

УДК 548.0

ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОНДУЛЯТОРАХ

Н.А.КОРХМАЗЯН, Н.Н.КОРХМАЗЯН, Н.Э.БАБАДЖАНИЯН

Армянский педагогический университет им. Х.Абовяна

(Поступила в редакцию 23 сентября 2002 г.)

Развита теория излучения в кристаллических микроондуляторах. Показано, что эти ондуляторы могут быть наиболее эффективными, с практической точки зрения, альтернативными источниками излучения в области длин волн $\lambda \leq 0.7 \text{ \AA}$.

В последние годы активно исследуется вопрос о возможном осуществлении так называемых кристаллических ондуляторов [1-5]. Как известно [6-8], если монокристалл твердого раствора $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ выращивать таким образом, чтобы вдоль направления $(1\bar{1}1)$ концентрация раствора имела постоянный градиент, то атомные плоскости будут веерообразно расходиться, а перпендикулярные к ним атомные плоскости (111) – изгибаться, образуя искривленный канал с определенным радиусом кривизны. В работе [5] предлагается рассматривать такой набор плоскопараллельных эквидистантных пластин, у которых направления кривизны периодически меняются (см. рис.1), как микроондулятор. Такие кристаллические ондуляторы в определенных областях рентгеновского излучения по ряду технических причин могут быть предпочтительнее, чем обычные магнитные ондуляторы. Имеется в виду излучение в области длин волн $\lambda \leq 0.2 \div 0.7 \text{ \AA}$, применяемое в структурных исследованиях.

Как видно из рис.1, захваченная в канал релятивистская заряженная частица будет двигаться по кусочно-круговой периодической траектории с частотой колебания $\Omega = 2\pi\beta c/L$. Здесь $L = 2(a+b)$ – период ондулятора, a – толщина пластин, b – расстояние между пластинами. Кроме того, внутри пластины частица совершает также колебания с гораздо большей частотой $\Omega_k \gg \Omega$. Чтобы оценить эффективность подобных ондуляторов, вычислим частотно-угловое распределение излучения по формуле [9]

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c^3} |\mathbf{I}|^2, \quad \mathbf{I} = \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{n}\mathbf{v}] \exp i[\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t)] dt, \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(t) = [x(t), 0, z = \beta ct]$ – радиус-вектор частицы, $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ – единичный вектор, направленный вдоль пролета излученного кванта, βc –

продольная скорость частицы. Для гладко-сшитой траектории частицы, с точностью до малых порядка $x_0/R \ll 1$, имеем

$$x = \begin{cases} az/2R, & 0 \leq z \leq b/2; \\ x_0 - (z - (a+b)/2)^2/2R + a_k \sin \frac{\Omega_k}{\beta c} (z - b/2), & b/2 \leq z \leq (2a+b)/2; \\ a(a+b-z)/2R, & (2a+b)/2 \leq z \leq a+b. \end{cases} \quad (2)$$

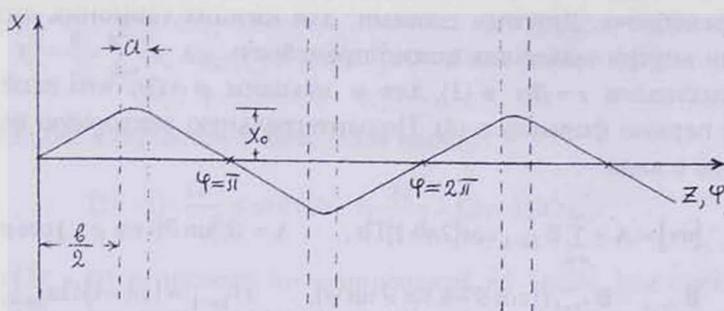


Рис.1. Кривая представляет траекторию частицы в кристаллическом ондуляторе.

