

УДК 535.14

ДРОБНОЕ ДОПЛЕР-ВОЗРОЖДЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ НАСЕЛЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УРОВНЯ АТОМА

Г.А. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 13 сентября 2004 г.)

Получены приближенные аналитические формулы, которые с высокой точностью описывают дробные возрождения эволюции во внутреннем состоянии атома после ее глубокого коллапса, обусловленные эффектом Доплера при дискретном импульсном распределении центра тяжести атома. Огибающая импульсного распределения выбрана в виде двух смещенных гауссианов.

1. Введение

Двухуровневая квантовая система, которая взаимодействует с гармоническим возмущением, является одной из основных систем в квантовой механике [1]. Успех в области лазерного охлаждения и атомной оптики призывает сконцентрировать внимание на менее исследованную сторону этой проблемы – на динамику поступательного состояния атомных волновых пакетов.

В [2] была рассмотрена внутренняя эволюция двухуровневого атома в классическом поле плоской монохроматической волны, если центр тяжести атома предварительно имеет дискретный и равноудаленный спектр импульсов. Для населенности возбужденного энергетического уровня $|2\rangle$ было получено общее выражение

$$n_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n|^2 \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \Delta_n^2} \sin^2 \left(\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta_n^2} (t/2) \right). \quad (1)$$

Здесь Ω_0 есть частота Раби, $\Delta_n \equiv \Delta_0 + n\delta$ – обобщенная резонансная расстройка, содержащая нулевую расстройку Δ_0 и доплеровское смещение $\delta \equiv 2\hbar k v_s / M$, $2\hbar k v_s$ – расстояние между соседними импульсами, k – волновой вектор волны, M – масса атома. Населенность уровня $|1\rangle$ дополнительна к (1): $n_1(t) + n_2(t) = 1$.

С помощью численных расчетов было показано, что в отличие от известных для неподвижного или движущегося с определенным импульсом гармонических осцилляций Раби, населенность (1) выявляет сложный вид

биений, которые в пределе больших интенсивностей переходят в последовательность коллапсов и возрождений. Такое поведение квантовой эволюции системы вследствие других причин (например, из-за бозонного характера частиц или из-за ангармоничности притягивающего потенциала) хорошо известно и наблюдается экспериментально [3].

Коллапс, то есть затухание временных изменений в системе при наличии внешнего периодического возмущения, происходит за время t_c , когда слагаемые в (1) становятся декоррелированными в области частот, имеющих существенный вклад (т.е. относительно большие амплитуды осцилляций $|a_n|^2$). Обозначая эффективное число импульсов в распределении с максимумом в n_0 через $\bar{n}$, для времени t_c можно приближенно написать $[\Omega(\bar{n} + n_0) - \Omega(n_0)] t_c \sim \pi$. Для высоких интенсивностей, если оптический контур покрывает и нулевую расстройку Δ_0 , и уширение $\bar{n}\delta$:

$$\Omega_0 \gg |\Delta_0|, \bar{n}\delta, \quad (2)$$

получаем

$$t_c \sim \frac{\pi \Omega_0}{\bar{n}\delta(|\Delta_{n_0}| + \bar{n}\delta/2)}.$$

Это время возрастает вместе с интенсивностью волны, потому что возрастающее Ω_0 сужает промежуток между соседними Раби частотами и, соответственно, между центральным и краевыми частотами. Расстройка резонанса, наоборот, увеличивает упомянутый частотный промежуток и потому уменьшает время коллапса.

Временная эволюция возрождается в момент времени, когда гармонические осцилляции в (1) происходят синфазно, т.е. когда разность фаз между соседними членами в (1) становится кратной 2π . Время первого возрождения t_R может быть оценено как промежуток времени, в течение которого соседние осцилляции с $n = n_0$ и $n = n_0 + 1$ вблизи максимума распределения получают разность фаз 2π , то есть когда $(\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta_{n_0+1}^2} - \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta_{n_0}^2}) t_R = 2\pi$. Вместе с неравенством (2) это приводит к

$$t_R \approx \frac{\pi \Omega_0}{(|\Delta_{n_0}| + \delta/2)\delta/2} \sim 2\bar{n} t_c \gg t_c. \quad (3)$$

Как можно было ожидать, t_R примерно в $2\bar{n}$ раза больше, чем t_c , и имеет похожую с ним зависимость от напряженности волны и расстройки резонанса. Отметим, что наличие осцилляций с разными частотами в (1) обусловлено эффектом Доплера, сопоставляющим разным импульсным состояниям атома разные частоты поля и, соответственно, разные расстройки резонанса и частоты Раби. Поэтому это явление вкратце будет названо Доплер-возрождением.

