Известия НАН Армении, Физика, т.39, №6, с.366-372 (2004)

УДК 535.14

КВАНТОВАЯ ДИНАМИКА ПОЛЯ В ДВУХФОТОННО ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

С.Т. ГЕВОРГЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 23 июня 2004 г.)

Рассмотрен процесс одновременного поглощения двух фотонов в среде, которая. возмущается извне двухфотонно параметрическим образом. С помощью численного моделирования квантовых траекторий системы вычислены функции Вигнера состояния поля. Показано, что стационарное состояние поля сильно зависит от амплитуды начального когерентного состояния системы. Показано также, что возможна сильная зависимость стационарного состояния системы от времени первого двухфотонного квантового скачка состояния поля.

1. Введение и основные уравнения

Рассмотрим квантовую динамику моды электромагнитного поля, которое взаимодействует с двухфотонно поглощающей средой. Предположим, что эта мода возмущается извне двухфотонно параметрическим образом. Гамильтониан этого взаимодействия можно описать с помощью квадратов операторов поля. Уравнение для матрицы плотности поля для такой модели можно написать в следующем виде [1]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=(i\hbar)^{-1}\left[H_p,\rho\right]-\frac{\gamma}{2}(a^{+2}a^2\rho+\rho a^{+2}a^2-2a^2\rho a^{+2}). \qquad (1)$$

Первый член уравнения (1) описывает двухфотонное параметрическое возмущение моды поля извне, а второй член − двухфотонное поглощение поля в среде. Здесь a, , a^+ – операторы уничтожения и рождения фотонов, соответственно, ρ – матрица плотности поля, γ – коэффициент двухфотонного поглощения. Гамильтониан возмущения H_p имеет следующий вид:

$$H_p=i\hbar\frac{\varepsilon}{2}\left(a^2-a^{+2}\right), \qquad (2)$$

(фаза возмущающего поля здесь опущена для простоты).

Квантовая динамика этой системы была исследована в работе [1]. Методом Рунге–Кутта численно решено уравнение матрицы плотности поля. Показано, что при эволюции из начального вакуумного и однофотонного Фоковского состояний системы поле локализуется в стационарном четном и нечетном суперпозиционном состояниях, соответственно [2,3]. Показано, что малая однофотонная диссипация разрушает суперпозиционные состояния на статистическую смесь двух когерентных компонент. Квантовая динамика этой системы в случае присутствия малой однофотонной диссипации методом численного моделирования квантовых траекторий системы [4] была исследована также в работе [5]. Было показано, что в области малых значений амплитуды состояния (малые значения числа фотонов) система больше времени проводит в четном суперпозиционном состоянии, чем в нечетном, что приводит к увеличению квантовой когерентности системы и образованию четного суперпозиционного состояния поля.

Целью настоящей работы является исследование динамики образования стационарного состояния поля в двухфотонно поглощающей среде в случае параметрического двухфотонного возмущения в зависимости от начального когерентного состояния системы.

Для исследования квантовых свойств оптической системы следует вычислить функции Вигнера состояния поля. Это можно сделать в полярных координатах $x = r\cos(\theta)$, $y = r\sin(\theta)$ с помощью следующей формулы [1]:

$$W(r,\theta) = \sum_{m,n} \rho_{mn} w_{mn}(r,\theta)\,, \tag{3}$$

где ρ_{mn} – элементы матрицы плотности поля в Фоковском базисе и

$$w_{mn}(r,\theta) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}(-1)^n \left(\dfrac{n!}{m!}\right)^{1/2} \exp(i(m-n)\theta)\exp(-2r^2)(2r)^{m-n} L_n^{m-n}(4r^2), & m \ge n, \\[2ex] \dfrac{2}{\pi}(-1)^m \left(\dfrac{m!}{n!}\right)^{1/2} \exp(i(m-n)\theta)\exp(-2r^2)(2r)^{n-m} L_m^{n-m}(4r^2), & m \le n. \end{cases} \tag{4}$$

В последнем выражении L_k^{β} – полиномы Лагерра.

С помощью метода “Монте-Карло волновая функция” [4] мы исследуем квантовые траектории оптической системы. Приведем алгоритм этого метода для вычисления одной квантовой траектории поля нашей оптической системы.

