

УДК 530.145

КУЛОН-ОСЦИЛЛЯТОРНАЯ ДУАЛЬНОСТЬ И ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В 5-МЕРНОМ КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ

Л.Г. МАРДОЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 28 июля 2003 г.)

Показано, что преобразование Гурвица связывает задачу восьмимерного репульсивного осциллятора с пятимерной задачей Кулона в непрерывном спектре. Вычислены гиперсферические и параболические базисы этой системы. Решена квантовомеханическая задача рассеяния заряженных частиц в 5-мерном кулоновском поле.

1. Введение

Известно, что 8-мерный изотропный осциллятор со связью дуален 5-мерной кулоновской задаче в дискретном спектре [1-4]. Это свойство является частным случаем более общего утверждения, гласящего, что 8-мерный изотропный осциллятор (без дополнительной связи) дуален 5-мерному неабелевому монополю Янга [5-7]. Аналогично можно показать, что 8-мерный репульсивный изотропный осциллятор ($U = -\mu\omega^2 r^2 / 2$) со связью дуален 5-мерной задаче Кулона в непрерывном спектре. Этот факт, как и в случае связанных состояний, в дальнейшем назовем кулон-осцилляторной дуальностью. В силу $SO(5,1)$ скрытой симметрии задача Кулона факторизуется не только в сферических, но и в параболических координатах. Наличие параболического базиса позволяет построить точную теорию рассеяния заряженных частиц в 5-мерном кулоновском поле.

Настоящая статья построена следующим образом. В §2 показано, что 8-мерный репульсивный осциллятор дуален 5-мерной кулоновской задаче в непрерывном спектре. В §3 получены волновые функции 5-мерной кулоновской задачи для непрерывного спектра в гиперсферических и параболических координатах определенных типов. В §4 рассмотрена квантовомеханическая задача рассеяния заряженной частицы в 5-мерном кулоновском поле, получены формулы для амплитуды и сечения рассеяния. В заключении мы возвращаемся к дион-осцилляторной дуальности и приводим дополнительную информацию, относящуюся к этому интересному свойству.

2. Кулон-осцилляторная дуальность

Рассмотрим преобразование Гурвица [1]:

$$\begin{aligned}x_0 &= u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - u_4^2 - u_5^2 - u_6^2 - u_7^2, \\x_2 + ix_1 &= 2[(u_0 + iu_1)(u_5 + iu_4) + (u_2 - iu_3)(u_7 - iu_6)], \\x_4 + ix_3 &= 2[(u_0 + iu_1)(u_7 + iu_6) - (u_2 - iu_3)(u_5 - iu_4)].\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь u_μ ($\mu = 0, 1, \dots, 7$) — координаты пространства $\mathbb{R}^8(u_\mu)$, а x_i ($i = 0, 1, \dots, 4$) — пространства $\mathbb{R}^5(x_\mu)$. Из (1) легко заметить, что имеет место равенство

$$u^4 = (u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2)^2 = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = r^2, \quad (2)$$

которое называется тождеством Эйлера. Согласно [1] связь между операторами Лапласа в пространствах $\mathbb{R}^8(u_\mu)$ и $\mathbb{R}^5(x_i)$ имеет вид

