

УДК 537.531

## ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ СГУСТКОВ НА СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕНКОВА В ВОЛНОВОДЕ

В.Г. КОЧАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 30 сентября 2003 г.)

Разработана методика, основанная на программах Matlab-a, которая позволяет оценить влияние неравномерности движения сгустков в поле излучения предыдущих сгустков на эффект генерации излучения Вавилова-Черенкова. Проведен детальный анализ изменения спектра и величины поля излучения в случае последовательности излучающих сгустков.

### 1. Введение

Теория черенковского излучения развита для равномерно движущихся частиц и обоснована тем обстоятельством, что релятивистский заряженный сгусток при изменении энергии тем не менее практически не меняет своей скорости, чем и достигается выполнение условия излучения Черенкова – равенство фазовой скорости излученной волны и скорости движения заряда [1]. В случае последовательности излучающих сгустков возникает проблема влияния поля излучения каждого предыдущего сгустка на последующие, что приводит к модуляции скорости движения сгустков. Строго говоря, речь идет о самосогласованном решении задачи. Поиск такого решения может быть заменен моделированием закона движения и взаимодействия излучающих сгустков, исходя в каждом конкретном случае из величины заряда, формы сгустков и среднего расстояния между их центрами.

### 2. Расчетные выражения

Рассмотрим цилиндрический волновод радиуса  $R$ , заполненный однородной средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и с прорезанным в центре волновода круглым каналом радиуса  $a$ . Ось канала совпадает с осью  $z$  цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$ . Ток, возбуждающий излучение в волноводе, представим как последовательность из  $N$  одинаковых заряженных цилиндрических сгустков с радиусом поперечного сечения  $r_0 < a$ , длиной  $l$  и зарядом  $q$ , движущихся вдоль оси  $z$  со скоростью  $v = \beta c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Если выбрать частоту следования сгустков равной  $f$ , то расстояние между центрами сгустков будет  $d = v/f$ . В случае однородного

распределения заряда для продольной составляющей электрического поля черенковского излучения имеем:

в канале, при  $0 \leq r \leq a$ :

$$E_z^c(r, \theta, z, t) = \frac{8\pi q v^2 \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1}}{r_0 l a} \sum_s \frac{I_1(\lambda_{1s} b) I_0(\lambda_{1s} r) \Phi_0(\lambda_{2s}, a, R)}{I_0(\lambda_{1s} a) D(\omega_s) \omega_s^2} F_1\left(\frac{\omega_s}{v}, t\right) \quad (1a)$$

в диэлектрике, при  $a \leq r \leq R$ :

$$E_z^d(r, \theta, z, t) = \frac{8\pi q v^2 \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1}}{r_0 l a} \sum_s \frac{I_1(\lambda_{1s} b) \Phi_0(\lambda_{2s}, r, R)}{D(\omega_s) \omega_s^2} F_1\left(\frac{\omega_s}{v}, t\right), \quad (1b)$$

где  $\omega_s$  – собственные частоты мод, а соответствующие поперечные волновые числа  $\lambda_{1s} = \omega_s \sqrt{1 - \beta^2} / v$ ,  $\lambda_{2s} = \omega_s \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1} / v$  определяются из дисперсионного уравнения

$$\varepsilon \sqrt{1 - \beta^2} I_0(\lambda_{1s} a) \Phi_{10}(\lambda_{2s}, a, R) - \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1} I_1(\lambda_{1s} a) \Phi_{00}(\lambda_{2s}, a, R) = 0;$$

$$\Phi_{00}(\lambda_2, a, R) = J_0(\lambda_2 a) N_0(\lambda_2 R) - N_0(\lambda_2 a) J_0(\lambda_2 R);$$

$$\Phi_{10}(\lambda_2, a, R) = J_1(\lambda_2 a) N_0(\lambda_2 R) - N_1(\lambda_2 a) J_0(\lambda_2 R);$$

$I_0(x)$ ,  $I_1(x)$  – модифицированные функции Бесселя первого рода,  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$  и  $N_0(x)$ ,  $N_1(x)$  – функции Бесселя и Неймана нулевого и первого порядка,

$$D(\omega) = \varepsilon R \sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1} I_0(\lambda_1 a) \Phi_{11}(\lambda_2, a, R) - a(\varepsilon - 1) I_1(\lambda_1 a) \Phi_{10}(\lambda_2, a, R) -$$

$$- (\varepsilon - 1) a \sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1} I_0(\lambda_1 a) \Phi_{00}(\lambda_2, a, R) - R(\varepsilon\beta^2 - 1) I_1(\lambda_1 a) \Phi_{01}(\lambda_2, a, R),$$

$$\Phi_{01}(\lambda_2, a, R) = J_0(\lambda_2 a) N_1(\lambda_2 R) - N_0(\lambda_2 a) J_1(\lambda_2 R);$$

$$\Phi_{11}(\lambda_2, a, R) = J_1(\lambda_2 a) N_1(\lambda_2 R) - N_1(\lambda_2 a) J_1(\lambda_2 R);$$

