

УДК 535.14

ОПТИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОДУЛИРОВАННОГО ПОЛЯ

А.О. АДАМЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 декабря 2003 г.)

Рассмотрена схема невырожденного параметрического осциллятора, основанного на процессе расщепления фотона в резонаторе под действием модулированного по амплитуде поля накачки. Показано, что порог генерации мод выражается через усредненную по периоду модуляции амплитуду поля накачки. Найдены аналитические выражения для средних чисел фотонов двух мод генерации.

1. Оптический параметрический осциллятор (ОПО), основанный на процессе расщепления фотона в резонаторе под действием когерентного лазерного поля, является хорошо известным источником излучения с рядом примечательных свойств. ОПО предоставляет метод перестройки частоты лазерного излучения, а также является источником неклассических состояний света, в том числе сжатых состояний света и света с суб-пуассоновской статистикой [1,2]. Невырожденный оптический параметрический осциллятор (НОПО), основанный на процессе расщепления фотона с фазовым синхронизмом второго рода, приводит к генерации двух мод с одинаковыми частотами и ортогональными поляризациями. НОПО является источником излучения перепутанных состояний света, которые в последнее время широко используются в области квантовой информации [3]. НОПО обычно реализуется в трехмодовом резонаторе, содержащем нелинейную среду с $\chi^{(2)}$ -восприимчивостью под действием непрерывного или импульсного лазерного излучения.

В настоящей работе предлагается новая схема НОПО, в которой как возмущающее поле используется интенсивное, модулированное по амплитуде электромагнитное поле. Рассматривается НОПО в трехмодовом резонаторе, который содержит моду накачки на частоте ω_3 и две моды с одинаковыми частотами $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$ и с взаимно-ортогональными поляризациями. Мода ω_3 возбуждается внешним полем с напряженностью

$$E_{ext} = f(t) \cos(\omega_L t), \quad (1)$$

где $f(t)$ – периодическая по времени, действительная амплитуда следующей

формы:

$$f(t) = f_1 + f_2 \cos(\delta t), \quad (2)$$

то есть с периодом $T = 2\pi/\delta$, причем $\delta \ll \omega_L$. Предполагается, что мода накачки затухает намного быстрее мод генерации, то есть $\gamma_3 \gg \gamma_1, \gamma_2$ где γ_i – постоянные затухания мод.

Цель настоящей работы состоит в разработке полуклассической теории такого НОПО, в том числе исследовании режимов и порога генерации и интенсивностей двух мод генерации в условиях амплитудной модуляции поля накачки.

2. Конкретные расчеты выполнены в рамках стандартных методов, предложенных для исследования нелинейно-оптических процессов в различных резонаторах. Один из методов основан на решении стохастических дифференциальных уравнений движения для амплитуд мод в резонаторе [4,5]. Для рассматриваемой модели, в резонансном приближении взаимодействия трех мод, а также без учета квантовых эффектов, уравнения для амплитуд двух мод взаимно-ортогональных поляризаций имеют следующий вид:

$$\dot{\alpha}_1 = \varepsilon(t)\alpha_2^* - \lambda|\alpha_2|^2\alpha_1 - \gamma\alpha_1, \quad (3)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \varepsilon(t)\alpha_1^* - \lambda|\alpha_1|^2\alpha_2 - \gamma\alpha_2, \quad (4)$$

где $\varepsilon(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos(\delta t)$, $\varepsilon_{1,2} = kf_{1,2}/\gamma_3$, $\lambda = k^2/\gamma_3$ и k – постоянная параметрического взаимодействия трех мод, пропорциональная восприимчивости $\chi^{(2)}$. Амплитуда поля накачки в адиабатическом приближении, при $\gamma_3 \gg \gamma_1, \gamma_2$, равна $\alpha_3 = \varepsilon - \lambda\alpha_1\alpha_2$. Для простоты рассмотрен случай нулевых расстройек резонанса от частоты поля накачки ($\omega_3 = \omega_L$) и равных постоянных затухания мод ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$). В случае $f_2 = 0$ модуляция отсутствует, то есть $\varepsilon(t) = \varepsilon_1$ и уравнения (3), (4) совпадают с хорошо известными уравнениями для НОПО в случае когерентного поля.