$$\Delta_8 = 4r\Delta_5 - \frac{4}{r}\bar{J}^2, \quad (3)$$

где $\bar{J}^2 = \bar{J}_1^2 + \bar{J}_2^2 + \bar{J}_3^2$, а

$$\begin{aligned}\bar{J}_1 &= \frac{i}{2} \left(u_1 \frac{\partial}{\partial u_0} - u_0 \frac{\partial}{\partial u_1} + u_3 \frac{\partial}{\partial u_2} - u_2 \frac{\partial}{\partial u_3} + u_5 \frac{\partial}{\partial u_4} - u_4 \frac{\partial}{\partial u_5} + u_7 \frac{\partial}{\partial u_6} - u_6 \frac{\partial}{\partial u_7} \right), \\ \bar{J}_2 &= \frac{i}{2} \left(u_2 \frac{\partial}{\partial u_0} - u_3 \frac{\partial}{\partial u_1} - u_0 \frac{\partial}{\partial u_2} + u_1 \frac{\partial}{\partial u_3} - u_6 \frac{\partial}{\partial u_4} + u_7 \frac{\partial}{\partial u_5} + u_4 \frac{\partial}{\partial u_6} - u_5 \frac{\partial}{\partial u_7} \right), \\ \bar{J}_3 &= \frac{i}{2} \left(u_3 \frac{\partial}{\partial u_0} + u_2 \frac{\partial}{\partial u_1} - u_1 \frac{\partial}{\partial u_2} - u_0 \frac{\partial}{\partial u_3} - u_7 \frac{\partial}{\partial u_4} - u_6 \frac{\partial}{\partial u_5} + u_5 \frac{\partial}{\partial u_6} + u_4 \frac{\partial}{\partial u_7} \right).\end{aligned}$$

Пользуясь явным видом операторов $\bar{J}_a$, можно прямым вычислением показать, что они удовлетворяют коммутационным соотношениям $[\bar{J}_a, \bar{J}_b] = i\varepsilon_{abc}\bar{J}_c$, где $a, b, c = 1, 2, 3$.

Теперь свяжем 8-мерную задачу репульсивного осциллятора

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_8 - \frac{\mu\omega^2 u^2}{2} \right) \psi(u_\mu) = E\psi(u_\mu) \quad (4)$$

с 5-мерной задачей Кулона. Так как операторы $\bar{J}_a$ не зависят от координат x_i , допустим, что волновую функцию $\psi(u_\mu)$ 8-мерного репульсивного осциллятора можно представить в следующем факторизованном виде:

$$\psi(u_\mu) = \psi(x_i) \Phi(\Omega_a), \quad (5)$$

где через Ω_a обозначены углы, от которых зависят операторы $\bar{J}_a$, а $\Phi(\Omega_a)$ является собственной функцией оператора $\bar{J}^2$, т.е.

$$\bar{J}^2 \Phi(\Omega_a) = J(J+1)\Phi(\Omega_a). \quad (6)$$

Здесь $J(J+1)$ – собственные значения оператора $\hat{J}^2$. Теперь, подставляя в (4) формулу (3) и учитывая соотношения (5) и (6), приходим к уравнению

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_5 - \frac{e^2}{r} + \frac{\hbar^2}{2\mu r^2} J(J+1) \right) \psi(x_i) = \varepsilon \psi(x_i), \quad (7)$$

где $\varepsilon = \mu \omega^2 / 8$, а $4e^2 = E$. Таким образом, мы получили, что 8-мерный репульсивный осциллятор дуален бесконечному числу 5-мерных кулоновских систем с дополнительным членом $1/r^2$ и константой связи $\hbar^2 J(J+1)/2\mu$. При $J=0$ мы получим уравнение для 5-мерной задачи Кулона:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_5 - \frac{e^2}{r} \right) \psi(x_i) = \varepsilon \psi(x_i). \quad (8)$$

Условие $J=0$ равносильно требованию $\hat{J}_a \psi(x_i) = 0$. Кроме того, из (1) следует, что $\psi(x_i)$ есть четная функция переменных u_μ : $\psi(x_i(-u_\mu)) = \psi(x_i(u_\mu))$.

3. Гиперсферический и параболический базисы

Определим 5-мерные гиперсферические координаты $r \in [0, \infty)$, $\theta \in [0, \pi]$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in [0, \pi]$, $\gamma \in [0, 4\pi)$ в $\mathbb{R}^5(x)$ следующим образом:

$$x_0 = r \cos \theta, \quad x_2 + ix_1 = r \sin \theta \sin \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha - \gamma}{2}}, \quad x_4 + ix_3 = r \sin \theta \cos \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha + \gamma}{2}}. \quad (9)$$

