

УДК 548.0

СРЕДЫ С ОТКРЫТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ КАК ВОЗМОЖНЫЕ ОБЪЕКТЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПЛОСКИХ ЛИНЗ

О.С. ЕРИЦЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 27 декабря 2002 г.)

Показано, что анизотропные среды, у которых поверхность волновых векторов в отсутствие поглощения не замкнута, как в традиционной оптике, а открытая (благодаря присутствию отрицательной компоненты у диэлектрического тензора), могут служить для осуществления фокусировки расходящегося пучка света при его преломлении на плоской границе. Рассмотрены также среды с анизотропными тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, имеющими отрицательные компоненты.

1. Введение

В последнее время уделяется большое внимание проблеме создания искусственных сред с одновременно отрицательными значениями скалярных диэлектрической и магнитной проницаемостей ϵ и μ . Эти исследования связаны, в частности, с проблемой создания плоских линз, осуществляющих фокусировку расходящегося от точечного источника светового пучка (электромагнитной волны) при его преломлении на плоской границе [1,2]. Требование, чтобы энергия преломленной на границе волны утекала от границы, а не притекала к ней, приводит к тому, что при $\epsilon < 0$, $\mu < 0$ в соотношении $n = \pm \sqrt{\epsilon\mu}$ следует брать отрицательный знак; поэтому такие среды названы средами с отрицательным показателем преломления. Среда с одновременно отрицательными скалярными ϵ , μ теоретически рассмотрены в [3].

С другой стороны, как показано в [4,5], в одноосных кристаллах, у которых $\epsilon_{||}$ и $\epsilon_{\perp}$ имеют разные знаки ($\epsilon_{||}$, $\epsilon_{\perp}$ – диэлектрические проницаемости вдоль оптической оси и в перпендикулярных к ней направлениях), а магнитная проницаемость – положительная скалярная величина, имеют место следующие особенности, также дающие возможность создавать плоские линзы.

а) Во-первых, поверхность волновых векторов (ПВВ), являющаяся замкнутой в традиционной классической оптике, превращается в открытую поверхность – гиперboloид; при этом, вне зависимости от того, какое из $\epsilon_{||}$ и $\epsilon_{\perp}$ положительно и какое отрицательно, в кристалле имеется область

направлений, вдоль которых необыкновенная волна распространяется без затухания, несмотря на присутствие стрипательного $\varepsilon_{||}$ или $\varepsilon_{\perp}$.

б) В случае одноосных кристаллов ПВВ для необыкновенной волны является гиперболоидом, и с приближением направления распространения к его асимптотам фазовая скорость стремится к нулю, так как модуль k_e волнового вектора стремится к бесконечности.

в) Если $\varepsilon_{||} < 0$, $\varepsilon_{\perp} > 0$, а граница раздела перпендикулярна оптической оси, то вектор Пойнтинга и волновой вектор преломленной необыкновенной волны лежат по разные стороны от нормали к границе, что обусловлено вогнутой формой ПВВ.

Перед тем, как перейти к задаче фокусировки при преломлении на плоской границе сред с такими особенностями, сделаем одно замечание относительно терминологии. Если поглощение имеется, но действительные части $\varepsilon'_{||}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ величин $\varepsilon_{||}$ и $\varepsilon_{\perp}$ имеют разные знаки, то хотя ПВВ для однородных волн замыкается, но вогнутая форма ПВВ остается. Поэтому ниже сред будем называть средой с открытой ПВВ и при наличии поглощения, если только $\varepsilon'_{||}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ имеют разные знаки.

В настоящей работе, в пунктах 2,3 рассматривается возможность фокусировки на немагнитных диэлектрических анизотропных средах, у которых имеется отрицательная компонента диэлектрического тензора. В пункте 2 проведено геометрическое рассмотрение. Пункт 3 посвящен расчету фокусирующего действия плоской границы. В пункте 4, в отличие от предыдущих, рассматриваются среды с анизотропией диэлектрических и магнитных свойств при наличии отрицательной компоненты у обоих тензоров. Такие среды в определенных направлениях распространения воспроизводят свойство сред с отрицательными ε и μ , заключающееся в антипараллельности волнового вектора и вектора Пойнтинга.

Отметим, что полученные соотношения и, следовательно, все свойства, относящиеся к немагнитным средам с диэлектрической анизотропией, имеют место также для сред с анизотропией магнитной проницаемости при скалярной диэлектрической проницаемости. Это – следствие принципа дуальности, согласно которому соотношения электродинамики остаются справедливыми при замене: $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$, $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$, $\hat{\varepsilon} \leftrightarrow \hat{\mu}$.

