

УДК 621.3

ВОЗМУЩЕННАЯ СЕПАРАТРИСА И КОРРЕКЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИНХРОТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В НАКОПИТЕЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

Ю.Л. МАРТИРОСЯН

Центр синхротронного излучения CANDLE

(Поступила в редакцию 13 августа 2003 г.)

Исследовано влияние высших членов разложения коэффициента уплотнения орбит на продольную динамику пучка в накопителях электронов. Показано, что нелинейные поправки приводят к искажению сепаратрисы синхротронных колебаний и, как следствие, к уменьшению времени жизни пучка. Результаты исследований применены для расчета реального времени жизни пучка в проектируемом накопителе электронов источника синхротронного излучения CANDLE.

1. Введение

Как известно [1], время жизни электронного пучка в накопительном кольце источников синхротронного излучения третьего поколения обусловлено тремя основными эффектами: внутripучковое рассеяние (эффект Тушека), рассеяние пучка на остаточном газе и квантовые флуктуации. С увеличением светимости электронных пучков ограничение времени жизни за счет внутripучкового рассеяния становится доминирующим. Учитывая сильную зависимость эффекта Тушека от энергетического акцептанса накопителя, оценка реального времени жизни пучка требует учета высших членов разложения коэффициента пространственного уплотнения орбит относительно энергетического разброса частиц. Другими словами, речь идет об учете нелинейных синхротронных колебаний частиц при определении сепаратрисы продольных колебаний частиц в накопителе.

В данной работе последовательно изложена нелинейная теория продольных колебаний частиц в накопителях электронов и найдены поправки к форме сепаратрисы и обусловленному ею времени жизни пучка. Показано, что учет нелинейных членов приводит к асимметрии сепаратрисы продольных колебаний и дополнительной области устойчивости на фазовой диаграмме. Проведен анализ условий как подавления возмущений, так и ослабления вклада нелинейных членов, которые приводят к дополнительным требованиям на стабильность частоты ускоряющей системы. Результаты исследований применены для расчета и коррекции нелинейных возмущений в на-

копителе электронов проектируемого источника синхротронного излучения CANDLE.

2. Нелинейные продольные колебания частиц

При исследовании продольных колебаний частиц в накопителях электронов важную роль играет удлинение длины траектории неравновесных частиц, обусловленное в общем случае отклонением энергии частицы от равновесного значения и вкладом бетатронных колебаний. Длина траектории частицы в криволинейной системе координат, связанной с идеальной орбитой, задается интегралом [2]

$$L = \oint \sqrt{(1+kx)^2 + x'^2 + y'^2} ds, \quad (1)$$

где k – это кривизна траектории в поворотном магните, x, y – поперечные координаты, а дифференцирование идет по продольной координате вдоль идеальной траектории s .

Из (1), после разложения в ряд по малым отклонениям и углам, для вариации длины траектории получаем выражение

$$\Delta L = \oint \left(kx + \frac{1}{2} k^2 x^2 + \frac{1}{2} x'^2 + \frac{1}{2} y'^2 \right) ds, \quad (2)$$

где сохранены члены до второго порядка малости.

Амплитуда поперечных колебаний включает вклады от бетатронных колебаний (x_β, y_β) , возмущения идеальной орбиты (x_0, y_0) , а также хроматический член из-за относительного отклонения импульса $\delta = \Delta p/p$ неравновесной частицы относительно его равновесного значения p :

$$\begin{aligned} x &= x_\beta + x_0 + \eta_0 \cdot \delta + \eta_1 \cdot \delta^2 + \dots, \\ y &= y_\beta + y_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Линейная и высшего порядка дисперсионные функции (η_0, η_1, \dots) в разложении определяются, как периодические решения неоднородных уравнений движения:

$$\begin{aligned} \eta_0'' + K(s) \cdot \eta_0 &= 1/\rho, \\ \eta_1'' + K(s) \cdot \eta_1 &= -1/\rho + F_1(s), \end{aligned} \quad (4)$$

с

$$F_1(s) = -1/2 \cdot m(s) \cdot \eta_0^2 + 2 \cdot k_B \eta_0^2 / \rho + 1/2 \cdot \eta_0'^2 / \rho + k_B \cdot \eta_0, \quad (5)$$

где $m(s)$ – распределение секступольной компоненты поля по кольцу, k_B – градиент фокусирующего по вертикали дипольного магнита с совмещенными функциями. В (3) мы сделали допущение, что идеальная орбита частицы лежит в горизонтальной плоскости и вертикальная дисперсия отсутствует. Из