Элемент объема и оператор Лапласа в координатах (9) имеют вид

$$dV_5 = \frac{r^4}{8} \sin^3 \theta \sin \beta dr d\theta d\alpha d\beta d\gamma,$$

$$\Delta_5 = \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^4 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^3 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^3 \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) - \frac{4}{r^2 \sin^2 \theta} \bar{L}^2,$$

где

$$\bar{L}^2 = - \left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \cot \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - 2 \cos \beta \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \gamma} + \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} \right) \right].$$

Компоненты оператора момента $\bar{L}$ имеют вид

$$\bar{L}_1 = i \left(\cos \alpha \cot \beta \frac{\partial}{\partial \alpha} + \sin \alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \frac{\partial}{\partial \gamma} \right),$$

$$\bar{L}_2 = i \left(\sin \alpha \cot \beta \frac{\partial}{\partial \alpha} - \cos \alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \frac{\partial}{\partial \gamma} \right),$$

$$\bar{L}_3 = -i \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad \bar{L}_3' = -i \frac{\partial}{\partial \gamma}.$$

Решение уравнения (8) в гиперсферических координатах (9) имеет вид

$$\psi_{k\lambda Lmm}(r, \theta, \alpha, \beta, \gamma) = \sqrt{\frac{2L+1}{2\pi^2}} R_{k\lambda}(r) Z_{\lambda L}(\theta) D_{mm}^L(\alpha, \beta, \gamma),$$

где нормированная условием

$$\frac{1}{8} \int \left| D_{mm}^L(\alpha, \beta, \gamma) \right|^2 \sin \beta d\alpha d\beta d\gamma = \frac{2\pi^2}{2L+1}$$

функция Вегнера $D_{mm}^L(\alpha, \beta, \gamma)$ является собственной функцией взаимно коммутирующих операторов $\hat{L}^2, \hat{L}_3, \hat{L}_3$ [8]. Функция $Z_{\lambda L}(\theta)$ дается формулой [3]

$$Z_{\lambda L}(\theta) = 2^{2L+1} \Gamma\left(2L + \frac{3}{2}\right) \sqrt{\frac{(2\lambda+3)(\lambda-2L)!}{2\pi(\lambda+2L+2)!}} (\sin \theta)^{2L} C_{\lambda-2L}^{2L+3/2}(\cos \theta),$$

где C_n^λ — полином Гегенбауэра, а квантовое число λ принимает значения $\lambda = 2L, 2L+1, \dots$. Радиальная волновая функция непрерывного спектра имеет вид

$$R_{k\lambda}(r) = C_{k\lambda} \frac{(2ikr)^\lambda}{(2\lambda+3)!} e^{-ikr} F\left(\lambda+2+\frac{i}{ak}; 2\lambda+4; 2ikr\right).$$

Здесь $k = \sqrt{2\mu\varepsilon/\hbar^2}$, $a = \hbar^2/\mu e^2$ — радиус Бора. Далее, пользуясь следующим представлением вырожденной гипергеометрической функции [9]:

$$F(a; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)} (-z)^{-a} G(a; a-c+1; -z) + \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} e^z z^{a-c} G(c-a; 1-a; z), \quad (10)$$

где

$$G(a; c; z) = 1 + \frac{ac}{1!z} + \frac{a(a+1)c(c+1)}{2!z^2} + \dots,$$

для радиальной волновой функции $R_{k\lambda}(r)$ получим выражение

$$R_{k\lambda}(r) = C_{k\lambda} \frac{(-i)^\lambda}{2k^2 r^2} e^{-\frac{\pi}{2ak}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-\left[kr - \frac{\pi}{2}(\lambda+2) + \frac{1}{ck} \ln 2kr \right]}}{\Gamma\left(\lambda+2 - \frac{i}{ak}\right)} G\left(\lambda+2 - \frac{i}{ak}; \frac{i}{ak} - \lambda - 1; -2ikr\right) \right\}. \quad (11)$$

