

УДК 539.951

ВЛИЯНИЕ СИЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭКРАНИРОВКУ НЕПОДВИЖНОГО ЗАРЯДА В ПЛАЗМЕ

Э.А. АКОПЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН

Институт радиопизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 20 июля 2003 г.)

Рассмотрен потенциал неподвижной заряженной частицы в максвелловской плазме при наличии однородного переменного электрического поля. Получено аналитическое выражение усредненного по периоду внешнего поля потенциала на прямой, проходящей через точку нахождения частицы параллельно вектору напряженности внешнего поля. Выражение получено без наложения ограничений на величину внешнего поля. Показано, что усредненный потенциал сильно зависит от расстояния на расстояниях порядка радиуса осцилляций электронов плазмы.

Вопросы, связанные с взаимодействием заряженных частиц с внешними электромагнитными полями в среде (в частности, в плазме) остаются в ряду актуальных проблем современной физики (см., например, [1-3]), поскольку связаны с такими важнейшими проблемами, как построение последовательной кинетической теории, конструирование принципиально новых (более компактных при том же темпе ускорения) ускорителей заряженных частиц, осуществление ионного термоядерного синтеза и т.п. В настоящей работе исследуется потенциал φ неподвижного "пробного" заряда величиной q в плазме при наличии внешнего однородного электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta)$.

Плазму и потенциал φ в плазме будем описывать системой самосогласованных уравнений Максвелла-Власова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ -\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = 0, \\ -\Delta \varphi = 4\pi \left\{ q\delta(\mathbf{r}) + \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где суммирование идет по всем α сортам частиц плазмы; $e_\alpha, m_\alpha, f_\alpha$ – заряд, масса и функция распределения частиц сорта α , соответственно.

Основным состоянием плазмы, как и в работе [4], будем считать состояние плазмы, находящейся во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}$. В линейном по полю пробной частицы приближении система уравнений (1) имеет

следующий вид:

$$f_{\alpha} = F_{\alpha} + \delta f_{\alpha},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ \frac{\partial \delta f_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \delta f_{\alpha}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial \delta f_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ -\Delta \varphi &= 4\pi \left\{ q\delta(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \delta f_{\alpha} d\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $F_{\alpha} = F_{\alpha}[\mathbf{v} + \mathbf{v}_{\alpha} \cos(\omega_0 t + \beta)]$ – функция распределения основного состояния частиц плазмы сорта α , δf_{α} – возмущения соответствующих функций основного состояния, $\mathbf{v}_{\alpha} = e_{\alpha} \mathbf{E} / m_{\alpha} \omega_0$.

В дальнейшем мы будем рассматривать случай плазмы, состоящей из электронов и положительно заряженных ионов одного сорта, считая последние неподвижным фоном, обеспечивающим электронейтральность плазмы. Применяя к системе уравнений (2) метод фурье-преобразований (более детальное применение этого метода изложено, напр., в [4]) найдем для фурье-образа потенциала и потенциала, усредненного по периоду внешнего поля $\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle$, следующие выражения:

$$\varphi(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{k})} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mathbf{k} \mathbf{r}_E) e^{-in\beta} \delta(\omega - n\omega_0), \quad (3)$$

$$\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k} \mathbf{r}_E) e^{-i\mathbf{k} \mathbf{r}} \frac{1}{\varepsilon(n\omega_0, \mathbf{k})}, \quad (4)$$

где $\mathbf{r}_E = e\mathbf{E}_0 / m\omega_0^2$, $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, $J_n(x)$ – функция Бесселя порядка n , $\mathbf{r}$ – координата точки наблюдения.

В плазме с максвелловским распределением продольная диэлектрическая проницаемость описывается хорошо известным выражением (см., напр., [5])

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{1 - J_+ \left(\frac{\omega}{k v_{Te}} \right)}{k^2 r_{De}^2}, \quad (5)$$

$$J_+(x) = x e^{\frac{x^2}{2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (6)$$

где v_{Te} и r_{De} – тепловая скорость и дебаевский радиус электронов плазмы, соответственно.