(4) периодическое решение для дисперсионной функции можно представить в виде

$$\eta_0(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)} \cdot \langle \beta_B \rangle^{3/2}}{2\rho \cdot \sin(\pi \cdot \nu_x)} \cos \nu_x [\varphi(s) + \pi], \quad (6)$$

где $\langle \beta_B \rangle$ есть среднее по поворотному магниту значение бета-функции. После подстановки (3) в (2) и усреднения за оборот окончательно получим

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha_c \cdot \delta + \alpha_1 \cdot \delta^2 + \xi, \quad (7)$$

где α_c и α_1 – соответственно, коэффициенты уплотнения орбит первого и второго порядка, а ξ представляет нехроматический вклад:

$$\xi = \frac{1}{4} [\varepsilon_x \cdot \langle \gamma_x \rangle + \varepsilon_y \cdot \langle \gamma_y \rangle + \varepsilon_x \cdot \langle k^2 \beta_x \rangle], \quad (8)$$

$$\alpha_1 = \langle k \cdot \eta_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle k^2 \cdot \eta_0^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle \eta_0^2 \rangle.$$

С учетом этих членов уравнения продольных колебаний частицы в переменных отклонение импульса δ и фазы φ представляются в виде [2]

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\omega_{rf} \cdot (\eta_c \cdot \delta - \alpha_1 \cdot \delta^2 - \xi), \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{e \cdot V_{rf}}{E_0 \cdot T_0} (\sin \varphi - \sin \varphi_s), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\eta_c = 1/\gamma^2 - \alpha_c$, ω_{rf} – угловая частота ВЧ системы, V_{rf} – пиковая амплитуда ВЧ напряжения, E_0 – энергия равновесной частицы и T_0 – ее период обращения по кольцу, φ и φ_s – фазы неравновесной и равновесной частиц, соответственно.

Систему уравнений (9) можно получить также из гамильтониана продольного движения [2]

$$H(\varphi, \delta) = \frac{eV_{rf}}{T_0 \cdot E_0} [\cos \varphi - \cos \varphi_s + (\varphi - \varphi_s) \sin \varphi_s] - \omega_{rf} \left[\frac{1}{2} \eta_c \delta^2 - \frac{1}{3} \alpha_1 \delta^3 - \xi \cdot \delta \right], \quad (10)$$

где каноническими переменными являются фаза и отклонение от равновесной энергии (φ, δ) . Этот факт характеризует каноничность полученных уравнений (9) и гарантирует симплектность полученных решений.

3. Возмущенная сепаратриса и подавление нелинейных колебаний

В накопителе CANDLE сильноточный (0.35 А) электронный пучок малого эмиттанса (порядка 8,4 нм) состоит из коротких (порядка 6 мм) сгустков и эффект Тушека является определяющим при определении времени жизни пучка. Для суммарного ускоряющего напряжения в 3,3 МВ энергетический



аксептанс в накопителе составляет порядка 2,4%, что дает время жизни пучка по Тушеку порядка 39,5 часа. При коэффициенте связи между поперечными колебаниями в 1% это приводит к суммарному времени жизни пучка в кольце 18,4 часа. Эти значения соответствуют линейной теории и коэффициенту уплотнения орбит первого порядка $\alpha_c = 0.002$. Для учета нелинейных синхротронных колебаний и соответствующей редукции времени жизни пучка была применена изложенная выше теория, включающая члены второго и высших порядков разложения. Для численного решения системы уравнений (9) и получения фазовых траекторий продольного движения была использована программа MATLAB [4].

В линейном приближении, когда $\alpha_1 = 0$ и $\xi = 0$, фазовая диаграмма имеет зеркальную симметрию по отношению к оси отклонения импульса с предельным отклонением $\pm 2\%$ (энергетический аксептанс) и пару стабильной $\varphi_s = 162.9^\circ$ и нестабильной $\varphi_u = 17.1^\circ$ стационарных точек на оси фаз $\delta = 0$. С учетом нелинейных членов ($\alpha_1 \neq 0, \xi \neq 0$) мы получаем две стационарные точки стабильных колебаний и две стационарные точки нестабильных колебаний, которые соответствуют появлению второй зоны стабильного движения на фазовой плоскости продольных колебаний (рис.1).