Если радиальную волновую функцию нормировать условием

$$\int_0^\infty r^4 R_{k'\lambda}^*(r) R_{k\lambda}(r) dr = 2\pi \delta(k-k'),$$

то нормировочный коэффициент $C_{k\lambda}$ равен

$$C_{k\lambda} = (-i)^\lambda 4k^2 e^{\frac{\pi}{2ak}} \left| \Gamma\left(\lambda+2 - \frac{i}{ak}\right) \right|.$$

Асимптотическое выражение $R_{k\lambda}(r)$ при больших r (первый член разложения (11)) имеет вид

$$R_{k\lambda}(r) \approx \frac{2}{r^2} \sin \left[kr + \frac{1}{ak} \ln 2kr - \frac{\pi}{2} (\lambda + 1) + \delta_\lambda \right],$$

где

$$\delta_\lambda = \arg \Gamma \left(\lambda + 2 - \frac{i}{ak} \right).$$

Теперь определим параболические координаты в $\mathfrak{R}^5(x_i)$ следующим образом:

$$x_0 = \frac{1}{2}(\xi - \eta), \quad x_2 + ix_1 = \sqrt{\xi\eta} \sin \frac{\beta}{2} e^{i\frac{\alpha-\gamma}{2}}, \quad x_4 + ix_3 = \sqrt{\xi\eta} \cos \frac{\beta}{2} e^{i\frac{\alpha+\gamma}{2}},$$

где $\xi, \eta \in [0, \infty)$. В этих координатах элемент объема и лапласиан имеют вид

$$dV_5 = \frac{\xi\eta}{32} (\xi + \eta) \sin \beta d\xi d\eta d\alpha d\beta d\gamma,$$

$$\Delta_5 = \frac{4}{\xi + \eta} \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right] - \frac{4}{\xi\eta} \bar{L}^2.$$

Тогда уравнение (8) можно записать в виде

$$\left\{ \frac{4}{\xi + \eta} \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right] - \frac{4\bar{L}^2}{\xi\eta} \right\} \psi + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\varepsilon + \frac{2e^2}{\xi + \eta} \right) \psi = 0. \quad (12)$$

После подстановки

$$\psi(\xi, \eta, \alpha, \beta, \gamma) = \Phi_1(\xi) \Phi_2(\eta) D_{mm'}^L(\alpha, \beta, \gamma)$$

переменные в уравнении (12) разделяются и мы приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\Phi_1}{d\xi} \right) + \left[\frac{k^2}{4} \xi - \frac{L(L+1)}{\xi} + \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_1 &= 0, \\ \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{d\Phi_2}{d\eta} \right) + \left[\frac{k^2}{4} \eta - \frac{L(L+1)}{\eta} - \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_2 &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где Ω — параболическая постоянная разделения. Если функцию $\psi_{k\Omega L mm'}(\xi, \eta, \alpha, \beta, \gamma)$ нормировать условием

$$\frac{1}{4} \int \psi_{k\Omega L mm'}^*(\xi, \eta, \alpha, \beta, \gamma) \psi_{k\Omega L mm'}(\xi, \eta, \alpha, \beta, \gamma) \xi \mu (\xi + \eta) d\xi d\eta = 2\pi \delta(k - k') \delta(\Omega - \Omega'),$$

то параболический базис будет иметь вид

$$\psi_{k\Omega,mm'}(\xi, \eta, \alpha, \beta, \gamma) = \sqrt{\frac{2L+1}{2\pi^2}} C_{k\Omega} \Phi_{k\Omega}(\xi) \Phi_{k, -\Omega}(\eta) D_{mm'}^L(\alpha, \beta, \gamma), \quad (14)$$

где

$$\Phi_{k\Omega}(x) = \frac{(ikx)^L}{(2L+1)!} e^{-ikx/2} F\left(L+1, \frac{i}{2ak} + \frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}, \Omega; 2L+2; ikx\right), \quad (15)$$

$$C_{k\Omega} = (-1)^L \sqrt{\frac{\hbar^2 k^3}{2\pi\mu}} e^{\frac{\pi}{2ak}} \Gamma\left(L+1 - \frac{i}{2ak} - \frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}\right) \Omega \Gamma\left(L+1 - \frac{i}{2ak} + \frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}\right) \Omega. \quad (16)$$

Отметим, что при вычислении нормировочного множителя (16) мы использовали представление вырожденной гипергеометрической функции (10).