2. Преломление лучей, падающих из точечного источника А на границу $z = 0$

Геометрическое рассмотрение проведем с помощью рис.1,2.

Пусть из точки А на границу $z = 0$ кристалла с $\varepsilon_{||} < 0$, $\varepsilon_{\perp} > 0$ падает луч с волновым вектором $\mathbf{k}_i$ (рис.1). Волновой вектор преломленной необыкновенной волны (е-волна) должен иметь ту же тангенциальную компоненту k_x , что и падающая. Этому требованию удовлетворяют волновые векторы $\mathbf{k}_e^{(1)}$ и $\mathbf{k}_e^{(2)}$ (рис.2), у которых z -компоненты отличаются знаком:

$$k_{ez} = \pm \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{k_x^2}{\epsilon_{||}}\right)} \cdot \epsilon_{\perp} \quad (1)$$

(показанная на рис.2 гипербола – суть сечение ПБВ плоскостью, проходящей через оптическую ось (ось z) кристалла (см. [3,4])). Векторами Пойнтинга будут $S_e^{(1)}$ и $S_e^{(2)}$, которые, как обычно, направлены по внешней нормали к ПБВ [6]. Из них реальной преломленной волне соответствует $S_e^{(1)}$, так как энергия преломленной волны утекает от границы в глубь среды именно в этом случае. Если волновым вектором падающей волны является k'_i (рис.1), то вектором Пойнтинга преломленной волны будет, соответственно, S_e' на рис.2. Таким образом, падающие лучи расходятся от точки А, а преломленные лучи направлены в сторону проходящей через точку А нормали к границе; последнее обстоятельство необходимо для фокусировки.

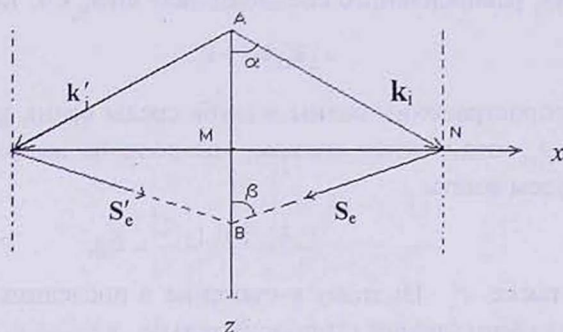


Рис.1.

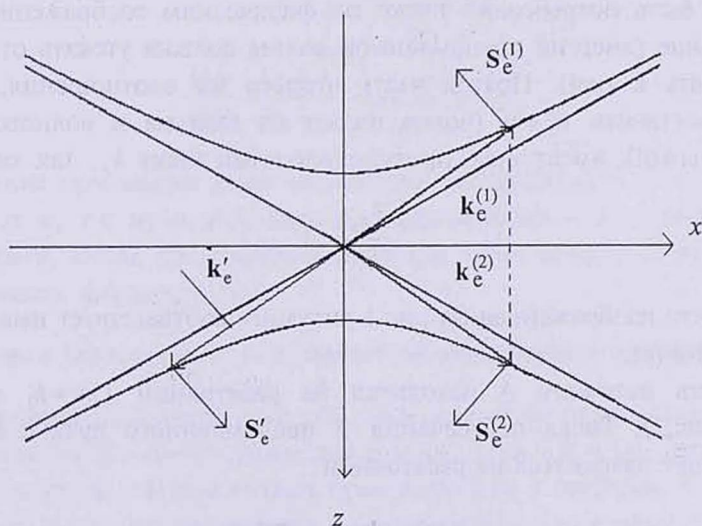


Рис.2

3. Расчет фокусирующего действия границы

Проекции $\bar{S}_{ex}$ и $\bar{S}_{ez}$ усредненного по периоду волны вектора Пойнтинга преломленной необыкновенной волны на оси x и z равны (значок при S_e опускаем)

$$\begin{aligned}\bar{S}_{ez} &= \frac{\omega}{8\pi|k_{ez}|^2} |E_{ex}|^2 \exp(-2k_e''r) (\varepsilon_{\perp}' k_{ez}' + \varepsilon_{\perp}'' k_{ez}''), \\ \bar{S}_{ex} &= \frac{\omega}{8\pi|k_{ez}|^2} |E_{ex}|^2 \exp(-2k_e''r) \left| \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \right|^2 (\varepsilon_{\parallel}' k_x' + \varepsilon_{\parallel}'' k_x''),\end{aligned}\quad (2)$$

где E_{ex} — амплитуда x -компоненты электрического поля преломленной необыкновенной волны.