С учетом (5) и (6) запишем величину среднего потенциала в следу-

ющем виде:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k}z_E) \cos(\mathbf{k}z) \frac{-1 + J_+ \left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \right)}{k^2 + 1 - J_+ \left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \right)} + \frac{q}{r_{De}|\mathbf{z}|}, \quad (7)$$

где $\mathbf{z}_E = \mathbf{r}_E / r_{De}$, $\mathbf{z} = \mathbf{r} / r_{De}$, $\omega_{Le} = v_{Te} / r_{De}$ — ленгмюровская частота электронов плазмы.

Вычислим величину потенциала на прямой, проходящей через точку нахождения пробного заряда параллельно вектору $\mathbf{E}_0$.

Запишем выражение (7) в цилиндрической системе координат с началом координат в указанной точке $\{z\}$, направленной вдоль вектора $\mathbf{E}_0$:

$$\begin{aligned} \langle \varphi \rangle = & \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_0^{\infty} k_{\perp} dk_{\perp} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{k_z^2 + k_{\perp}^2} J_n^2(k_z z_E) \cos(k_z z) \times \\ & \times \frac{-1 + J_+ \left(\frac{n\omega_0}{\omega_{Le} \sqrt{k_z^2 + k_{\perp}^2}} \right)}{(k_{\perp}^2 + k_z^2) + 1 - J_+ \left(\frac{n\omega_0}{\omega_{Le} \sqrt{k_z^2 + k_{\perp}^2}} \right)} + \frac{q}{z r_{De}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $z_E = |\mathbf{z}_E|$, $z = |\mathbf{z}|$.

Как показывают численные расчеты [6], функция $J_+(x)$ с достаточно хорошей точностью описывается своим асимптотическим выражением $J_+(x) = 1 + 1/x^2$ уже при значении аргумента $x \geq 3,3$. В дальнейшем мы будем считать, что выполняется условие $\omega_0 / 3,3\omega_{Le} > 1$.

Вместе с тем использование асимптоты функции $J_+(x)$ вместо точного ее выражения приводит к необходимости введения обрезającego по переменной $k_{\perp}$ параметра, который определяется следующими условиями:

$$\frac{n\omega_0}{\omega_{Le} \sqrt{k_z^2 + k_{\perp}^2}} \geq 3,3, \quad \text{т.е.} \quad \sqrt{k_z^2 + k_{\perp}^2} \leq \frac{n\omega_0}{3,3\omega_{Le}},$$

так что во всяком случае $k_{\perp} \leq \omega_0 / 3,3\omega_{Le} > 1$.

Просуммировав ряд, получающийся при этом в формуле (8), можно получить потенциал $\langle \varphi \rangle$ на расстояниях, больших радиуса осцилляций электронов под действием внешнего поля, а именно, на дистанциях, удовлетворяющих неравенству $z > 2z_E$. Как показывают соответствующие оценки, суммарный вклад высших гармоник в величину потенциала, при сделанных выше предположениях, по порядку величины не превышает $\omega_{Le}^2 / \omega_0^2$. Пренебрегая указанным вкладом, получим следующее выражение:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{q}{z r_{De}} - \frac{q}{r_{De}} \int_0^1 e^{-zx} I_0^2(z_E x) dx. \quad (9)$$

В случае слабых полей (а именно, $z_E < 1$) из выражения (9) следует $\langle \varphi \rangle \sim z_E^2 / z^3$, что совпадает с асимптотикой усредненного потенциала на больших от частицы расстояниях в слабых полях, полученной в работе [7].

На рис.1 приведены графики зависимости потенциала $\langle \varphi \rangle$ от переменной z , с использованием формулы (9). Примечательной является сильная зависимость производной по z потенциала $\langle \varphi \rangle$ в окрестности точки $z = 2z_E$, что позволяет предполагать наличие сильных электрических полей на расстояниях порядка радиуса осцилляций электронов плазмы, являющегося для последних "точкой поворота".