4. 5-мерное обобщение формулы Резерфорда

Теперь рассмотрим рассеяние заряженной частицы в 5-мерном кулоновском поле. Поскольку движение в кулоновском поле произвольной размерности $d \geq 3$ является двумерной задачей, то волновая функция не зависит от углов α, β и γ , т.е. от квантовых чисел L, m и m' . Подставляя в уравнения (13) $L=0$, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\Phi_1}{d\xi} \right) + \left[\frac{k^2}{4} \xi + \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_1 &= 0, \\ \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{d\Phi_2}{d\eta} \right) + \left[\frac{k^2}{4} \eta - \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Мы должны найти такие решения уравнений (17), чтобы решение уравнения Шредингера при отрицательных $x_0 \in (-\infty; 0)$ и больших $r \rightarrow \infty$ имело вид плоской волны

$$\psi_{k\Omega}(\xi, \eta) \approx e^{ikx_0} = e^{\frac{ik}{2}(\xi - \eta)}.$$

Этому условию можно удовлетворить, если считать, что параболическая постоянная разделения равна

$$\Omega = -\frac{\hbar}{a\sqrt{\mu}} - i\frac{2\hbar k}{\sqrt{\mu}}.$$

Подставляя последнее соотношение в уравнения (17), находим следующее решение уравнения Шредингера, которое описывает рассеяние заряженной частицы в 5-мерном поле Кулона:

$$\psi_k(\xi, \eta) = C_k e^{\frac{ik}{2}(\xi - \eta)} F\left(\frac{i}{ak}; 2; ik\eta\right), \quad (18)$$

где C_k – постоянная нормировки. Для того чтобы выделить в функции (18) падающую и рассеянную волны, надо рассмотреть ее поведение на больших расстояниях от кулоновского рассеивающего центра. Воспользовавшись первыми двумя членами представления (10) для вырожденной гипергеометрической функции, при больших η получим

$$F\left(\frac{i}{ak}; 2; ik\eta\right) \approx e^{-\frac{\pi}{2ak}} \left\{ \frac{e^{-\frac{i}{ak} \ln k\eta}}{\Gamma\left(2 - \frac{i}{ak}\right)} \left[1 + \frac{1 + iak}{ia^2 k^3 \eta} - \frac{1 + a^2 k^2}{2a^4 k^6 \eta^2} \right] - \frac{i(ak + i)}{\Gamma\left(2 + \frac{i}{ak}\right)} \frac{e^{ik\eta}}{a^2 k^4 \eta^2} e^{\frac{i}{ak} \ln k\eta} \right\}.$$

Теперь, подставляя последнее соотношение в волновую функцию (18), постоянную нормировки C_k выбирая в виде

$$C_k = \Gamma\left(2 - \frac{i}{ak}\right) e^{\frac{\pi}{2ak}},$$

чтобы падающая плоская волна имела единичную амплитуду, а также переходя к гипертсферическим координатам согласно формулам $r = (\xi + \eta)/2$, $\eta = r - x_0 = r(1 - \cos \theta)$, получим

$$\begin{aligned} \psi_k(\xi, \eta) = & \left[1 + \frac{1 + iak}{2ia^2 k^3 r \sin^2 \theta/2} - \frac{1 + a^2 k^2}{8a^4 k^6 r^2 \sin^2 \theta/2} \right] \times \\ & \times \exp \left[ikx_0 - \frac{i}{ak} \ln \left(2kr \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] + \frac{f(\theta)}{r^2} \exp \left[ikr + \frac{i}{ak} \ln 2kr \right], \end{aligned}$$

где $f(\theta)$ – амплитуда рассеяния, имеющая вид

$$f(\theta) = -\frac{i(ak + i)}{4a^2 k^4 \sin^4 \theta/2} \frac{\Gamma\left(2 - \frac{i}{ak}\right)}{\Gamma\left(2 + \frac{i}{ak}\right)} \exp \left(\frac{2i}{ak} \ln \sin \frac{\theta}{2} \right).$$