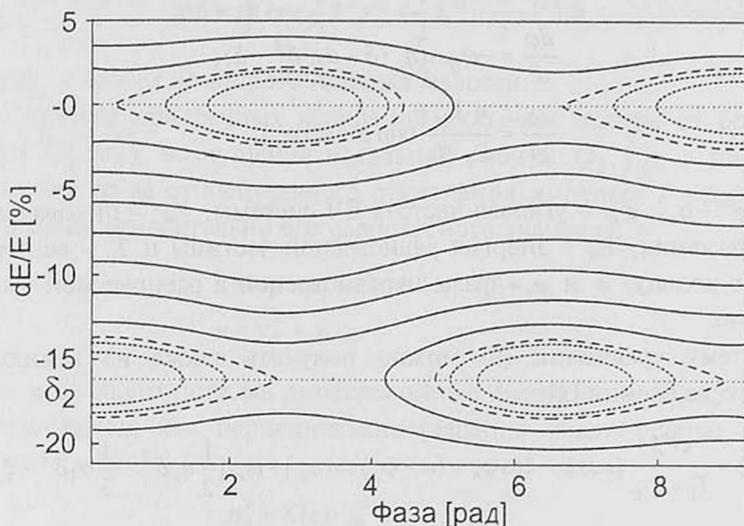


Рис.1. Фазовые диаграммы продольных колебаний.

Для магнитной оптики CANDLE мы имеем $\alpha_1 = 0.0109$, $\langle \beta_x \rangle = 5.1$ м, $\langle \beta_y \rangle = 10.42$ м, $\langle \gamma_x \rangle = 1.49$ м⁻¹, $\langle \gamma_y \rangle = 1.34$ м⁻¹ и $\xi_x = 0.33 \cdot 10^{-8}$. Ординаты стационарных точек определяются как решения квадратного уравнения

$$\alpha_1 \cdot \delta^2 - \eta_c \cdot \delta + \xi = 0 \quad (11)$$

со значениями

$$\delta_{1,2} = \frac{\eta_c}{2\alpha_1} (1 \pm \sqrt{1-G}), \quad (12)$$

где $G = 4\xi\alpha_1/\eta_c^2$. Пренебрегая вкладом малого нехроматического члена ($\xi \approx 0$), из (12) мы получаем вторую зону стационарных точек $\delta_2 = \eta_c/\alpha_1 = -0.187$, что хорошо согласуется с результатами численного анализа (рис.1). Так как в разложении коэффициента уплотнения орбит отношение коэффициента второго порядка к первому мало, то новая дополнительная пара стационарных точек расположена вдали от равновесного импульса и их влиянием на продольную динамику можно пренебречь. Бетатронные колебания в свою очередь приводят к смещению равновесного импульса на малую величину $\Delta\delta = \xi/\eta_c = 1.65 \cdot 10^{-6}$.

Как видно из рис.2, учет нелинейных членов приводит также к асимметрии фазовых траекторий в положительной и отрицательной областях отклонения импульса частицы. Новые значения предельного отклонения энергии частицы зависят от знака отклонения и равны $\delta^+ = 0.022$ и $\delta^- = -0.025$ для верхнего и нижнего пределов, соответственно.

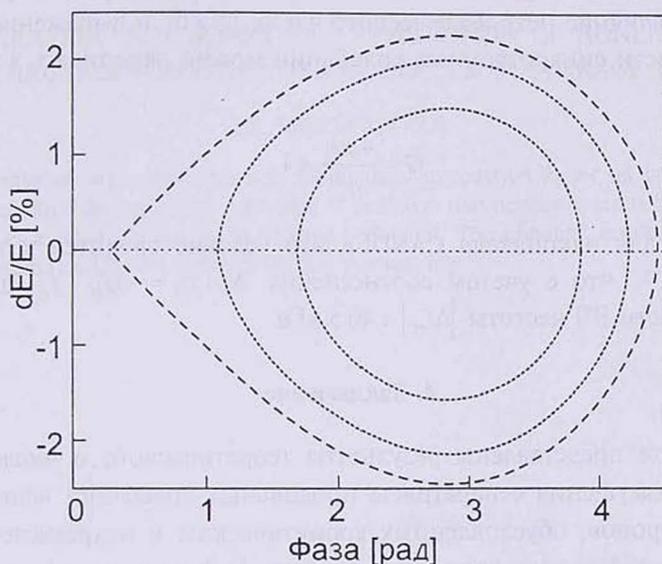


Рис.2. Асимметрия фазовых траекторий продольных колебаний из-за нелинейности синхротронных колебаний.