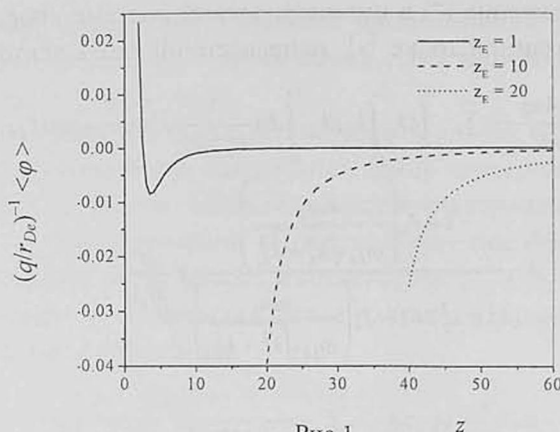


Рис.1.

В случае сильных полей ($z_E > 1$) величину усредненного потенциала можно выразить через хорошо известные специальные функции:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{q}{zr_{De}} - \frac{q}{r_{De}} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{4}{z} K \left(\frac{2z_E}{z} \right) + E_i(2z_E - z) \right\}, \quad (10)$$

где $K(a)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $E_i(a)$ – интегральная показательная функция.

В заключение отметим, что приближение однородного поля справедливо, если длина волны внешнего поля больше размеров характерных неоднородностей плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Q.Spreiter, C.Toepffer. J. Phys. B., At. Mol. Opt. Phys., **33**, 2347 (2000).
2. Yuan-Hong Song, You-Nian Weng, Z.L.Miskovic. Phys. Lett. A, **285**, 183 (2001).
3. Г.Б.Нерсисян, Д.М.Седракян, Г.Г.Матевосян. Астрофизика, **45**, 69 (2002).
4. Ю.М.Алиев, Л.М.Горбунов, Р.Р.Рамазашвили. ЖЭТФ, **61**, 1477 (1971).
5. В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.
6. Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян, Р.А.Геворкян, А.В.Оганесян. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 11 (2002).
7. Г.Г.Матевосян. Краткие сообщения по физике (ФИАН), **12**, 9 (1979).

ԱՐՏԱՔԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՈՒԺԵՂ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ
ԱՆՇԱՐԺ ԼԻՑԻԵ ԷԿՐԱՆԱՎՈՐՄԱՆ ՎՐԱ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԿՅԱՆ

Դիտարկված է արտաքին համասեռ փոփոխական էլեկտրական դաշտում լիցքավորված անշարժ մասնիկի պոտենցիալը մաքավելյան պլազմայում: Արտաքին դաշտի լարվածության վեկտորին զուգահեռ, լիցքի գտնվելու կետով անցնող ուղղի վրա ստացված է արտաքին դաշտի պարբերությամբ միջինացված պոտենցիալի անալիտիկ արտահայտությունը: Վերջինս ստացված է առանց արտաքին դաշտի մեծության սահմանափակումների: Ցույց է տրված միջինացված պոտենցիալի խիստ կախվածությունը պլազմայի էլեկտրոնների օսցիլյացիաների շառավղի կարգի հեռավորություններից:

INFLUENCE OF STRONG ELECTRIC FIELD
ON THE SHIELDING OF IMMOVABLE CHARGE IN PLASMA

E.A. ACOPYAN, R.A. GEVORKYAN

The electric field potential of an immovable charged particle inside a Maxwellian plasma placed in a homogeneous a.c. electric field is considered. An analytic expression for the potential averaged over the a.c. period, along the line including the charge and direction of the external field is obtained. This expression is valid for arbitrary external field intensities. A strong dependence of the averaged potential on the distance is shown to occur at distances of the order of the electronic oscillation radius in plasma.