Здесь a_k – амплитуда колебаний в канале, которая имеет атомные размеры, а R – радиус кривизны канала. Вводя новую переменную

$$z = \varphi(a+b)/\pi, \quad (3)$$

вместо (2) имеем

$$x = \begin{cases} a(a+b)\varphi/2\pi R, & 0 \leq \varphi \leq \pi b/2(a+b) \equiv \varphi_1; \\ x_0 - (a+b)^2(\varphi - \pi/2)^2/2\pi^2 R + a_k \sin \frac{\Omega_k}{\Omega} (\varphi - \pi b/L), & \varphi_1 \leq \pi b/2(a+b) \leq \varphi \leq \pi(2a+b)/2(a+b) \equiv \varphi_2; \\ a(a+b)(\pi - \varphi)/2\pi R, & \varphi_2 \leq \varphi \leq \pi. \end{cases} \quad (4)$$

Как известно [10], нечетные периодические функции разлагаются в ряд Фурье только по синусам:

$$x(\varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin m\varphi, \quad a_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x \sin m\varphi d\varphi. \quad (5)$$

С учетом того, что $x(\varphi + \pi) = -x(\varphi)$, получим, что отличными от нуля оказываются только коэффициенты Фурье с нечетными номерами. Поэтому вместо (5) имеем

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \sin(2n-1)\varphi, \quad a_{2n-1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin(2n-1)\varphi d\varphi. \quad (6)$$

Вклад в коэффициент a_{2n-1} от колебаний в канале имеет вид

$$\frac{2}{\pi} a_k \int_0^{\pi} \sin \frac{\Omega_k}{\Omega} (\varphi - \pi b/L) \sin(2n-1)\varphi d\varphi. \quad (7)$$

В практически осуществимых случаях амплитуда a_k более чем на два порядка меньше, чем x_0 , и, кроме того, $\Omega_k \gg \Omega$. Поэтому для малых n , для которых $(2n-1) \ll \Omega_k/\Omega$ и первый синус в (7) быстро осциллирует, этим вкладом можно пренебречь. Другими словами, для низших гармоник ондулятора колебаниями внутри кристалла можно пренебречь.

Подставляя $z = \beta ct$ в (3), для φ находим $\varphi = \Omega t$, что необходимо подставить в первую формулу в (6). Подынтегральную векторную величину в (1) представим в виде

$$[nv] = \mathbf{A} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_{2n-1} \cos(2n-1)\Omega t, \quad \mathbf{A} = \beta c \sin \theta (\mathbf{i} \sin \varphi - \mathbf{j} \cos \varphi), \quad (8)$$

$$\mathbf{B}_{2n-1} = U_{2n-1} (\mathbf{j} \cos \theta - \mathbf{k} \sin \theta \sin \varphi), \quad U_{2n-1} = (2n-1)\Omega a_{2n-1},$$

где $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ – орты по осям x, y, z . Жесткое излучение релятивистских частиц в основном происходит в пределах углов $\theta \approx \sqrt{1-\beta^2} = 1/\gamma$ к направлению скорости. Угол наклона прямолинейных участков траектории равен $a/2R$. Поэтому для получения интерференции из разных участков траектории необходимо выполнение условия

$$a/2R \leq 1/\gamma. \quad (9)$$

Для того, чтобы экспоненту в (1) можно было представить в виде

$$\exp[i(\omega t - \mathbf{k}r)] = \exp[i\omega(1 - \beta \cos \theta)t] (1 - ik_x x), \quad k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \varphi, \quad (10)$$

необходимо наложить ограничение на частоту:

$$|ik_x x| \leq k_x x_0 = \frac{\omega}{c} x_0 \sin \theta \cos \varphi \leq \frac{\omega}{c} \frac{x_0}{\gamma} \ll 1. \quad (11)$$

С учетом того, что

$$x_0 = \frac{a(a+b)}{4R}, \quad (12)$$

из (11) получим

$$\omega \ll \frac{4cR}{a(a+b)} \gamma. \quad (13)$$

Заметим, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} A \exp[i\omega(1 - \beta \cos \theta)] dt = 0.$$

С учетом этого, подставляя (8) и (10) в (1), получим

$$I = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (k_x A a_{2n-1} + B_{2n-1}) \int_{-\infty}^{\infty} \exp i[\omega(1 - \beta \cos \theta) - (2n-1)\Omega] dt. \quad (14)$$