в области  $N$ -ого сгустка при  $|z - vt| \leq l/2 - (N - 1)d$

$$F_1\left(\frac{\omega_s}{v}, t\right) = \sin\left(\frac{\omega_s}{v} \left(z - vt - \frac{(N - 1)d + l}{2}\right)\right) -$$

$$- 2 \sin\left(\frac{\omega_s l}{2v}\right) \frac{\sin\left(\frac{\omega_s L}{2v} (N - 1)\right)}{\sin\left(\frac{\omega_s L}{2v}\right)} \cos\left(\frac{\omega_s}{v} \left(z - vt - \frac{(N - 1)d + l}{2}\right)\right),$$

за сгустком

$$F_1\left(\frac{\omega_s}{v}, t\right) = \sin\left(\frac{\omega_s l}{2v}\right) \frac{\sin\left(\frac{\omega_s L}{2v} (N - 1)\right)}{\sin\left(\frac{\omega_s L}{2v}\right)} \cos\left(\frac{\omega_s}{v} \left(z - vt - \frac{(N - 1)L}{2} + \frac{l}{2}\right)\right).$$

Анализ влияния излучения последовательности предыдущих сгустков

на динамику движения и излучение пробного сгустка в волноводе с однородной средой и с прорезанным каналом проводился программой, написанной на языке Matlab. Уравнения движения сгустков решались в приближении, когда изменения скорости за просчетный шаг времени  $\Delta t$  намного меньше скорости света, т.е.  $\frac{w_z \Delta t}{c} \ll 1$ , где  $w_z = \frac{d}{dt} \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}$  – ускорение сгустка. Тогда, согласно выражениям, полученным в [2], имеем

$$z = v_0 t + \frac{w_z t^2}{2} \left( 1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{3/2}; \quad v = v_0 + w_z t \left( 1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{3/2}, \quad (2)$$

где  $w_z = q \langle E_z \rangle / m$ , а  $\langle E_z \rangle$  – среднее поле на сгустке за просчетный шаг программы. В течение каждого шага скорость сгустка считается постоянной, что и допускает использование выражений (1a) и (1b) для вычислений продольной составляющей электрического поля черенковского излучения. К особенностям расчета надо отнести многократный просчет выражений (1a) и (1b) при  $N=1$  в моменты времени, соответствующие пролету последовательности отдельных сгустков, и интерполяцию дискретных значений скорости. Размеры волновода выбирались с использованием экстраполяционной формулы для определения “резонансных” радиусов каналов и обеспечения одномодового режима [3].

### 3. Анализ результатов

Динамика сгустков достаточно разнообразна и зависит от начальной энергии и заряда. Чем больше заряд и меньше его энергия, тем чувствительнее изменение скорости, в этом случае даже наблюдается эффект приобретения энергии сгустком без дополнительных сдвигов в периоде следования (задержек относительно фазы ускоряющего поля). На рис.1 показан случай, когда по оси волновода длиной 1 м и радиусом  $R=0.5302$  см, заполненного однородной средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и с прорезанным каналом радиуса  $a=0.4$  см, пролетают цилиндрические сгустки с радиусом  $r_0=0.1$  см, длиной  $l=0.075$  см, с начальной скоростью  $\beta=0.99$  и зарядом  $q=3 \cdot 10^{11}$  электронов, частота следования 30 ГГц. Размеры волновода выбраны из критериев, приведенных в [4], что позволило суммировать всего лишь 3 моды, хотя последние две моды существенного вклада в поле не давали.

Как можно видеть, уже первый сгусток теряет энергию и излучает на более высоких частотах, а амплитуда поля понижается на расстоянии 80-90 см от сгустка. Скорость изменяется от  $\beta_0=0.99$  до  $\beta_{\min}=0.897$ .

Как видно из рис.2, второй сгусток при пролете расстояния около 30см теряет энергию, далее, попав в ускоряющую фазу поля излучения первого сгустка, приобретает энергию, которая на расстоянии более 60см превышает его начальную энергию. Изменение скорости  $\beta_0=0.99$ ,  $\beta_{\min}=0.9723$ ,

$\beta_{\max} = 0.996$ . Здесь же представлена зависимость продольной компоненты поля  $E_z$  от расстояния за время пролета двух сгустков.