3. Вначале рассмотрим режим генерации ниже порога, когда система имеет нулевое решение, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Для исследования устойчивости нулевого решения следует учесть динамику малых поправок к этому решению $\delta\alpha_1, \delta\alpha_2$ на основе линеаризованных по этим поправкам уравнений (3), (4). Эти уравнения записываются в следующем виде:

$$\delta\dot{\alpha}_1 = \varepsilon(t)\delta\alpha_2^* - \gamma\delta\alpha_1, \quad (5)$$

$$\delta\dot{\alpha}_2 = \varepsilon(t)\delta\alpha_1^* - \gamma\delta\alpha_2. \quad (6)$$

Легко заметить, что после замены переменных $\delta\alpha_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta\alpha_1 \pm \delta\alpha_2)$ и разделения реальной и мнимой частей новых переменных $\delta\alpha_{\pm} = X_{\pm} + iY_{\pm}$ уравнения разделяются. В итоге получаем следующие независимые линейные уравне-

ния, описывающие динамику малых поправок:

$$\dot{X}_{\pm} = (\pm \varepsilon(t) - \gamma) X_{\pm}, \quad (7)$$

$$\dot{Y}_{\pm} = (\mp \varepsilon(t) - \gamma) Y_{\pm}. \quad (8)$$

Необходимо отметить, что полученные уравнения для малых поправок имеют одинаковую структуру. Общие решения для них можно представить в следующей форме, описывающей временную эволюцию начальных значений $X_{\pm}(t_0)$, $Y_{\pm}(t_0)$:

$$X_{\pm}(t) = \exp(\pm \int_{t_0}^t \varepsilon(t') dt' - \gamma(t - t_0)) X_{\pm}(t_0), \quad (9)$$

$$Y_{\pm}(t) = \exp(\mp \int_{t_0}^t \varepsilon(t') dt' - \gamma(t - t_0)) Y_{\pm}(t_0). \quad (10)$$

Заметим, что решения (9), (10) получены в общем виде, независимо от формы амплитуды поля накачки $\varepsilon(t)$. Для выбранной формы $\varepsilon(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos(\delta t)$, получаем

$$\int_{t_0}^t \varepsilon(t') dt' = \bar{\varepsilon}(t - t_0) + E(t) - E(t_0), \quad (11)$$

где $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1$ – среднее по периоду значение, а $E(t) = \frac{\varepsilon_2}{\delta} \sin(\delta t)$ – периодическая функция. Для устойчивости нулевого решения $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ необходимо, чтобы малые поправки X_{\pm}, Y_{\pm} затухали при $t \rightarrow \infty$. Отсюда непосредственно находится порог генерации, а именно: экспоненты в выражениях (9), (10) стремятся к нулю при $\varepsilon_1 < \gamma$. Таким образом, порог генерации определяется через среднее значение $\bar{\varepsilon}$ и равен $\bar{\varepsilon} = \gamma$.

4. Рассмотрение режима выше порога генерации $\varepsilon_1 > \gamma$ удобно проводить на языке среднего числа фотонов n_k и фаз φ_k ($\alpha_k = \sqrt{n_k} e^{i\varphi_k}$, $k=1,2$). В этом представлении уравнения (3), (4) приобретают следующий вид:

$$\dot{n}_1 = 2\varepsilon(t) (n_1 n_2)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - 2\lambda n_1 n_2 - 2\gamma n_1, \quad (12)$$

$$\dot{n}_2 = 2\varepsilon(t) (n_1 n_2)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - 2\lambda n_1 n_2 - 2\gamma n_2,$$

$$\dot{\varphi}_1 = -(n_2 / n_1)^{\frac{1}{2}} \varepsilon(t) \sin(\varphi_1 + \varphi_2), \quad (13)$$

$$\dot{\varphi}_2 = -(n_1 / n_2)^{\frac{1}{2}} \varepsilon(t) \sin(\varphi_1 + \varphi_2).$$

Легко видеть, что в асимптотике больших временных интервалов $t \gg \gamma^{-1}$ имеем $n_1(t) = n_2(t) = n(t)$ в силу симметрии системы. Это соотношение существенно упрощает анализ исходных уравнений (12), (13). В итоге получаем:

$$\dot{n}(t) = -2\gamma n(t) + 2n(t)[\varepsilon(t) \cos \varphi_+(t) - \lambda n(t)], \quad (14)$$

$$\dot{\varphi}_+(t) = -2\varepsilon(t) \sin \varphi_+(t), \quad (15)$$

$$\varphi_-(t) = \text{const}, \quad (16)$$

где $\varphi_{\pm} = \varphi_1 \pm \varphi_2$. Как показывает анализ уравнений (14), (15), устойчивое ненулевое решение для среднего числа фотонов и фаз в режиме выше порога $\bar{\varepsilon} > \gamma$ имеет следующий вид:

$$n(t) = \frac{1}{2\lambda Z(t)} \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin(\delta t)\right] (1 - \exp(2(\gamma - \varepsilon_1)T)), \quad (17)$$

$$Z(t) = \int_0^T \exp[2(\gamma - \varepsilon_1)(T - \tau)] \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin \delta(t + \tau)\right] d\tau,$$

$$\varphi_+ = 2\pi m. \quad (18)$$

Напомним, что полученные результаты для n и φ_+ применимы для временных интервалов, превышающих характерные времена переходного режима $t \gg \gamma^{-1}$. Чтобы проиллюстрировать временное поведение $n(t)$ также в переходной области, на рис. 1 приводится численное решение уравнений (12), (13) для случая, когда начальные значения чисел фотонов равны: $n_1(0) = n_2(0)$. В этом случае $n_1(t) = n_2(t) = n(t)$ для всех временных интервалов.