Для вычисления состояния поля в момент времени $t + \delta t$ вычисляется вероятность квантового скачка состояния поля в момент времени t:

$$\delta p = \gamma \delta t \langle \psi(t) | a^{+2} a^2 | \psi(t) \rangle, \tag{5}$$

где $|\psi(t)\rangle$ – состояние поля в момент времени t. После этого генерируется случайное число ξ, которое имеет равномерное распределение в интервале (0;1). В случае $\xi < \delta p$ в системе происходит квантовый скачок состояния поля и оно переходит в состояние

$$|\psi(t+\delta t)\rangle \sim a^2 |\psi(t)\rangle\,. \tag{6}$$

Новое состояние системы нормализуется. В случае $\xi > \delta p$ система развивается непрерывным образом:

$$|\psi(t+\delta t)\rangle \sim |\psi(t)\rangle + (i\hbar)^{-1} H_{eff}\,\delta t|\psi(t)\rangle\,, \qquad (7)$$

где

$$H_{eff} = H_p - i\hbar\frac{\gamma}{2} a^{+2} a^2 \qquad (8)$$

есть неэрмитовый гамильтониан непрерывной эволюции системы. После каждого шага непрерывной эволюции новое состояние системы нормализуется.

Матрица плотности поля вычисляется как математическое ожидание матриц траектории системы:

$$\rho(t) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{N}\sum_{(m)=1}^{N}\left|\psi(t)^{(m)}\right\rangle\left\langle\psi(t)^{(m)}\right|\right). \qquad (9)$$

2. Квантовая динамика системы

Все вычисления настоящего параграфа проведены для значений параметров системы $\varepsilon/\gamma = 5$.

На рис.1 представлена функция Вигнера состояния поля одной случайной квантовой траектории оптической системы в области больших времен взаимодействия $(\gamma t = 10)$ в случае эволюции из начального вакуумного состояния поля. Осцилляции функции Вигнера между двумя когерентными компонентами состояния показывают наличие интерференции между когерентными компонентами состояния поля. Поле находится в четном суперпозиционном состоянии [1]

$$|\alpha_0\rangle_e = \sqrt{N_e}\,(|\alpha_0\rangle + |-\alpha_0\rangle)\,, \qquad (10)$$

где N_e – нормировка состояния:

$$N_e^{-1} = 2(1+\exp(-2|\alpha_0|^2)\,, \qquad (11)$$

а $|\alpha_0\rangle, |-\alpha_0\rangle$ – когерентные состояния поля [6]:

$$|\alpha_0\rangle = \exp(-|\alpha_0|^2/2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle\,. \qquad (12)$$

Здесь $\alpha_0 = \sqrt{-\varepsilon/\gamma} = i\sqrt{5}$ [1].

В случае развития системы из начального вакуумного состояния поля в области больших времен эволюции во всех траекториях поле переходит в одно и то же четное суперпозиционное стационарное состояние. Стационарное состояние поля в траекториях оптической системы сильно зависит от амплитуды α начального когерентного состояния $|\alpha\rangle$. Во всех траекториях, независимо от начального состояния в области больших времен взаимодействия, поле локализуется только в когерентных компонентах $|\pm\alpha_0\rangle$ суперпозиционного состояния (10). В случае эквидистантности амплитуды на-

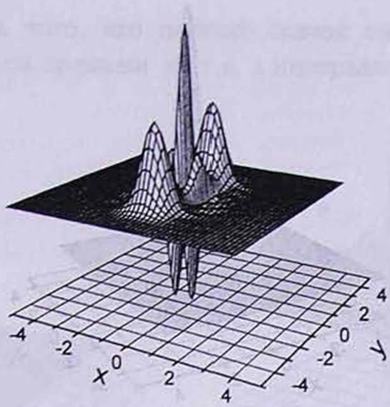

Рис.1. Функция Вигнера состояния поля одной квантовой траектории оптической системы в области больших времен взаимодействия $(\gamma t = 10)$ в случае эволюции из начального вакуумного состояния поля. $\varepsilon / \gamma = 5$.