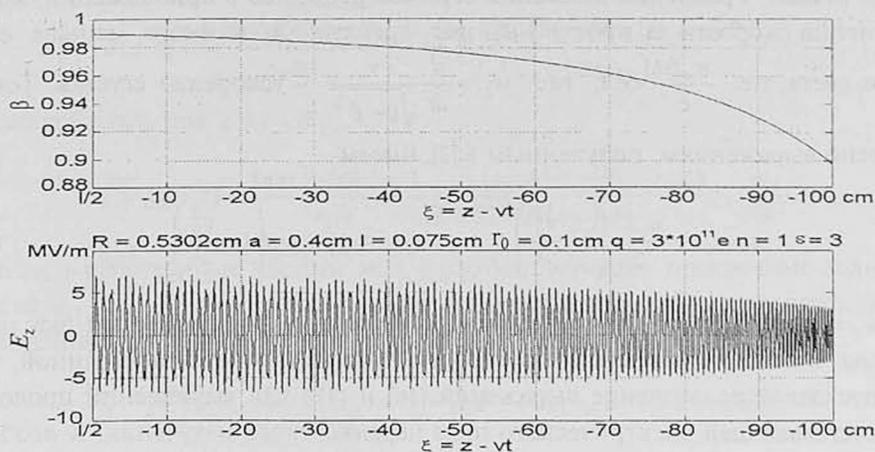


Рис.1. Зависимость скорости и компоненты  $E_z$  поля излучения первого сгустка от расстояния  $\xi = z - vt$ .

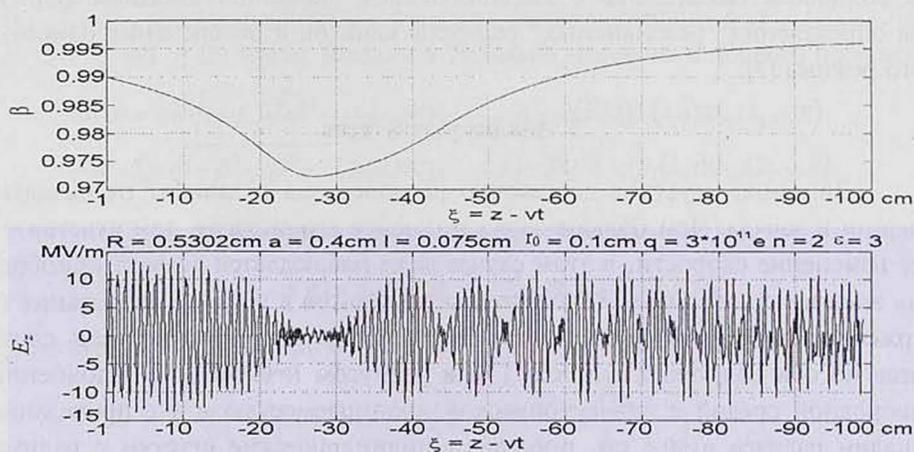


Рис.2. Зависимость скорости второго сгустка и компоненты  $E_z$  поля излучения последовательности из двух сгустков от расстояния  $\xi = z - vt$ .

На рис.3 показан спектр интенсивности излучения, полученный методом FFT (fast Fourier transform), для полей излучения при пролете 1,2,10 и 20 сгустков. Как следует из первого графика, при торможении первого сгустка спектр смещен в сторону высоких частот от резонансной  $f_0 = 30.00$  ГГц, а при наличии ускорения для остальных сгустков смещается в область низких частот. В то время как без учета влияния излучения на изменение скорости сгустков максимум один и приходится на 30 ГГц.

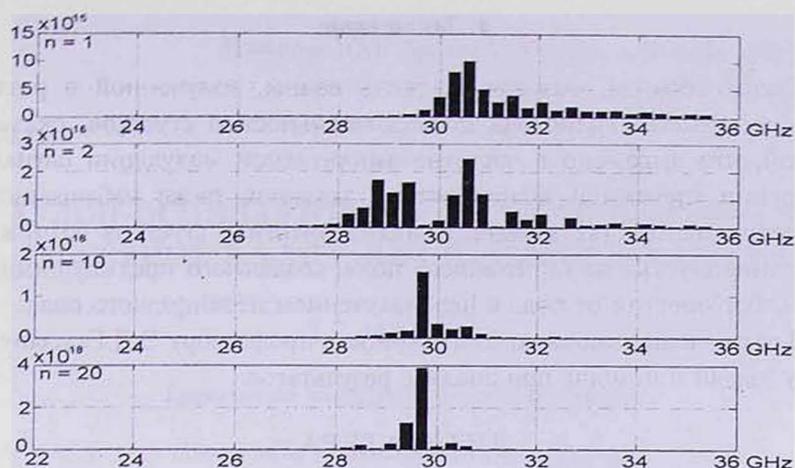


Рис.3. Спектр интенсивности излучения при пролете 1,2,10 и 20 сгустков ( $\beta=0.99$ ).