2. Дробное возрождение динамики населенности уровня

В работах [4] было показано, что между полными возрождениями при $t = t_R, 2t_R, 3t_R, \dots$ могут существовать так называемые дробные возрождения, т.е. возрождения с меньшими амплитудами временных изменений. В настоящей работе будет показано, что такой характер эволюции в области больших интенсивностей поля (см, условие (2)) присущ и рассматриваемому механизму временной эволюции населенностей уровней, основанному на эффекте Доплера, и будут получены аналитические выражения для таких возрождений. С этой целью определим $|a_n|^2$ в формуле (1) как сумму двух гауссианов с центрами в $n = \pm n_0$ и шириной $\bar{n}$:

$$|a_n|^2 = N \left\{ \exp \left[- (n - n_0)^2 / \bar{n}^2 \right] + \exp \left[- (n + n_0)^2 / \bar{n}^2 \right] \right\}, \quad (4)$$

где N – коэффициент нормировки. Предположим, что интенсивность волны настолько высока, что $\Omega(0)^2 = \Omega_0^2 + \Delta_0^2 \gg 2n\delta|\Delta_0 + n\delta/2|$, $n \leq n_0 + \bar{n}$. Это несколько другая форма записи (2). Теперь мы можем считать знаменатель в (1) почти постоянным и разложить квадратный корень в окрестности $n = 0$, сохраняя члены до n^3 ($t < \pi \Omega(0)^3 / \delta^4 (n_0 + \bar{n})^4$). Тогда населенность будет иметь вид

$$n_2(t) = \frac{\Omega_0^2}{2\Omega(0)^2} \left[1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n|^2 \cos \left(\Omega(0)t + \frac{2\pi\sigma t}{T_1} n + \frac{2\pi}{T_2} n^2 - \frac{2\pi\sigma t}{T_3} n^3 \right) \right]. \quad (5)$$

Характерные времена T_1, T_2 и T_3 определяются с помощью выражений

$$\frac{2\pi}{T_1} = \frac{\delta|\Delta_0|}{\Omega(0)}, \quad \frac{2\pi}{T_2} = \frac{\delta^2 \Omega_0^2}{2\Omega(0)^3}, \quad \frac{2\pi}{T_3} = \frac{\delta^3 |\Delta_0| \Omega_0^2}{2\Omega(0)^5}, \quad (6)$$

а σ – знак Δ_0 . Заметим, что T_2 практически определяется интенсивностью волны Ω_0^2 , тогда как T_1 и T_3 определяются еще и расстройкой резонанса Δ_0 . Вследствие этого условия $T_1, T_2 \ll T_3$ хорошо удовлетворяются, но T_1 может быть и больше, и меньше T_2 . Замечая также, что $\Omega(0) \approx \Omega_0$, из определений можно увидеть, что первый из этих случаев соответствует условию $|\Delta_0| > \delta/2$, тогда как второй – обратному условию $|\Delta_0| < \delta/2$.

А. Большие расстройки резонанса ($|\Delta_0| > \delta/2$). Так как $1/T_3 \ll 1/T_2$, то время возрождения совпадает с характерным временем T_2 . Цепочки дробных возрождений формируются, когда у определенной части осцилляций разность фаз равняется 2π , тогда как другие осцилляции подавляют друг друга. Такие условия встречаются около временных моментов, равных $(q/r)T_2$, где q и r – взаимно несокращающиеся целые числа. Для таких дробных возрождений уравнение (9) будет иметь вид (схему детальных вычислений см. в [4])

$$n_2(t) = \frac{\Omega_0^2}{2\Omega(0)^2} \left\{ 1 - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\operatorname{Re}(W_m^{(r)} I_m^{(r)}(\Delta t)) \cdot \cos \Omega(0)t - \operatorname{Im}(W_m^{(r)} I_m^{(r)}(\Delta t)) \cdot \sin \Omega(0)t \right] \right\}, \quad (7)$$

где
$$W_m^{(r)} = \frac{1}{r} \sum_{p=0}^{r-1} \exp \left[i 2 \pi \left(p \frac{m}{r} + p^2 \frac{q}{r} \right) \right] \quad (8)$$

