_s}{n}\right\}\mathbf{B}. \tag{5}$$

Если предположить, что магнитное поле зависит только от расстояния z от поверхности сверхпроводника, то уравнение (5) внутри сверхпроводника $z > 0$ примет вид:

$$\frac{d^2\mathbf{B}(z)}{dz^2} + k^2\mathbf{B}(z) = 0, \tag{6}$$

где

$$k^2 = \frac{4\pi e^2 n}{mc^2}\left[i\frac{\omega\tau}{1-i\omega\tau}\frac{n_n}{n} - \alpha\frac{n_s}{n}\right]. \tag{7}$$

Решение уравнения (6) имеет вид

$$\mathbf{B}(z) = \mathbf{B}_0 e^{ikz - i\omega t}. \tag{8}$$

Это означает, что глубина проникновения электромагнитного поля будет равна

$$L(T) = [\mathrm{Im}\, k]^{-1}. \tag{9}$$

Если ввести обозначения

$$\lambda_0^2 = \frac{mc^2}{4\pi e^2 n}, \quad \delta_0^2 = \frac{mc^2}{2\pi e^2 n}\frac{1+(\omega\tau)^2}{\omega\tau}, \qquad Z_0 = \frac{\delta_0^2}{2\lambda_0^2} = \frac{1+(\omega\tau)^2}{\omega\tau}, \tag{10}$$

то получим следующее выражение для глубины проникновения:

$$L = \delta_0 \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{n_n}{n}\right)^2 + Z_0^2\left(\alpha\frac{n_s}{n} + \frac{(\omega\tau)^2}{1+(\omega\tau)^2}\frac{n_n}{n}\right)^2} + Z_0\left(\alpha\frac{n_s}{n} + \frac{(\omega\tau)^2}{1+(\omega\tau)^2}\frac{n_n}{n}\right)\right]^{-1/2}. \tag{11}$$

Если обозначить

$$\frac{n_n}{n} = x, \quad \frac{n_s}{n} = 1 - x, \quad \alpha Z_0 = Z, \quad \beta = 1 - \frac{\omega\tau}{Z}, \tag{12}$$

то для глубины проникновения получим следующее выражение:

$$L(T)=\frac{\delta_0}{\left[\sqrt{x^2+Z^2(1-\beta x)^2}+Z(1-\beta x)\right]^{1/2}}. \tag{13}$$

Так как $\omega\tau \ll 1$ и минимальное значение Z порядка единицы, то, согласно (12), мы можем с большой точностью заменить β единицей. Тогда формула (13) упрощается и принимает следующий вид:

$$L(T)=\frac{\delta_0}{\left[\sqrt{x^2+Z^2(1-x)^2}+Z(1-x)\right]^{1/2}}. \tag{14}$$

Как видно из формулы (14), при $T>T_c$, когда $x=1$, глубина проникновения L равняется глубине скин-эффекта δ_0. При уменьшении температуры, когда $Z\cong 1$, $L(T)$ растет, проходя через максимум при $T=T_0$, и снова равняется δ_0 при температуре $T=T_1$. Как следует из работы [2], T_0=85.4K, T_1=85K, тогда как T_c=88.7K. Относительное изменение длины проникновения в точке максимума равняется $\Delta L/\delta_0 \approx 5\cdot 10^{-3}$. Предполагая, что в области температур $T_1 \le T \le T_c$ Z не меняется, найдем максимальное значение $L(T)$ из формулы (14). Простой расчет показывает, что если максимум $L(T)$ находится в точке x_0, то она определяется из формулы

$$x_0(2-x_0)=\left[\frac{1}{\Delta L/\delta_0+1}\right]^4. \tag{15}$$

В точке, где $L(x)$ снова равняется δ_0, имеет место соотношение:

$$x_1=2Z^2-1, \tag{16}$$

где

$$Z^2=\frac{x_0}{2-x_0}. \tag{17}$$

Подставляя в уравнение (15) значение $\Delta L/\delta_0$, из (15) и (17) получим x_0=0.8586 и Z=0.8673. Если, следуя теории Гортера–Казимира, предположить, что $x_0=(T_0/T_c)^4$, то из требования, что максимум находится в точке T_0=85.4K, для T_c получим значение T_c=88.7K, что совпадает со значением T_c, приведенным в работе [2]. Если потребовать, чтобы T_1=85K, то следует взять для Z значение Z=0.92, что показывает начало роста Z, сопровождающее резкое уменьшение $L(T)$. Дальнейший спад $L(T)$ при уменьшении температуры, наблюдаемый в эксперименте [2], можно объяснить увеличением Z, т.е. увеличением α до единицы. Более подробное сравнение формулы (14) с результатами работы [2] будет проведено в дальнейшем.

