

УДК 532.14

ИНДУЦИРОВАННЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЖК

Л.С. АСЛАНЯН, В.Б. ПАХАЛОВ

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 26 мая 2003 г.)

Теоретически исследовано поведение молекул НЖК во внешнем стохастическом электрическом поле. Рассмотрение проведено для случая чистой Т-деформации, так как при этом полностью отсутствуют гидродинамические движения. Показано, что при наличии стохастической компоненты в изменении электрического поля порог перехода Фредерикса уменьшается. Показана также возможность наблюдения перехода Фредерикса в шумовом электрическом поле.

1. Исследованию индуцированных шумом фазовых переходов в простых системах посвящено много работ. В [1] рассмотрены индуцированные шумом фазовые переходы в физическом маятнике со случайно-колеблющейся осью подвеса. В частности, показано что такие переходы приводят к возникновению более упорядоченного состояния системы, а именно, наличие источников шума в нелинейных динамических системах может индуцировать принципиально новые режимы функционирования, которые не могут быть реализованы в отсутствие шума, например, индуцированные шумом незатухающие колебания.

В работе [2] показано, что простой одномерный гармонический осциллятор в нерелятивистском случае также может быть хаотическим, если возбуждается внешней силой, которая изменяется как в пространстве, так и во времени. О конструктивной роли шума в динамических системах более подробно см., например, в [3-5].

Одной из простых систем, динамические свойства которой хорошо исследованы, являются нематические жидкие кристаллы [6,7]. Основой большинства специфических динамических эффектов в НЖК является переориентация директора оси преимущественной направленности молекул НЖК макроскопического объема вещества под действием различных внешних воздействий (так называемый переход Фредерикса [8]). Построению систематической теории динамики перехода Фредерикса в осциллирующем внешнем магнитном поле посвящены работы [9,10]. Такое рассмотрение позволяет провести подробный анализ регулярного поведения директора НЖК

во внешнем осциллирующем поле и осуществить плавный переход от статических к высокочастотным полям. Целью настоящей работы является исследование поведения молекул НЖК во внешнем стохастическом электрическом поле. Рассмотрение проведено для случая чистой Т-деформации, так как при этом полностью отсутствуют гидродинамические движения.

2. Рассмотрим переход Фредерикса для геометрии, соответствующей чистой Т-деформации. Пусть имеем планарно-ориентированную ячейку НЖК (см. рис.1). Молекулы ЖК ориентированы по оси y , тогда как электрическое поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка (ось x). Тогда для случая чистой Т-деформации и внешних полей, не слишком сильно превышающих пороговые, можно написать следующее уравнение движения для угла Φ между осью y и директором после переориентации [11,12]:

$$\gamma_1 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon_a}{4\pi} E^2 \left(\Phi - \frac{2}{3} \Phi^3 \right), \quad (1)$$

где $\Phi(z=0,t) = \Phi(z=d,t) = 0$ (жесткие граничные условия). Здесь γ_1 – коэффициент вращательной вязкости, ε_a – анизотропия тензора диэлектрической проницаемости, а K_2 – упругая константа Франка, соответствующая деформации кручения. С учетом малости возмущения вблизи точки фазового перехода, решение (1) можно представить в следующем виде:

$$\Phi(z,t) = \vartheta(t) \sin \frac{\pi z}{d}, \quad (2)$$

где $\vartheta(t)$ – максимальное отклонение директора в центре слоя толщины d . Подставляя (2) в (1), находим

$$\frac{d\vartheta}{dT} = -\vartheta + \frac{E^2}{E_c^2} (\vartheta - 0.5\vartheta^3), \quad (3)$$

где для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$T = t/\tau_0, \quad \tau_0 = \gamma_1 d^2 / \pi^2 K_2, \quad E_c^2 = 4\pi^3 K_2 / \varepsilon_a d^2.$$