чального когерентного состояния α от амплитуд $\pm\alpha_0$ суперпозиционного состояния (10) $(|\alpha-\alpha_0| = |\alpha+\alpha_0|)$ в области больших времен развития поле локализуется в двухкомпонентном состоянии с одинаковой вероятностью обнаружения системы в каждой компоненте состояния. На рис.2 представлена функция Вигнера стационарного состояния поля одной случайной квантовой траектории оптической системы в случае эволюции из начального когерентного состояния $|\alpha\rangle$ $(\alpha = 2)$. Поле с одинаковой вероятностью можно обнаружить в каждой компоненте состояния. В этом случае ансамбль траекторий системы не состоит из одного типа элементов. В разных траекториях системы интерференция между когерентными компонентами состояния поля может быть разной, что приводит к уменьшению квантовой когерентности системы. В рассмотренном случае $\alpha_0 = i|\alpha_0|$ условие эквидистантности удовлетворяется только, если $\mathrm{Im}\,\alpha = 0$ и при произвольном значении $\mathrm{Re}\,\alpha$, т.е. для любой точки действительной оси α.

Рис.2. Функция Вигнера состояния поля одной квантовой траектории оптической системы в области больших времен взаимодействия $(\gamma t = 10)$ в случае эволюции из начального когерентного состояния поля $|\alpha\rangle$, $\alpha = 2$. $\varepsilon / \gamma = 5$.

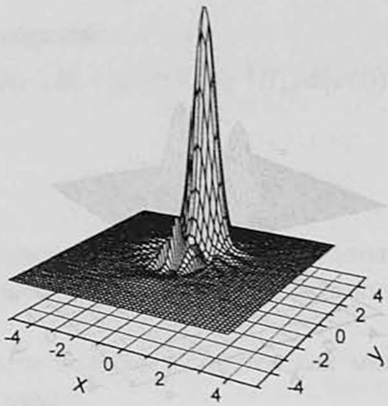

Рис.3. Функция Вигнера состояния поля одной квантовой траектории оптической системы в области больших времен взаимодействия ($\gamma t = 10$) в случае эволюции из начального когерентного состояния поля $|\alpha\rangle$, $\alpha = i2$, $\varepsilon / \gamma = 5$.

В случае близости амплитуды начального когерентного состояния поля к одной из амплитуд $\pm\alpha_0$ суперпозиционного состояния (10) в квантовых траекториях поле локализуется в однокомпонентном состоянии. На рис.3 представлена функция Вигнера стационарного состояния поля одной случайной квантовой траектории оптической системы в случае развития системы из начального когерентного состояния $|\alpha\rangle$ $(\alpha = i2)$. Поле локализовано в однокомпонентном состоянии с амплитудой состояния $\alpha_0 = i\sqrt{5}$.

На рис.4a,b представлены функции Вигнера стационарного состояния поля ($\gamma t = 10$) двух квантовых траекторий оптической системы в случае развития из начального когерентного состояния поля $|\alpha\rangle$, $\alpha = i0.5$. В этом случае стационарное состояние системы сильно зависит от времени первого двухфотонного квантового скачка состояния поля. Рис.4a представляет состояние поля в случае малого значения времени первого квантового скачка состояния поля ($\gamma t \approx 0.141$). Поле локализовано в стационарном однокомпонентном состоянии. На рис.4b показано состояние поля в случае большого значения времени первого квантового скачка состояния поля ($\gamma t \approx 0.746$). В этом случае поле локализовано в двухкомпонентном состоянии с почти одинаковой вероятностью обнаружения в каждой компоненте состояния. На рис.5 представлена плотность распределения (P) времени первого двухфотонного квантового скачка состояния поля в случае развития системы из начального когерентного состояния $|\alpha\rangle$, $\alpha = i0.5$. Величина $P(\gamma t)\delta(\gamma t)$ показывает вероятность того, что первый квантовый скачок состояния поля имел место в интервале времени $(\gamma t, \gamma(t + \delta t))$. Интеграл плотности распределения

$$F(\gamma t) = \int_0^{\gamma t} P(\gamma x) d(\gamma x) \tag{13}$$

показывает вероятность того, что первый скачок состояния системы имел место до данного момента времени γt, т.е. в интервале времени $(0, \gamma t)$.