Таким образом, для сечения рассеяния $d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega$ ($d\Omega$ – элемент телесного угла) получим формулу

$$d\sigma = \frac{1 + a^2 k^2}{16a^4 k^8 \sin^8 \theta/2} d\Omega.$$

5. Заключение

Выше была построена квантовая теория рассеяния заряженной квантовой частицы в 5-мерном кулоновском поле. Эта задача, с физической точки зрения, была спровоцирована дион-осцилляторной дуальностью, присущей математической структуре квантовой механики, и доказывающей, что в ее рамках есть место неабелевому магнитному монополю Янга [10]. Однако, свойство дион-осцилляторной дуальности присуще не только отображению

$\mathbb{R}^8 \rightarrow \mathbb{R}^5$, но и отображениям $\mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$, $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$, причем в первых двух случаях на выходе возникают одномерный и двумерный анион [11,12], а в третьем – абелев монополь Дирака [13-16].

Работа выполнена при поддержке гранта ANSEF № PS-81.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.S.Davtyan, L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. J. Phys., A20, 6121 (1987).
2. D.Lambert, M.Kibler. J. Phys., A21, 303 (1988).
3. X.Г.Караян, Л.Г.Мардоян, В.М.Тер-Антонян. Изв. НАН Армении, Физика, 38, 78 (2003).
4. Kh.H.Karayan, L.G.Mardoyan, V.M.Ter-Antonyan. Phys. Part. Nucl., 33(7), 202 (2002).
5. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Phys. Atom. Nucl., 61, 1859 (1998).
6. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Mod. Phys. Lett., A14, 1303 (1999).
7. L.G.Mardoyan. Phys. Atom. Nucl., 65, 1063 (2002).
8. Д.А.Варшалавич, А.Н.Москалев, В.К.Херсонский. Квантовая теория углового момента. Л., Наука, 1975.
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
10. C.N. Yang. J. Math. Phys., 19, 320 (1978).
11. V.M.Ter-Antonyan. Dyon-oscillator duality. quant-ph/0003106.
12. A.Nersessian, V.Ter-Antonyan, M.Tsulaya. Mod. Phys. Lett., A11, 1605 (1996).
13. T.Iwai, Y.Uwano. J. Phys., A21, 4083 (1988).
14. A.Nersessian, V.Ter-Antonyan. Mod. Phys. Lett., A9, 2431 (1994).
15. A.Nersessian, V.Ter-Antonyan. Mod. Phys. Lett., A10, 2633 (1995).
16. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Int. J. Mod. Phys., A12, 237 (1997).

ԿՈՒԼՈՆ-ՕՍՑԻԼԱՏՈՐԱՅԻՆ ԴՈՒՍԼՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՑՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐԸ 5-ՉԱՓԱՆԻ ԿՈՒԼՈՆՅԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Լ.Գ. ՄԱՐԴՅԱՆ

Ցույց է արված, որ Հուրվիցի ձևափոխությունը ութ չափանի ռեպուլսիվ օսցիլյատորի խնդիրը կապում է հինգ չափանի Կուլոնի խնդրի հետ անընդհատ սպեկտրի դեպքում: Հաշվված են այդ համակարգի հիպերգնդաձև և պարաբոլային բազիսները: Լուծված է 5-չափանի կուլոնյան դաշտում լիցքավորված մասնիկների ցրման քվանտամեխանիկական խնդիրը:

COULOMB-OSCILLATOR DUALITY AND SCATTERING PROBLEM IN THE FIVE-DIMENSIONAL COULOMB FIELD

L.G. MARDOYAN

It is shown that the Hurwitz transformation connects the eight-dimensional repulsive oscillator problem with the five-dimensional Coulomb problem for continuous spectrum. The hyperspherical and parabolic bases for this system are calculated. The quantum-mechanical scattering problem of charged particles in the five-dimensional Coulomb field is solved.