В рамках теории Гинзбурга–Ландау $\alpha n_s/n$ является квадратом модуля равновесного значения параметра порядка $|\psi_e|^2$. Если изменение плотности свободной энергии теории Гинзбурга–Ландау представить в виде

$$\Delta f(\psi, T) = c(T)|\psi|^2 + \frac{1}{2} d(T)|\psi|^4, \tag{18}$$

то в рамках этой теории

$$|\psi_e|^2 = -\frac{c(T)}{d(T)} = \alpha(1-x), \; \Delta f = -\frac{1}{2}\frac{c^2(T)}{d(T)}. \tag{19}$$

Следовательно, $c(T)$ и $d(T)$ можно определить из измерений $L(T)$ и $\Delta f(T)$ по следующим формулам:

$$c(T) = \frac{2\Delta f}{\alpha(1-x)}, \; d(T) = -\frac{2\Delta f}{\alpha^2(1-x)^2}. \tag{20}$$

Из сказанного вытекает, что предложенная нами теория хорошо вписывается в феноменологическую теорию Гинзбурга–Ландау. Представляет большой интерес нахождение $\alpha = \alpha(T)$ из микрсскопической теории.

3. Электростатический потенциал в твердотельной плазме при $T \to 0$

Как известно из теории плазмы, электростатический потенциал заряженной частицы в плазме экранируется распределением заряженных частиц противоположного знака [4]. Фурье-компонента продольной компоненты диэлектрической постоянной $\varepsilon_l(0,k)$ при $\omega \to 0$ для смеси из ионов, нормальных и сверхтекучих электронов имеет следующий вид [5]:

$$\varepsilon_l(k,0) = 1 + \frac{1}{k^2 a_i^2} + \frac{1}{k^2 a_e^2} + \frac{1}{k^2 a_s^2}, \tag{21}$$

где a_i, a_e и a_s – дебаевские радиусы ионов, нормальных и сверхтекучих электронов, соответственно. Радиус a_i можно найти из формул [5]

$$a_i = v_i / \Omega_i, \quad v_i = \left(E/M\right)^{1/2}. \tag{22}$$

где E – средняя кинетическая энергия, M – масса иона, Ω_i – ионная плазменная частота, которая равна

$$\Omega_i = \left(\frac{4\pi n_i (Z_i e)^2}{M}\right)^{1/2}. \tag{23}$$

Здесь eZ_i и n_i – заряд и плотность ионов, соответственно. Из (22) и (23) для a_i получим следующее выражение:

$$a_i = \left(E_i' / 4\pi e^2 n\right)^{1/2}, \tag{24}$$

где

$$E_i' = E \cdot n / n_i \cdot Z_i^2. \tag{25}$$

Рассматривая образец из ВТСП как твердое тело, при низких температурах для средней кинетической энергии колебания иона можно использовать следующее выражение:

$$E = \frac{k_B T}{2} D(\theta/T), \tag{26}$$

где $D(\theta/T)$ – функция Дебая, а θ – дебаевская температура. Аналогичным образом можно найти дебаевский радиус для нормальных электронов:

$$a_e = \left(\frac{\varepsilon_F}{4\pi e^2 n_n} \right)^{1/2}, \tag{27}$$

где ε_F – Ферми-энергия электронов. Роль дебаевского радиуса для сверхтекучих электронов, как было показано в [6], играет лондоновская длина проникновения λ_0, т.е.

$$a_s = \lambda_0 = \left(\frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s} \right)^{1/2}, \tag{28}$$

где n_s – плотность сверхпроводящих электронов.