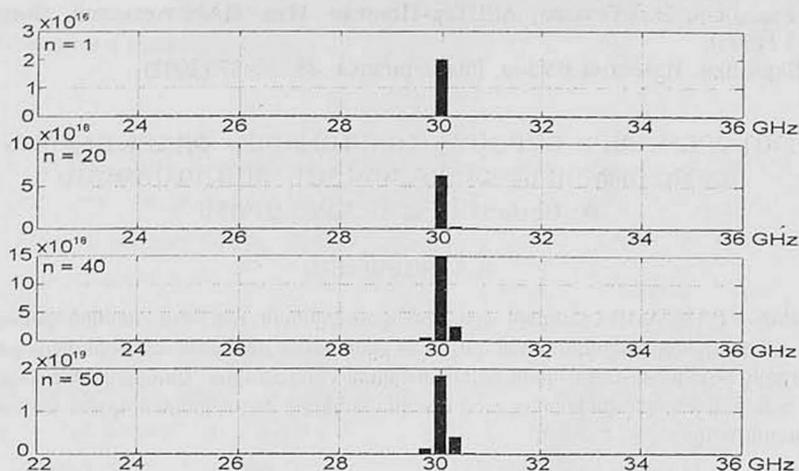


Рис.4. Спектр интенсивности излучения для высокоэнергетических сгустков ( $\beta = 0.9999$ ).

Для высокоэнергетических  $\beta_0 = 0.9999$  сгустков поле излучения более стабильно растет от сгустка к сгустку (эффект когерентного сложения полей), поскольку изменения скорости сгустков не велики. Спектр интенсивности поля излучения показан на рис.4. Он достаточно стабилен, т.е. вклад в поле дает только одна мода. Здесь проиллюстрированы случаи прохождения 1,20, 40 и 50 сгустков. Появление низкочастотных составляющих спектра интенсивности излучения свидетельствует о наличии ускорения сгустка, а высокочастотных – торможения.

Максимум на резонансной частоте свидетельствует о малом влиянии излучения последовательности предыдущих сгустков на динамику движения данного сгустка.

#### 4. Заключение

Таким образом, фазовая скорость волны, излученной в различных точках пространства волновода последовательностью сгустков, оказывается различной, что выражено в частотно-амплитудной модуляции сигнала при рассмотрении временной зависимости в заданной точке наблюдения. При экзотических плотностях зарядов и малых энергиях сгустков возможно соскальзывание сгустка из тормозящего поля, созданного предыдущими сгустками, и отбор энергии от поля с переизлучением несинфазного поля.

В заключение выражаю благодарность профессору Э.Д.Газазяну за постановку задачи и помощь при анализе результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Э.А. Беглоян, В.Г.Кочарян, Э.М.Лазиев. Известия ВУЗов, Радиофизика, **43**, 715-722 (2000).
2. Э.А. Беглоян, Э.Д.Газазян, В.Г.Кочарян, Э.М.Лазиев. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-физические исследования, **7**, 115-117 (1990).
3. А.С.Варданян, Э.Д.Газазян, А.Д.Тер-Погосян. Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 35-43 (1999).
4. А.С.Варданян. Известия ВУЗов, Радиофизика, **45**, 33-37 (2002).

#### ԹԱՆՉՐՈՒԿՆԵՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՅՈՒԹՅՈՒՆԸ ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ՃԱՍԱԳԱՅԹՄԱՆ ԲՆՈՒՅԹԻ ՎՐԱ ԱԼԻԲՍԱՐՈՒՄ

Վ.Գ. ԲՈՉԱՐՅԱՆ

Մշակված է MATLAB ծրագրերի վրա հիմնված եղանակ, որը թույլ է տալիս գնահատել նախորդող թանձրուկների ճառագայթման դաշտում թանձրուկի շարժման անհավասարաչափության ազդեցությունը Վավիլովի-Չերենկովի ճառագայթման էֆեկտի վրա: Մանրակրկիտ վերլուծվում է ճառագայթման սպեկտրի փոփոխությունը և թանձրուկների հաջորդականության ճառագայթման դաշտի մեծությունը:

#### INFLUENCE OF THE BUNCHES VELOCITY VARIATION ON THE FEATURES OF THE CHERENKOV RADIATION IN WAVEGUIDE

V.G. KOCHARYAN

A method is developed based on MATLAB program, which permits one to estimate the influence of the velocity irregularity of bunches moving in the radiation field of the previous bunches on the features of the Vavilov-Cherenkov radiation effect. The radiation spectrum variation is analyzed and the radiation field change for the train of radiating bunches is estimated.