есть фактор, не зависящий от распределения импульсов,

$$I_m^{(r)}(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} dx |a(x)|^2 \exp \left\{ i 2 \pi \left[\left(\frac{\Delta t}{T_1} - \frac{m}{r} \right) x + \left(\varepsilon_{q/r} + \frac{\Delta t}{T_1} \right) \frac{T_1}{T_2} x^2 - \left(l + \frac{\Delta t}{T_1} \right) \frac{T_1}{T_3} x^3 \right] \right\}, \quad (9)$$

а начало отсчета времени перемещено в область дробного возрождения с помощью соотношения [4]

$$t = l T_1 + \Delta t = \frac{q}{r} T_2 + \varepsilon_{q/r} T_1 + \Delta t, \quad (10)$$

где l — целая часть t/T_1 , а $\varepsilon_{q/r} \leq 0.5$. Преимущество представления (7) состоит в том, что каждый $I_m^{(r)}(\Delta t)$ имеет колоколообразную форму и во времени четко отделено от своих соседей с номерами $m \pm 1$. Поэтому $I_m^{(r)}(\Delta t)$ представляет дробное возрождение, или точнее, его огибающую.

На рис. 1 представлены три соседних дробных возрождения, вычисленные в этом приближении (а), и для сравнения, с помощью формулы (1)(б), соответственно, при $\Omega(0)/\delta = 130$, $\Delta_0/\delta = 64$. Отметим, что приближение (5) тем точнее, чем больше отношение $\Omega_0/(n_0 + \bar{n})$.

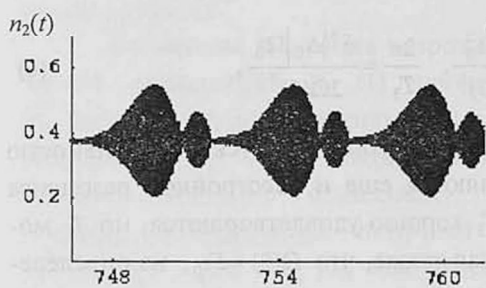


Рис. 1а.

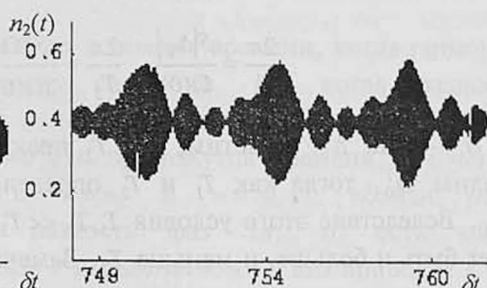


Рис. 1б.

В. Малые расстройки резонанса. Если $|\Delta_0| < \delta/2$, то кубический член $2\pi t n^3/T_3$ в (5) становится очень малым и может быть игнорирован. Действительно, подставляя выражение для T_3 и вводя время возрождения $t_R \approx T_2$, можно написать

$$\frac{2\pi |n|^3}{T_3} = \frac{\delta^3 |\Delta_0| \Omega_0^2 |n|^3 t}{2\Omega(0)^5} = \frac{\delta |\Delta_0| |n|^3}{\Omega(0)^2} \frac{t}{t_R} \leq \frac{\delta^2 |n|^3}{2\Omega(0)^2} \frac{t}{t_R}. \quad (11)$$

Полагая, что $\Omega(0)$ намного больше, чем не только δn (см. после уравнения (8)), но и $\delta n^{3/2}$, приходим к отмеченной игнорируемости вплоть до времени

полного возрождения ($t \leq t_R$). Тогда, после элементарных вычислений, огибающая функция принимает простой вид

$$I_m^{(r)}(t) = \frac{\exp(-\eta^2)}{2\sqrt[4]{1 + (\Delta t / \tau)^2}} \exp\left[\frac{(\eta^2 - L_m^2(\Delta t))}{1 - i\Delta t / \tau}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{2\eta L_m(\Delta t)}{(\Delta t / \tau) - i}\right] + \exp[n_0 \rightarrow -n_0] \right\}. \quad (12)$$

Здесь начало отсчета времени смещено согласно соотношению $t = (q/r)T_2 + \Delta t$ и введены следующие обозначения: $\eta = n_0 / \bar{n}$, $\tau = T_2 / 2\pi \bar{n}^2$ и $L_m(\Delta t) = \pi \bar{n}(\sigma \Delta t / T_1 + \sigma q T_2 / r T_1 - m / r)$.