Если ввести обозначение

$$a^{-1} = \left(\frac{1}{a_i^2} + \frac{1}{a_e^2} + \frac{1}{a_s^2} \right)^{1/2}, \tag{29}$$

то Фурье-компонента электростатического потенциала $\varphi_{\mathbf{k}}$ будет иметь вид [5]:

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{eZ_i / \varepsilon_0}{k^2 \varepsilon_l(0, k)} = \frac{eZ_i / \varepsilon_0}{k^2 + 1/a^2}, \tag{30}$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная рассматриваемого образца. Окончательно, для электростатического потенциала заряженной частицы eZ_i можно написать следующее выражение:

$$\varphi_i(r) = \int \varphi_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{kr}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \frac{eZ_i}{\varepsilon_0 r} e^{-r/a}, \tag{31}$$

где r – расстояние от заряда eZ_i, а a определяется из формул (24)–(29).

4. Кулоновская энергия взаимодействия твердотельной плазмы

Кулоновская энергия взаимодействия между заряженными частицами плазмы имеет вид [4]

$$W = \frac{1}{2} V \sum_i Z_i e n_i \varphi_i'. \tag{32}$$

Здесь n_i – плотность заряженных частиц, а φ_i' – потенциал, созданный всеми заряженными частицами в точке $r=0$, исключая поле частицы с зарядом eZ_i, находящейся в этой точке. Разложим потенциал $\varphi_i(r)$ (31) вблизи точки $r=0$:

$$\varphi_i(r)=\frac{eZ_i}{\varepsilon_0 r}\left(1-\frac{r}{a}\right)=\frac{eZ_i}{\varepsilon_0 r}-\frac{eZ_i}{\varepsilon_0 a}. \tag{33}$$

Следовательно, φ_i' будет вторым слагаемым правой части выражения (33). Подставляя его в (32), для энергии единицы объема получим:

$$\varepsilon_c=\frac{W}{V}=-\frac{e^2}{2\varepsilon_0 a}\sum_i Z_i^2 n_i . \tag{34}$$

Используя формулы (24)–(29), рассчитаем a. Учитывая малость величин E'/ε_F и E'/mc^2 относительно единицы, для ε_c можно написать:

$$\varepsilon_c=-\frac{e^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi e^2 n}{E'}\right)^{1/2}\sum_i Z_i^2 n_i\left[1+\frac{E'}{2\varepsilon_F}\frac{n_n}{n}+\frac{E'\alpha}{2mc^2}\frac{n_s}{n}\right]. \tag{35}$$

Плотность энергии кулоновского взаимодействия ε_c^n, когда электроны нормальны, можно получить из (35), подставляя $n_n/n=1$ и $n_s=0$, т.е.

$$\varepsilon_c^n=-\frac{e^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi e^2 n}{E'}\right)^{1/2}\sum_i Z_i^2 n_i\left(1+\frac{E'}{2\varepsilon_F}\right). \tag{36}$$

Выигрыш плотности энергии образца, полученный из-за кулоновского взаимодействия, будет равен

$$\Delta\varepsilon_c=\varepsilon_c-\varepsilon_c^n=\frac{e^2 n(4\pi e^2 n)^{1/2}}{4\varepsilon_0\varepsilon_F}(E')^{1/2}\sum_i\frac{Z_i^2 n_i}{n}\left(1-\frac{\varepsilon_F\alpha}{mc^2}\right)\frac{n_s}{n}. \tag{37}$$

Если учесть, что $\alpha<1$ и $\varepsilon_F/mc^2<<1$, и подставить выражение для E' (25) в (37), то получим

$$\Delta\varepsilon_c=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i\left(\frac{\pi Z_i^2 n_i}{4n}\right)^{1/2}\frac{(e^2 n)^{3/2}}{\varepsilon_F^{1/2}}\left(\frac{E}{\varepsilon_F}\right)^{1/2}\frac{n_s(T)}{n}. \tag{38}$$

Если вместо E подставить выражение (26) и использовать асимптотическое выражение для функции $D(T/\theta)$ при $T/\theta<<1$, то получим

$$\Delta\varepsilon_c=A\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{n_s(T)}{n}, \tag{39}$$

где

$$A=\left(\frac{\pi^5}{40}\right)^{1/2}\frac{\left(e^2 n\right)^{3/2}}{\varepsilon_0\varepsilon_F^{1/2}}\left(\frac{k_B\theta}{\varepsilon_F}\right)^{1/2}\left(\frac{T_c}{\theta}\right)^2\sum_i\left(\frac{Z_i^2 n_i}{n}\right)^{1/2},$$

а T_c – температура сверхпроводящего перехода. В выражении (39) для $n_s(T)$ можно использовать формулу, полученную из феноменологической теории Гортера–Казимира:

$$\frac{n_s(T)}{n} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 . \tag{40}$$