В равновесной среде энергия волны может только поглощаться. Из этого требования, равносильного соотношению $\text{div} \bar{S}_e < 0$, получаем

$$\varepsilon_{\perp}' k_{ez}' k_{ez}'' > 0. \quad (3)$$

Так как при распространении волны в глубь среды волна затухает, то из двух k_e , у которых k_{ez} отличаются знаком, мы должны выбрать то, у которого $k_{ez}'' > 0$. Тогда будем иметь

$$\varepsilon_{\perp}' k_{ez}' > 0. \quad (4)$$

Положительно также $\varepsilon_{\perp}''$. Поэтому выражение в последних скобках в правой части первого из соотношений (2) положительно, т.е.

$$\bar{S}_{ez} > 0, \quad (5)$$

что могло быть потребовано также по физическим соображениям, как это сделано выше (энергия преломленной волны должна утекать от границы, а не притекать к ней). Правая часть второго же соотношения, в котором следует подставить $k_x'' = 0$ (волна падает из вакуума и волновой вектор — действительный), имеет знак, противоположный знаку k_x' , так как $\varepsilon_{\parallel}' < 0$:

$$\frac{\bar{S}_{2x}}{k_x} < 0. \quad (6)$$

Отметим, что изображенная на рис.1 ситуация соответствует именно соотношениям (5) и (6).

Пусть источник A находится на расстоянии $OA = h_1$ от границы раздела (рис.3). Точка пересечения B преломленного луча с нормалью к границе будет находиться на расстоянии

$$OB = h_2 = h_1 \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \beta}. \quad (7)$$

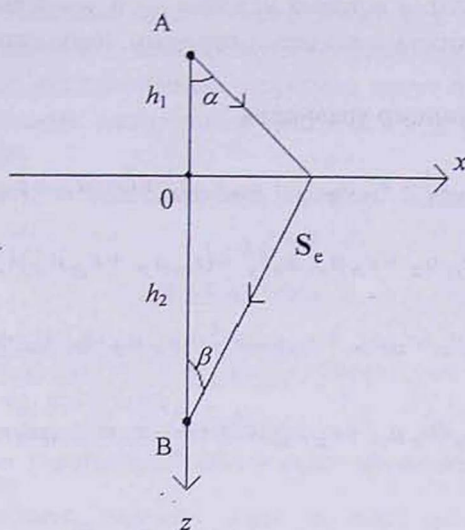


Рис.3.

С помощью (2) получаем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\left| \frac{S_{ez}}{S_{ex}} \right|}{\frac{\left| \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \right|^2 \left(\varepsilon'_{\parallel} k'_x + \varepsilon''_{\parallel} k''_x \right)}{k'_{ez} \varepsilon'_{\perp} + k''_{ez} \varepsilon''_{\perp}}} \quad (8)$$

Будем считать отношения $\varepsilon''_{\parallel} / \varepsilon'_{\parallel}$ и $\varepsilon''_{\perp} / \varepsilon'_{\perp}$ малыми. Пренебрегая величинами, пропорциональными этим отношениям, и имея в виду, что $k''_x = 0$, получаем:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \left| \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}} \right| \frac{\sqrt{\varepsilon_{\perp} \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha}{|\varepsilon_{\parallel}|} \right)}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \quad (9)$$

Это выражение при малых углах постоянно. Следовательно, согласно (7), h_2 не зависит от α , т.е. лучи, исходящие из одной точки А над кристаллом под малыми углами, после преломления проходят через одну и ту же точку (В), т.е. преломляясь, фокусируются.

4. Среда с диэлектрической и магнитной анизотропией одновременно

Если среда изотропна и ее обе проницаемости отрицательны, то, как известно, имеет место антипараллельность векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{S}$ [3]. Это следует из того, что векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ составляют правую тройку с вектором $\mathbf{S}$, в то время как при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ они составляют с вектором $\mathbf{k}$ левую тройку. Можно убедиться, что этим свойством, в зависимости от направления распространения,

обладают также среды, в которых условие $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ выполняется не во всех направлениях. Ограничимся здесь примером, отражающим сущность этого свойства.

Из дисперсионного уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2}{c^2} \{ \varepsilon_{zz} \mu_{zz} k_z^4 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} k_y^4 + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} k_x^4 + (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) k_x^2 k_z^2 + \\ & + (\varepsilon_{yy} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{yy}) k_y^2 k_z^2 + (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) k_x^2 k_y^2 \} - \\ & - \frac{\omega^4}{c^4} \{ \varepsilon_{zz} \mu_{zz} (\varepsilon_{xx} \mu_{yy} + \varepsilon_{yy} \mu_{xx}) k_z^2 + \varepsilon_{yy} \mu_{yy} (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) k_y^2 + \\ & + \varepsilon_{xx} \mu_{xx} (\varepsilon_{yy} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{yy}) k_x^2 \} + \frac{\omega^6}{c^6} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} \mu_{xx} \mu_{yy} \mu_{zz} = 0 \end{aligned}$$

при распространении вдоль оси z получаем $k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{yy} \mu_{xx}$, $k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} \mu_{yy}$.