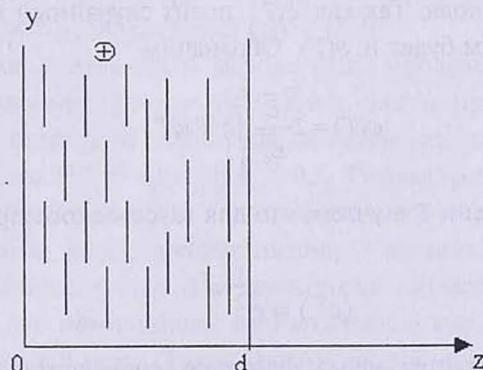


Рис.1. Геометрия задачи. Крестиком указано направление приложенного электрического поля.

Отметим, что τ_0 – время релаксации молекул НЖК при мгновенном выключении электрического поля, а E_c – критическое значение статического поля, выше которого возникает ориентационная деформация.

Рассмотрим аналитическое решение уравнения (3) для начальной стадии процесса нарастания (малые t), когда модуляция электрического поля имеет нерегулярный характер. Представим электрическое поле в следующем виде:

$$E(t) = \bar{E} + \xi(t). \quad (4)$$

Здесь $\bar{E}$ – постоянная составляющая действующего поля, а $\xi(t)$ – флуктуационная компонента $E(t)$. Мы рассмотрим случай, когда $\xi(t)$ не имеет регулярной составляющей:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

($\langle \circ \circ \circ \rangle$) – усреднение по времени).

Предположим также, что $E(t)$ – гауссовский стационарный процесс с корреляционной функцией

$$\langle \xi \xi_\tau \rangle = B(\tau),$$

а спектр осцилляций состоит из дискретной линии и непрерывного спектра $G(\omega)$. Отбрасывая в (3) для малых t слагаемое $\mathcal{G}$ и учитывая (4), имеем

$$\frac{d\mathcal{G}}{dT} = -\left(1 - \frac{\bar{E}^2}{E_c^2} - 2 \frac{\bar{E} \xi(T)}{E_c^2}\right) \mathcal{G}. \quad (5)$$

Здесь мы учли малость шума ($\xi(T) \ll \bar{E}$). Решение уравнения (5) имеет следующий вид:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 \exp\left\{-\left(1 - \frac{\bar{E}^2}{E_c^2}\right)T + 2 \frac{\bar{E}}{E_c^2} \int_0^T \xi(T) dT\right\}, \quad (6)$$

где $\mathcal{G}_0^2$ – среднеквадратичная флуктуация в ориентации движения директора в момент включения поля. Так как $\xi(T)$ носит случайный характер, то, соответственно, случайным будет и $\mathcal{G}(T)$. Обозначим

$$\varphi(T) = 2 \frac{\bar{E}}{E_c^2} \int_0^T \xi(T) dT. \quad (7)$$

Усредним (6) по времени T и учтем, что для гауссовского процесса [13]

$$\langle e^\varphi \rangle = e^{\frac{1}{2} \langle \varphi^2 \rangle}.$$

Величина $\langle \varphi^2 \rangle$ выражается через функцию корреляции $B(\tau)$ флуктуаций $\xi(T)$ амплитуды поля:

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2 \frac{\bar{E}}{E_c^2} \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 B(t_1 - t_2) = 4 \frac{\bar{E}}{E_c^2} \int_0^T (t - \tau) B(\tau) d\tau.$$

Если сплошной спектр имеет лоренцевскую форму [13]

$$G(\omega) = \frac{\sigma^2 D / \pi}{(\omega - \omega_0)^2 + D^2},$$

то $B(\tau) = \sigma^2 e^{-D\tau}$ и

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{4\sigma^2 \bar{E}^2}{D^2 E_c^4} (DT - 1 + e^{-DT}).$$