Возводя это выражение в квадрат и заменяя один интеграл на $2\pi\delta$ -функцию, а другой – на время излучения $T \rightarrow \infty$, находим

$$|I|^2 = \frac{\pi T}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (k_x A a_{2n-1} + B_{2n-1})^2 \delta[\omega(1 - \beta \cos \theta) - (2n-1)\Omega]. \quad (15)$$

Каждая гармоника излучается в интервале частот

$$(2n-1) \frac{\Omega}{1+\beta} \leq \omega \leq (2n-1) \frac{\Omega}{1-\beta} = (2n-1) 2\Omega\gamma^2. \quad (16)$$

Подставляя (15) в (1) и проведя интегрирование по углам, для спектральной плотности с единицы пути пролета частицы получим хорошо известный из теории ондуляторного излучения результат [11]. Например, для первых двух гармоник имеем:

$$I_1 = \frac{dW_1}{d\omega dz} = \gamma^2 \frac{e^2 a_1^2 \Omega^3}{4c^4} \xi \left[1 + (1 - 2\xi)^2 \right], \quad \xi = \omega/2\Omega\gamma^2, \quad 0 \leq \xi \leq 1; \quad (17)$$

$$I_2 = \frac{dW_2}{d\omega dz} = \gamma^2 \frac{e^2 a_1^2 \Omega^3}{4c^4} 9 \left(\frac{a_3}{a_1} \right)^2 \xi \left[1 + \left(1 - \frac{2}{3}\xi \right)^2 \right], \quad 0 \leq \xi \leq 3.$$

Подставляя (4) в (6), для коэффициентов Фурье находим

$$a_{2n-1} = -\frac{(-1)^n}{2n-1} \frac{1}{2\pi R} \left[a^2 + \frac{8}{\pi^2} \frac{(a+b)^2}{(2n-1)^2} \right] \sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2n-1)a}{a+b}. \quad (18)$$

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим кристаллический ондулятор с параметрами $a = 0.005$ см, $b = 0.1$ см, $R = 200$ см, $\gamma = 4 \cdot 10^3$ ($E = 2$ ГэВ), а длина деканализирования $L_D = 0.1$ см. По-видимому, такое значение для толщины пластин находится на грани практически осуществимого. Однако такой подбор оправдан тем, что на длине L_D можно разместить десять периодов ондулятора. Напомним, что спектральное распределение излучения слабо зависит от числа периодов [12,13], и спектр такого ондулятора практически не отличается от спектра бесконечного ондулятора. Для таких параметров для коэффициентов Фурье первых двух гармоник ($n=1;2$) по формуле (18) получаем

$$a_1 = 5.55 \cdot 10^{-7} \text{ см}, \quad a_3 = -5.53 \cdot 10^{-8} \text{ см}, \quad (a_3/a_1)^2 = 0.01. \quad (19)$$

Для сравнения приведем также значение для $x_0 = 6.56 \cdot 10^{-7}$ см. Длина волны излучения в интервале частот $0.9\omega_{1\max} \div \omega_{1\max}$ в среднем будет около 0.7 \AA . Здесь $\omega_{1\max} = 2\Omega\gamma^2$ – верхняя граница частоты первой гармоники. Для числа таких квантов с единицы пути пробега имеем $N = 0.5 \cdot 10^{-4}$ кв/см. Для сравнения отметим, что для числа квантов в том же интервале частот от магнитного ондулятора с параметрами $L = 10$ см, $H = 500$ Э, $E \approx 13$ ГэВ имеем $N = 0.36 \cdot 10^{-4}$ кв/см.

Из формул (17) следует, что вблизи пиковой частоты первой гармоники ($\xi = 1$) излучение второй гармоники пренебрежимо мало; $I_2/I_1 = 0.05$. Интенсивности обеих гармоник в зависимости от частоты изображены на рис.2.