Для того, чтобы ослабить нелинейность продольных колебаний и тем самым восстановить расчетное время жизни пучка, необходимо уменьшить коэффициент уплотнения орбит второго порядка α_1 . Коэффициент уплотнения орбит второго порядка α_1 зависит от возмущения дисперсионной функции через выражение (5), которое содержит слагаемое, характеризующее распределение секступольных линз по кольцу. Следовательно, подходящим вы-

бором распределения и величины сил секступольных магнитов по кольцу, а именно,

$$\Delta\alpha_1 = -\frac{\Delta m(s) \cdot \eta_1^3}{L}, \quad (13)$$

можно занулить нелинейный коэффициент уплотнения орбит α_1 [5]. На практике однако трудно добиться выполнения этого условия, т.к. сравнительно большая длина орбиты $L = 216$ м и малое значение дисперсии в местах расположения секступолей требуют существенного изменения сил секступолей, что чревато уменьшением динамической апертуры пучка.

С другой стороны, непосредственный анализ условия “сливания” двух зон сепаратрис областей устойчивого движения (см. рис.1), с учетом выражения (12), показывает, что нелинейные возмущения сепаратрисы станоятся в системе пренебрежимо малыми, если выполняется неравенство [2]

$$|\alpha_1| \leq \frac{|\eta_c| (1-G)^{3/4}}{\sqrt{3} \delta_d}, \quad (14)$$

где δ_d – расчетный энергетический аксептанс (2.4% для CANDLE). Принимая во внимание влияние нехроматического члена ($\xi \neq 0$) и выражение (12), условие стабильности синхротронных колебаний можно переписать в следующем виде:

$$G = \frac{4\xi\alpha_1}{\eta_c^2} < 1. \quad (15)$$

В частности, для накопителя CANDLE это условие сводится к требованию $\Delta L / L_0 < 9.1 \cdot 10^{-4}$, что с учетом соотношения $\Delta L / L_0 = -\Delta f_{rf} / f_{rf}$ дает оценку для стабильности ВЧ частоты $|\Delta f_{rf}| < 40.5$ кГц.

4. Заключение

В работе представлены результаты теоретического и численного исследования возмущения сепаратрисы продольных колебаний частиц в накопителях электронов, обусловленных хроматическим и нехроматическим нелинейными колебаниями частицы в кольце. Найдены предельные стационарные точки сепаратрисы, которые асимметричны относительно отклонения импульса неравновесной частицы. Выведены условия подавления нелинейных эффектов, приводящих к требованию на стабильность частоты ускоряющей системы накопителя. Результаты работы легли в основу оптимизации ВЧ и магнитной систем проектируемого накопителя электронов CANDLE.

Автор выражает благодарность В.Цаканову за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Брук. Циклические ускорители заряженных частиц. М., 1970.
2. H.Wiedemann. Particle Accelerator Physics-I, Springer, 1999.
3. T.Suzuki. "Orbit Hamiltonian, Synchrotron Oscillations and Synchro-betatron Coupling", Proc. of EPAC'02, Paris, p.1302.
4. L.Shampine and M.Reichelt. "The MATLAB ODE Suite", SIAM Journal on Scientific Computing, 18, 1 (1997).
5. A.Piwinski and A.Wrulich. "Excitation of Betatron-Synchrotron Resonances by a Dispersion in the Cavities", DESY 76/07 (1976).

ՍԵՊԱՐԱՏՐԻՍԻ ԱՐԱՎԱՂՈՒՄԸ ԵՎ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՆՔՐՈՏՐՈՆԱՅԻՆ
ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԿՈՒՏԱԿԻՉ ՕՂԱԿՈՒՄ

Յ.Լ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված է էլեկտրոնային կուտակիչում հետագծերի խտության գործակցի ոչ գծային անդամների ազդեցությունը փնջի երկայնական դինամիկայի վրա: Յույց է տրված, որ այդ ոչ գծային անդամները արագացնող փուլային պատկերները դարձնում են ոչ սինտրիկ, ինչը բերում է փնջի կյանքի տևողության կարճացմանը: Ստացված արդյունքները կիրառված են մախագծվող CANDLE սինքրոտրոնային կենտրոնի կուտակիչ օղակում էլեկտրոնային փնջի կյանքի տևողության հաշվարկման համար:

SEPARATRIX DISTORTION AND CORRECTION OF NONLINEAR SYNCHROTRON OSCILLATIONS IN ELECTRON STORAGE RINGS

Y.L. MARTIROSYAN

The influence of high-order terms of momentum compaction factor on beam longitudinal oscillations in electron storage rings is studied. It is shown that nonlinear terms lead to separatrix distortion and as a result to the beam lifetime reduction. The obtained results are applied for calculation of beam real lifetime in the CANDLE storage ring.