Тогда окончательно получаем

$$\bar{g} = g_0 e^{-(1 - \frac{\bar{E}^2}{E_c^2})T} \exp\left\{ \frac{4\sigma^2 \bar{E}^2}{D^2 E_c^4} (DT - 1 + e^{-DT}) \right\}. \quad (8)$$

В предельном случае, когда $DT \gg 1$, имеем

$$\bar{g} = g_0 \exp\left\{ -\left[1 - \frac{\bar{E}^2}{E_c^2} \left(1 + \frac{4\sigma^2}{DE_c^2} \right) \right] T \right\}. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что экспоненциальный рост угла переориентации начнется, если

$$1 - \frac{\bar{E}^2}{E_c^2} \left(1 + \frac{4\sigma^2}{DE_c^2} \right) < 0,$$

что эквивалентно условию

$$\bar{E}^2 \geq \frac{E_c^2}{1 + 4\sigma^2 / DE_c^2} \approx E_c^2 - \frac{4\sigma^2}{D}. \quad (10)$$

Таким образом, как следует из (10), появление шумовой компоненты понижает порог перехода Фредерикса (ср. с [14]).

Для проверки полученного вывода нами проведено также численное моделирование уравнения (1) как при $\bar{E} \neq 0$, так и при $\bar{E} = 0$. В качестве примера на рис.2 приведена расчетная зависимость динамики угла переориентации директора НЖК при $|\xi|/E_c \approx 0.3$. Параметр выбран $\bar{E}/E_c = 1$, при котором переход Фредерикса без дополнительного шума не наблюдается. Как видно из рисунка, угол переориентации со временем монотонно увеличивается, что свидетельствует о переориентации директора. Таким образом, можно утверждать, что при наличии стохастической компоненты порог перехода Фредерикса уменьшается. Такое уменьшение порога позволяет ожидать, что в принципе должен наблюдаться и переход Фредерикса в присутствии только шумового поля. Это утверждение нами проверено путем численного

моделирования. Для наглядности на рис.3 приведено поведение директора в центре слоя в шумовом электрическом поле. Как видно из рисунка, несмотря на стохастическое изменение электрического поля, все же наблюдается переориентация директора, т.е. возможен переход Фредерикса в стохастическом поле.

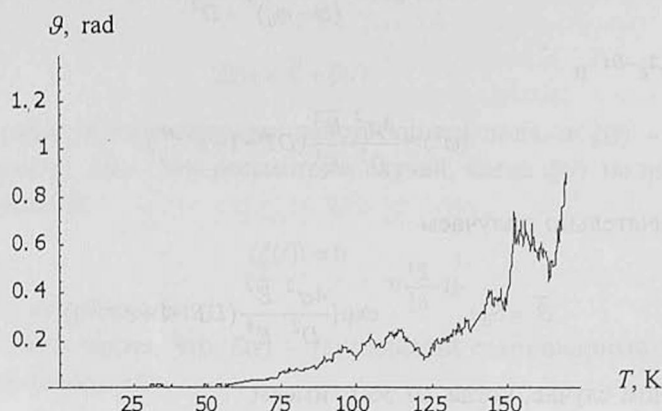


Рис.2. Начальная стадия динамики директора НЖК в электрическом поле в присутствии шумовой составляющей.

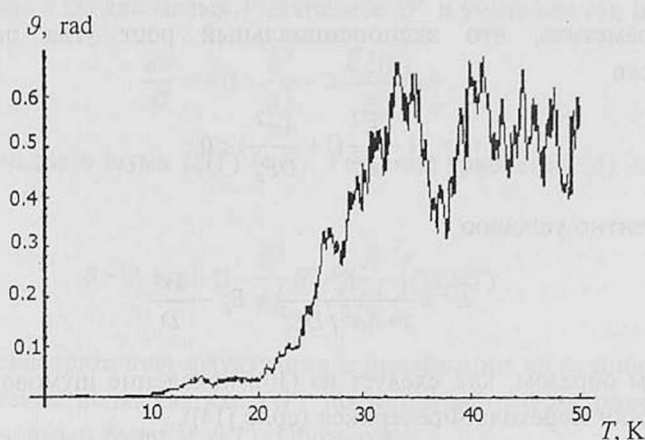


Рис.3. Динамика директора НЖК в хаотическом поле с нулевым средним значением. График получен путем численного решения уравнения (3).