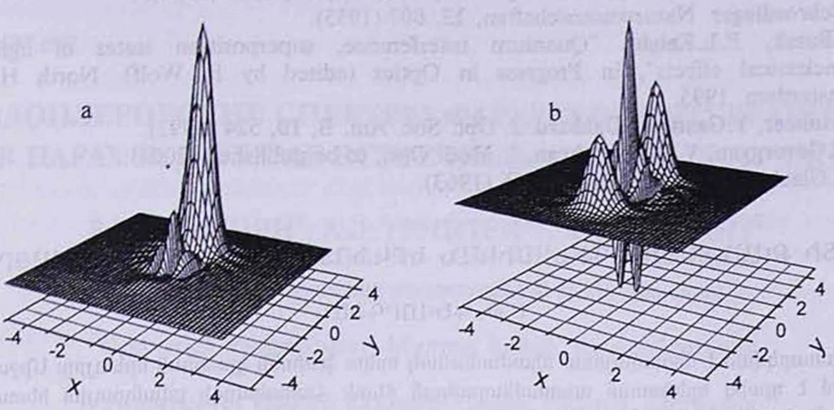

Рис.4. Функции Вигнера состояния поля двух квантовых траекторий оптической системы в области больших времен взаимодействия в случае эволюции из начального когерентного состояния поля $|\alpha\rangle$, $\alpha = i0.5$. На рис.4a представлено состояние поля в случае малого значения времени первого квантового скачка состояния поля $(\gamma t \approx 0.141)$, а на рис.4b – в случае большого значения времени первого квантового скачка состояния поля $(\gamma t \approx 0.746)$.

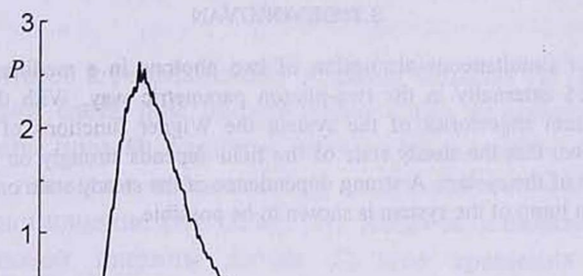

Рис.5. Плотность распределения времени первого двухфотонного квантового скачка состояния поля в случае эволюции из начального когерентного состояния поля $|\alpha\rangle$, $\alpha = i0.5$, $\varepsilon / \gamma = 5$. Функция вычислена с помощью 100 000 независимых траекторий оптической системы.

В случае, когда время образования квантового скачка в траекториях системы меньше наиболее вероятного времени первого скачка состояния поля (см. рис.5), в области больших времен развития поле локализуется в однокомпонентном стационарном состоянии (рис.4a). В противном случае поле локализуется в двухкомпонентном стационарном состоянии (рис.4b).

ЛИТЕРАТУРА

1. **L.Gilles, B.M.Garraway, P.L.Knight**. Phys. Rev. A, **49**, 2785 (1994).
2. **E.Schroedinger**. Naturwissenschaften, **23**, 807 (1935).
3. **V.Buzek, P.L.Knight**. "Quantum interference, superposition states of light and nonclassical effects", in Progress in Optics (edited by E. Wolf). North Holland, Amsterdam, 1995.
4. **K.Molmer, Y.Gastin, J.Dalibard**. J. Opt. Soc. Am. B, **10**, 524 (1992).
5. **S.T.Gevorgyan, V.O.Chaltykyan**. J. Mod. Opt., to be published (2004).
6. **R.J.Glauber**. Phys. Rev., **131**, 2766 (1963).

ԴԱՇՏԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ ԵՐԿՖՈՏՈՆ ԿԼԱՆՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ս.Թ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Դիտարկված է միջավայրում միաժամանակ երկու ֆոտոնի կլանման երևույթը: Միջավայրը գրգռվում է դրսից երկֆոտոն պարամետրական ձևով: Համակարգի քվանտային հետագծերի թվային մոդելավորման օգնությամբ հաշվարկված են դաշտի վիճակի Վիգների ֆունկցիաները: Ցույց է տրված, որ դաշտի ստացիոնար վիճակը ուժեղ կախված է համակարգի սկզբնական կոհերենտ վիճակի ամպլիտուդից: Ցույց է տրված նաև, որ հնարավոր է համակարգի ստացիոնար վիճակի ուժեղ կախվածությունը դաշտի առաջին երկֆոտոնային քվանտային թռիչքի ժամանակից:

QUANTUM DYNAMICS OF THE FIELD IN TWO-PHOTON ABSORBING MEDIUM

S.T. GEVORGYAN

The process of simultaneous absorption of two photons in a medium is considered. The medium is perturbed externally in the two-photon parametric way. With the use of numerical simulation of quantum trajectories of the system the Wigner functions of the field states are calculated. It is shown that the steady state of the field depends strongly on the amplitude of the initial coherent state of the system. A strong dependence of the steady state on the time of the first two-photon quantum jump of the system is shown to be possible.