Может быть интересен также подход, когда формула суммирования Пуассона [4], которая применялась при выводе (7), используется без явного разделения временных интервалов дробных возрождений и не зависящего от распределения фактора (8). Это дает возможность проследивать эволюцию сигнала на протяжении долгого периода, до полного подавления осцилляций. Однако это приближение более грубое и имеет скорее качественную, чем количественную значимость. Этот подход приводит к соотношению

$$n_2(t) = \frac{\Omega_0^2}{2\Omega(0)^2} \left\{ 1 - \frac{\exp(-\eta^2)}{\sqrt[4]{1 + (t/\tau)^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{Re} \left[\exp\left(\frac{\eta^2 - L_m^2(t)}{1 - it/\tau}\right) \cosh\left(\frac{2\eta L_m(t)}{(t/\tau) - i}\right) \exp i(\Omega t + \varphi(t)) \right] \right\}, \quad (13)$$

где $L_m(t) = \pi \bar{n}(\sigma t / T_1 - m)$ и $\varphi(t)$ — несущественный, медленно меняющийся фазовый член. Рассмотрим вопрос о временном разделении разных m -членов в (13). Основная экспонента по модулю имеет вид

$$\exp\left[-n_0^2 \bar{n}^2 (2\pi / T_2 - \pi m / n_0)^2 / \left(1 + (2\pi \bar{n}^2 t / T_2)^2\right)\right], \quad (14)$$

где для простоты мы выбрали $\Delta_0 = 0$ ($1/T_1 = 0$). Выражение (14) — асимметричная колоколообразная функция времени с максимумом ($=1$) при

$$t_m = (m / 2n_0) T_2 \quad (15)$$

и линейно возрастающей полушириной

$$\tau_m \approx (\bar{n} / n_0) t_m = m(\bar{n} / 2n_0^2) T_2. \quad (16)$$

Это означает, что соседние члены могут быть рассмотрены как разделенные ($t_{m+1} - t_m > 2\tau_m$), если

$$2m(\bar{n} / n_0 < 1). \quad (17)$$

Таким образом, представление (13) имеет ценность, если полуширина n_0 между двумя максимумами импульсного распределения намного больше их собственной ширины $\bar{n}$. Заметим, что уравнения (15) и (16) показывают важную закономерность для продолжительности отдельных дробных возрождений и интервала между ними: они оба, аналогично полному возрождению, линейно возрастают с возрастанием интенсивности волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.Allen and J.H.Eberly. Optical Resonance and Two-Level Atoms. New York, Wiley, 1975.
2. А.Ж.Мурадян, Г.А.Мурадян, В.А.Погосян. Сборник трудов конференции Лазерная физика-2002, Ашгатак, Армения, с.36-39.
3. G.Rempe, H.Walter, and N.Klein. Phys. Rev. Lett., **58**, 353 (1987); M.Brune, F.Schmigtkaler, A.Maali, J.Dreyer, E.Haglet, J.M.Raimond, and S.Haroche. Phys. Rev. Lett., **76**, 1800 (1996).
4. C.Leichtle, I.Sh.Averbukh, and W.P.Schleich. Phys. Rev. Lett., **77**, 3999 (1996); Phys. Rev. A, **54**, 5299 (1996).

ԱՏՈՍԻ ԷՆԵՐԳԻԱԿԱՆ ՍԱԿԱՐԴԱԿԻ ԲՆԱԿԵՑՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԷՎՈԼՅՈՒՑԻԱՅԻ ԴՈՊԼԵՐՅԱՆ-ԿՈՏՈՐԱԿԱՅԻՆ ՎԵՐԱԾՆՈՒՄԸ

Գ.Ա. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ստացված են մոտավոր անալիտիկ բանաձևեր, որոնք մեծ ճշտությամբ նկարագրում են ծանրության կենտրոնի դիսկրետ հավասարահեռ իմպուլսներով օժտված ատոմի ներքին դինամիկայում խորը կոլապսին հաջորդող կոտորակային վերածնունդները: Իմպուլսային բաշխման պարուրիչն ընտրված է վերածածկվող երկու զառայանների տեսքով: Ի հայտ է բերված, մասնավորապես, որ վերածնունդների տևողություններն աճում են դաշտի ինտենսիվության աճին և ռեզոնանսային ապալարքի նվազմանը զուգընթաց:

DOPPLER-FRACTIONAL REVIVAL OF EVOLUTION OF ATOMIC ENERGY LEVEL POPULATION

G.A. MURADYAN

High precision analytical expressions are obtained for the fractional revivals induced by the Doppler effect in the internal dynamics of an atom with a discrete and equidistant momentum distribution. The envelope function of distribution is chosen in the form of two overlapping Gaussians. It is shown that the revival duration grows with the field intensity increase and resonance detuning decrease.