3. Таким образом, из полученных результатов следует, что наличие стохастической составляющей в изменении внешнего электрического поля приводит к уменьшению порога перехода Фредерикса. Заметим, однако, что в настоящей работе расчеты проводились при учете первой пространственной гармоники в переориентации директора. Как показывает анализ, при полях $E > nE_c$, где n – целое число, становятся определяющими также и высшие пространственные моды, и в результате картина переориентации

существенно усложняется даже в рамках детерминистического подхода [15,16].

Авторы признательны Ю.С.Чилингаряну за полезные обсуждения.

Работа выполнена в рамках темы №1073, финансируемой правительством РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. П.С.Ланда, А.А. Заикин. ЖЭТФ, 111, 358 (1997).
2. S.W.Lee, H.W.Lee. Phys. Rev., 56E, 5245 (1997).
3. K.Wiesenfeld, F.Jaranillo. Chaos, 3, 539 (1998).
4. L.Gammaitoni, P.Hanggi, P.Jung, F.Marchesoni. Rev. Mod. Phys., 70, 223 (1998).
5. Ю.Л.Климонтович. УФН, 169, 39 (1999).
6. С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян. Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
7. I.C.Khoo. Optics and nonlinear optics of liquid crystals. New York, World Scientific Publishing, 1993.
8. P.G. de Gennes, J.Prost. The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Press, Oxford, 1993.
9. Л.С.Аслanian. Оптика и спектроскопия, 91, 819 (2001).
10. Л.С.Аслanian. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 203 (2001).
11. С.А.Пикин. Структурные превращения в жидких кристаллах. М., Наука, 1984.
12. P.Pieranski, E.Brochard, E.Guyen. J. de Phys., 34, 35 (1973).
13. С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., Наука, 1981.
14. О.В.Хорстхемке, Р.Лефевр. Индуцированные шумом переходы. М., Мир, 1987.
15. L.Marucci, P.Manddalen, G.Arrone, L.Sirveto, E.Santamato. Phys. Rev., 57E, 3033 (1998).
16. G.Demeter. Phys. Rev., 61E, 6678 (2000).

ՄՏՈՒԱՍՏԻԿ ԴԱՇՏՈՎ ՄԱԿԱԾՎԱԾ ՖՐԵԴԵՐԻԿՍԻ ԱՆՅՈՒՄԸ ՆԵՄԱՏԻԿ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ

Լ.Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Վ.Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է ՆՀԲ մոլեկուլների վաղը ստոխաստիկ էլեկտրական դաշտում: Դիտարկվում կատարված է մաքուր T -դեֆորմացիայի դեպքում, քանի որ այդ դեպքում բացակայում են հիդրոդինամիկ շարժումները: Ցույց է տրված, որ էլեկտրական դաշտի փոփոխության մեջ ստոխաստիկ բաղադրիչի առկայությունը հանգեցնում է երևույթի շեմի նվազեցմանը: Ցույց է տրված նաև մաքուր ստոխաստիկ դաշտի ազդեցությամբ ֆրեդերիկսի երևույթի հնարավորությունը:

STOCHASTIC-FIELD-INDUCED FREEDERICKSZ TRANSITION IN NLC

L.S. ASLANYAN, V.B. PAKHALOV

The behavior of NLC molecules in an external stochastic electric field is studied theoretically. The consideration is carried out for the case of pure T -deformation, because there are no hydrodynamic motions in this case. It is shown that in the presence of stochastic component in variation of an electric field the threshold of the Freedericksz transition decreases. The opportunity of Freedericksz transition in a stochastic electric field is also shown.