Пусть $\varepsilon_{xx} < 0$, $\mu_{yy} < 0$ или $\varepsilon_{xx} > 0$, $\mu_{yy} < 0$, а остальные компоненты произвольны. Тогда для волны, у которой $\mathbf{E}$ направлено вдоль оси x , а $\mathbf{H}$ – вдоль оси y , получаем ($\varepsilon_{xx} = -|\varepsilon_{xx}|$, $\mu_{yy} = -|\mu_{yy}|$):

$$H_y = -\frac{\omega}{ck_z} |\varepsilon_{xx}| E_x, \quad E_x = -\frac{\omega}{ck_z} |\mu_{yy}| H_y, \quad (10)$$

т.е. направления векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ составляют левую тройку с направлением волнового вектора. Между тем вектор Пойнтинга, безотносительно к знакам ε_{ij} и μ_{ij} , составляет с $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ правую тройку. Следовательно, $\mathbf{k}$ и $\mathbf{S}$ антипараллельны.

5. Обсуждение

Решение проблемы фокусировки при преломлении на плоской границе, как отмечено выше, связывается со средами с отрицательными значениями скалярных диэлектрической и магнитной проницаемостей. Ведутся исследования по созданию искусственных сред с $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ одновременно, так как таких сред, по-видимому, в природе нет.

Кристаллы с $\varepsilon'_{||} \varepsilon'_{\perp} < 0$, на которых также может быть осуществлена фокусировка при преломлении на плоской границе, в природе имеются. Так, в [7] рассчитаны $\varepsilon_{||}$ и $\varepsilon_{\perp}$ для кристаллов MgF_2 и TiO_2 . У обоих кристаллов имеются интервалы частот, в которых $\varepsilon'_{||}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ имеют противоположные знаки. Однако мнимые части у $\varepsilon_{||}$ и $\varepsilon_{\perp}$ велики, что затрудняет возможность использования этих кристаллов. Во всяком случае, не исключена возможность найти или синтезировать кристаллы с $\varepsilon'_{||} \varepsilon'_{\perp} < 0$ и слабым поглощением в сколь угодно малом частотном интервале. Что касается создания искусственных анизотропных сред с $\varepsilon_{||} \varepsilon_{\perp} < 0$, то это, на наш взгляд, на фоне

созданных уже искусственных сред с отрицательным ε (и $\mu > 0$) проще, чем создание сред со скалярными, одновременно отрицательными ε и μ . Дело в том, что анизотропные искусственные структуры могут быть сконструированы на основании обычных изотропных сред с $\varepsilon > 0$ и искусственных изотропных сред с $\varepsilon < 0$ [8].

Выражаю глубокую благодарность проф. Р.Б.Костяню за ценные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Smith et al. Phys. Rev. Lett., **84**, 4184 (2000).
2. J. Pendry et al. Phys. Rev. Lett., **76**, 1773 (1996).
3. В.Г. Веселаго. УФН, **92**, 517 (1967).
4. О.С. Ерицяи. Кристаллография, **23**, 461 (1978).
5. О.С. Ерицяи. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, Айастан, 1988.
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1957.
7. В.В. Брыксин и др. ФТТ, **15**, 1118 (1973).
8. М.Бори, Э.Вольф. Основы оптики. М., Наука, 1970.

ԲԱՅ ԱԼԻԲԱՅԻՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԸ
ՈՐՊԵՍ ՀԱՐԹ ՈՍՊՆՅԱԿՆԵՐԻ ՍՏԵՂԾՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐ

Հ.Ս. ԵՐԻՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ բաց ալիքային վեկտորների մակերևութով միջավայրերը կարող են ծառայել էլեկտրամագնիսական ալիքի կետային աղբյուրից տարամիտող փունջը ֆոկուսացնելու համար, երբ այդ փունջը բեկվում է նշված միջավայրերի հարթ սահմանին: Քննարկված է ինչպես ոչ մագնիսական, այնպես էլ մագնիսական անիզոտրոպ միջավայրերի դեպքը:

MEDIA WITH OPEN SURFACES OF WAVE VECTORS AS POSSIBLE OBJECTS FOR CREATION OF PLATE LENSES

H.S. ERITSYAN

It is shown that media with open surfaces of wave vectors may be used for focusing of diverge rays by refraction at a plane boundary. The cases of non-magnetic and magnetic anisotropic media are considered.