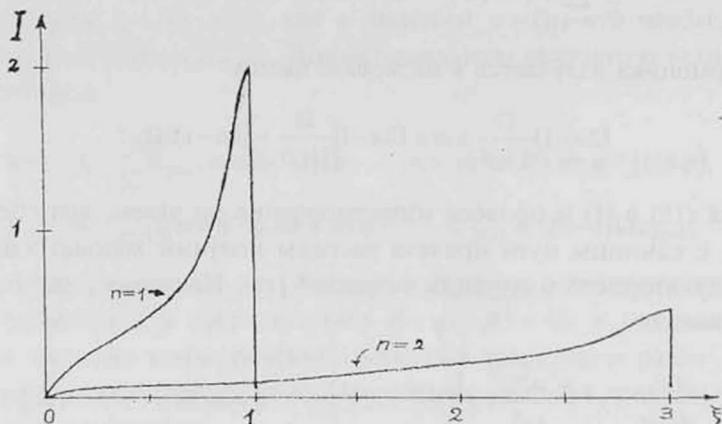


Рис.2. Спектральное распределение излучения первых двух гармоник в кристаллическом ондуляторе. Интенсивность измерена в единицах $\Omega^3 (\gamma e a_1 / 2c^2)^2$, а частота – в единицах $2\Omega\gamma^2$. Здесь a_1 – амплитуда первой гармонки, а Ω – частота колебаний частицы.

Заметим, что для обсуждаемого случая условия (9) и (13) хорошо выполняются. Формулы (17) и (18) пригодны также для частного случая $b = 0$ [3]. Эти формулы не пригодны для обратного случая $b \rightarrow \infty$, так как условие (13) не выполняется.

Развитая в данной работе теория показывает, что кристаллические микроондуляторы могут быть более предпочтительными, с практической точки зрения, альтернативными источниками излучения в области длин волн $\lambda \leq 0.2 \div 0.7 \text{ \AA}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.V.Corol, A.V.Solov'yov, and W. Greiner. Int. J. of Mod. Phys. E, 8, 49 (1999).
2. U.Mikkelsen, E.Uggerhøj. Nucl. Instr. and Meth., B160, 435 (2000).
3. R.O.Avakian, K.T.Avetyan, K.A.Ispirian, E.A.Melikyan. NATO-Workshop, Nor Amberd, Armenia, 49, 277 (2001).

4. R.O.Avakian, L.A.Gevorgian, K.A.Ispirian, R.K.Ispirian. Nucl. Instr. and Meth., B173, 112 (2001).
5. P.O.Авакян, К.Е.Аветян, К.А.Испирян, Э.Г.Меликян. Изв. НАН Армении, Физика, 38, 43 (2003).
6. A.Erko, F.Schafers, W.Gudat, et al. Nucl. Instr. and Meth., A 374, 408 (1996).
7. M.Veldkamp, A.Erko, et al. Materials Science Forum, 308-3, 597 (1999).
8. M.Veldkamp, A.Erko, et al. J. Appl. Phys., 38, 612 (1999).
9. Дж.Джексон. Классическая электродинамика. М., 1965.
10. А.Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. М., Наука, 1964.
11. Н.А.Корхмазян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, 8, 405 (1973); Radiation Effects, 56, 33 (1981).
12. В.А.Базылев, Н.К.Жеваго. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М., Наука, 1987.
13. М.М.Никитин, В.Я.Эпп. Ондюляторное излучение. М., Энергоатомиздат, 1988.

ԾԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ
ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Ն.Ա. ԴՈՐԻՄԱԶՅԱՆ, Ն.Ն. ԴՈՐԻՄԱԶՅԱՆ, Ն.Է. ԲԱԲԱՅԱՆՅԱՆ

Մշակված է բյուրեղային միկրոսոնոլյատորի ճառագայթման տեսությունը: Ցույց է տրված, որ ճառագայթված ալիքների երկարության $\lambda \leq 0.7 \text{ \AA}$ տիրույթի համար դրանք գործնականում կարող են լինել առավել նպատակահարմար:

THEORY OF RADIATION IN CRYSTALLINE UNDULATORS

N.A. KORKHMAZYAN, N.N. KORKHMAZYAN, N.E. BABAJANYAN

The theory of radiation in crystalline microundulators is developed. It is shown that these microundulators may be more efficient, from the practical point of view, alternative sources of radiation for wavelengths $\lambda \leq 0.7 \text{ \AA}$.