Интегрируя термодинамическое соотношение $\Delta\varepsilon / T^2 = -(\partial / \partial T) / (\Delta f / T)$, можно найти из $\Delta\varepsilon_c$ соответствующую добавку Δf_c к плотности свободной энергии нормального состояния:

$$\Delta f_c = f_c - f_c^n = -T \int \frac{\Delta\varepsilon}{t^2} dt + C . \tag{41}$$

Постоянная интегрирования C определится из требования $\Delta f_c(T_c) = 0$. Подставляя (39) и (40) в (41) и проводя интегрирование, окончательно получим:

$$\Delta f_c = 0.2A\left\{4 - (T / T_c)^2 \left[5 - (T / T_c)^4\right]\right\}. \tag{42}$$

Для получения полного изменения плотности свободной энергии при сверхпроводящем переходе образца необходимо к Δf_c добавить плотность свободной энергии корреляционного взаимодействия электронных куперовских пар:

$$\Delta f_s = -\frac{H_c^2(0)}{8\pi}\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^2 , \tag{43}$$

где $H_c(0)$ – критическое магнитное поле при $T = 0$. Окончательно для Δf получим:

$$\Delta f = \Delta f_c + \Delta f_s = 0.2A\left[4 - y\left(5 - y^2\right)\right] - b(1 - y)^2 , \tag{44}$$

где $b = H_c^2(0) / 8\pi$ и $y = (T / T_c)^2$.

Следует отметить, что у сверхпроводников изменение плотности свободной энергии обычно состоит из второго слагаемого формулы (44), следовательно, при уменьшении T оно уменьшается, достигая значения b при $T = 0$. Как показано в экспериментальной работе [3], такое поведение изменения плотности свободной энергии не реализуется в опыте. Экспериментальное поведение Δf от температуры качественно совпадает с формулой (44). При уменьшении температуры Δf сначала растет, достигая максимума в точке y_0, а далее падает, проходя через нуль в точке y_1. Как показывает эксперимент, отличие максимума y_0 и второго нуля y_1 от единицы мало по сравнению с единицей. Чтобы обеспечить это, достаточно условия $A << b$. Оценка A и b показывает, что это условие можно сравнительно легко удовлетворить. Количественное сравнение формулы (44) с экспериментом будет проведено в будущем.

В заключение выражаю благодарность С.Г.Геворгяну за обсуждение и представление экспериментальных результатов, полученных в [2,3], что и стимулировало выполнение этой работы. Автор признателен также А.Мурадяну и М.Айрапетяну за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. The Applied Superconductivity Conference (ASC' 2000, VA, USA, September 2000), IEEE Trans. on Applied Supercond., **11** (2001).
2. **S.G.Gevorgyan, T.Kiss, T.Ohyama, M.Inoue, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, V.S.Gevorgyan, T.Matsushita, M.Takeo.** Supercond. Sci. Technol., **14**, 1009 (2001), **С.Г.Геворгян.** Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 50 (2003), **С.Г.Геворгян.** Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 123 (2003).
3. **S.G.Gevorgyan, T.Kiss, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, T.Ohyama, M.Inoue, T.Matsushita, M.Takeo.** Physica C, **363**, 113 (2001).
4. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Статистическая физика. М., Наука, 1964.
5. **Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский.** Физическая кинетика. М., Наука, 1979.
6. **Д.М.Седракян, Р.А.Крикорян.** Астрофизика, **47**, 237 (2004).

ԲԱՐՁՐՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԱՆՑՄԱՆ ՖԵՆՈՄԵՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Առաջարկված է ֆենոմենոլոգիական տեսություն բարձրջերմաստիճանային գերհաղորդչի փուլային անցման «պարամագնիսական» առանձնահատկության և էներգիական վիճակի՝ ջերմաստիճանից ոչ սովորական կախվածության փորձում դիտված երևույթների բացատրության համար։

PHENOMENOLOGICAL THEORY OF PHASE TRANSITION IN HIGH-T_C SUPERCONDUCTORS

D.M. SEDRAKIAN

A phenomenological theory of superconductive phase transition is suggested to explain a new "paramagnetic" peculiarity and "peculiar" dependence of the energy of high-T_c superconductor Y-Ba-Cu-O in the transition temperature region. It is shown that the proposed theory qualitatively explains the results, which have been obtained experimentally.