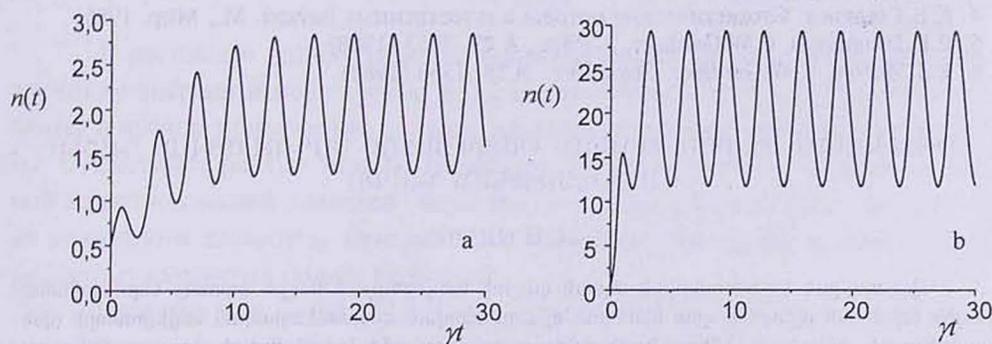


Рис. 1. Временная зависимость среднего числа фотонов от параметра γt для следующих значений параметров: $\delta/\gamma = 2$, $\lambda/\gamma = 0.1$; (а) $\varepsilon_1/\gamma = 1.2$, $\varepsilon_2/\gamma = 0.4$, (б) $\varepsilon_1/\gamma = 3$, $\varepsilon_2/\gamma = 1$.

5. Перейдем к исследованию полученного выражения для среднего числа фотонов в модах. Легко проверить, что $n(t)$ является периодическим по t и при $\varepsilon_2 = 0$ переходит в известное стационарное решение для стандартного НОПО с нулевыми расстройками частот мод от частот резонатора $n = (\varepsilon_1 - \gamma)/\lambda$, для режима выше порога генерации $\varepsilon_1 > \gamma$. Интересно также рассмотреть поведение числа фотонов в области вблизи порога генерации,

для параметров $\varepsilon_1 - \gamma \ll \delta$. В этой области асимптотическое выражение для временной зависимости числа фотонов принимает следующий вид:

$$n(t) = \frac{(\varepsilon_1 - \gamma)}{\lambda \bar{Z}} \exp \left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin(\delta t) \right], \quad (19)$$

где $\bar{Z} = \frac{1}{T} \int_0^T \exp \left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin \delta \tau \right] d\tau$. Как видно, среднее число фотонов обращается в нуль на пороге генерации и проявляет периодическую временную зависимость при $\varepsilon_1 > \gamma$. Амплитуда колебаний растет линейно с ростом ε_1 вблизи порога.

Таким образом, в работе продемонстрировано, что задача НОПО под действием периодически модулированного поля накачки может быть решена аналитически для случая нулевых расстройек резонанса и равных постоянных затухания мод.

Работа поддержана грантами МНТЦ А-823 и NFSAT PH 098-02 / CRDF 12052. Автор выражает благодарность Г.Ю.Крючкяну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Opt. Soc. Am., В 4 (1987).
2. М.С.Теич, В.Е.Сален, Prog. Opt., 26, 3 (1988).
3. Quantum Information Theory with Continuous Variables. S. L. Braunstein and A.K.Pati, eds. Kluwer, Dordrecht, 2003.
4. К.В.Гардинер. Стохастические методы в естественных науках. М., Мир, 1986.
5. P.D.Drummond, C.W.Gardiner. J. Phys., A 13, 2353 (1980).
6. K.J.McNeil, C.W.Gardiner. Phys. Rev., A 28, 1560 (1983).

ՊՕՏԻԿԱԿԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐ ՄՈԴՈՒԼԱՅՎԱԾ ԴԱՇՏԻ ԱՉԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՆԵՐՔՈՒ

Հ.Հ. ԱԴԱՄՅԱՆ

Դիտարկված է մոդուլացված մղման դաշտի ազդեցության ներքո ֆոտոնի ներտեղնատրոսային տրոհման պրոցեսի վրա հիմնված ոչ-ալյասերված պարամետրական օսցիլյատորի սխեման: Ցույց է տրված, որ գեներացիայի շեմը արտահայտվում է մղման դաշտի, մոդուլացման պարբերությունով միջինացված, ամպլիտուդով: Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ գեներացման մոդերի միջին ֆոտոնների քվերի համար:

OPTICAL PARAMETRIC OSCILLATOR DRIVEN BY MODULATED FIELD

H.H. ADAMYAN

The scheme of a non-degenerate parametric oscillator based on the process of the photon down conversion in the cavity driven by the modulated pump field is considered. It is shown that the threshold of the generation depends on the mean over the period of modulation amplitude of the pump field. Analytic expressions for the mean photon numbers of two generation modes are obtained.