Известия НАН Армении, Физика, т.38, №4, с.265-271 (2003)

УДК 621.315

ОСОБЕННОСТИ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ СИСТЕМ В ТОНКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

С.Л. АРУТЮНЯН

Государственный инженерный университет Армении

Гюмрийский образовательный комплекс

(Поступила в редакцию 2 октября 2002 г.)

Исследованы особенности водородоподобных систем в тонкой размерно-квантованной полупроводниковой пленке при наличии сильного поперечного магнитного поля. При помощи одного вариационного параметра (который характеризует радиус локализации) определены энергетический спектр и волновые функции как основного, так и возбужденных состояний водородоподобных систем.

Введение

В последние два десятилетия в результате многочисленных теоретических и экспериментальных работ твердо установлено наличие уникальных свойств низкоразмерных наноструктур (см. [1-3]). Среди них особое место занимают размерно-квантованные тонкие полупроводниковые пленки (QWs), которые в настоящее время наиболее изучены и уже нашли широкое практическое применение [4,5]. В тонких полупроводниковых пленках из-за сильной локализации квазичастиц в направлении размерного квантования изменяется не только энергетический спектр свободных носителей, но и электронов, связанных на притягивающих кулоновских центрах (экситоны, мелкие примесные центры) [4].

Роль ограничивающих поверхностей и зависимость энергии связи водородоподобной системы от толщины пленки изучались еще в работе [6]. Однако впервые наиболее полная и строгая теория была разработана в [7], где доказано, что если боровский радиус водородоподобной системы $a_0 = \varepsilon \hbar^2 / \mu e^2$ и толщина пленки d удовлетворяют условию $a_0 >> d$, то взаимодействие осуществляется в плоскости пленки и потенциал взаимодействия $V(\rho)$ имеет вид

$$V(\rho) = -\frac{e^2}{\chi\rho}, \tag{1}$$

где $\chi = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 / 2$, ρ – проекция расстояния между зарядами в плоскости пленки ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – соответственно, диэлектрические постоянные подложки и окружающей среды).

С другой стороны, спектроскопические исследования диамагнитных экситонов [8-10] стимулировали появление целого цикла теоретических работ, посвященных изучению водородоподобных систем в сильных однородных магнитных полях. Однако, как правило, во всех этих работах в конечном итоге была использована основополагающая идея, предложенная в работе [10].

Если сильное магнитное поле с напряженностью H направлено вдоль оси z и удовлетворяется соотношение

$$\frac{a}{a_0} << 1, \tag{2}$$

где $a = (\hbar c / eH)^{1/2}$ – радиус циклотронной орбиты, то критерий (2) будет соответствовать условию применимости адиабатического приближения. В этом приближении движение частицы в магнитном поле с приведенной массой μ можно считать быстрым по сравнению с движением в кулоновском поле. Тогда в цилиндрических координатах уравнение Шредингера распадается на пару уравнений. Первое из них описывает поперечное по полю движение частицы в плоскости ρ, φ, когда пренебрегаем кулоновским потенциалом и учитывается только влияние магнитного поля. Второе уравнение описывает движение частицы вдоль поля, где отсутствует влияние магнитного поля и действует эффективный потенциал, полученный усреднением трехмерного кулоновского потенциала по поперечным волновым функциям.

Описанный традиционный приближенный метод теории диамагнитных экситонов не применим при исследовании водородоподобных систем в QWs структурах, когда внешнее сильное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости пленки. Действительно, если для векторного потенциала $\mathbf{A}$ использовать калибровку $\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{Hr}]$ [11], то с учетом формулы (1), для радиальной части волновой функции, описывающей относительное движение частиц, получается уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{d^2R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} - \frac{m^2}{\rho^2}R\right) + \frac{\hbar\omega}{2}mR + \frac{\mu\omega^2\rho^2}{8}R - \frac{e^2}{\chi\rho}R = E_0 R, \tag{3}$$

где m – азимутальное квантовое число, $\omega = eH / \mu c$ – ларморовская частота, $E_0 = E - \Delta / 2 - E_n(d)$, E_0 – энергия относительного движения, $E_n(d)$

– энергия размерного квантования (энергия отсчитывается от середины запрешенной зоны Δ).

Из (3) следует, что специфика последней задачи заключается в том, что и кулоновский потенциал взаимодействия между парой (см. формулу (1)), и магнитное взаимодействие осуществляются в плоскости пленки, а в направлении размерного квантования отсутствует кулоновское взаимодействие и действует только потенциал пленки. При таком наложении полей, с одной стороны, традиционный приближенный метод разделения переменных принципиально неприменим, а, с другой стороны, точно решить соответствующее уравнение Шредингера не удается.

Постановка задачи. Метод решения. Обсуждение результатов

В данной работе вариационным методом исследованы водородоподобные системы в QWs структурах, когда внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости пленки.

Из соображений, которые приводятся в ходе дальнейшего изложения, удобно пробную вариационную волновую функцию, удовлетворяющую уравнению (3), представить в виде

$$R(x) = \beta^{|m|+1}\sqrt{\frac{n!}{(n+|m|)!}}\, x^{\frac{|m|}{2}} e^{-\frac{x\beta^2}{2}} L_n^{|m|}\left(x\beta^2\right), \tag{4}$$

где β – вариационный параметр, $L_n^{|m|}(z)$ – функция Лагерра, $x = \rho^2 / 2a^2$.

После стандартных преобразований из (3) с учетом (4) для безразмерного параметра энергии $\lambda = 2E_0 / \hbar\omega_H$ получим:

$$\lambda = m + \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}\right)\frac{(2n+|m|+1)}{2} - \beta\sqrt{2}\,\frac{a}{a_0}B_n^{|m|}, \tag{5}$$

где $B_n^{|m|} = \dfrac{\Gamma\left(|m|+\frac{1}{2}\right)}{(|m|)!}\left(1 + \sum\limits_{s=0}^{n-1}\dfrac{n!|m|!\left(\frac{1}{2}-s-1\right)_{s+1}\left(\frac{1}{2}\right)_{s+1}}{(n-1-s)!\,\left[((s+1))!\right]^2\left(|m|+1+s\right)!}\right)$, $\Gamma(x)$ – функция Эйлера, $(c)_k$ – символы Похгаммера (см., например, [12]) (при $n=0$ сумма отсутствует).

Из условия минимума λ для определения параметра β получается уравнение

$$\beta^4 - \frac{\sqrt{2}B_n^{|m|}}{2n+|m|+1}\frac{a}{a_0}\beta^3 - 1 = 0. \tag{6}$$

Легко видеть, что, если $a = 0$, что эквивалентно отсутствию кулоновского потенциала в уравнении (3), из (6) получаем, что $\beta = 1$, а выражение (5) переходит в известное выражение $E_0 = \hbar\omega\left(n + \frac{|m| + m}{2}\right)$, приведенное в [11].

Несколько видоизменяя методику, приведенную в [13,14], установим область целесообразности применения функции (4). Из формулы (3) следует, что эффективный потенциал, который слагается из положительного "магнитного" потенциала $\mu\omega^2\rho^2/8$ и отрицательного кулоновского (1), представляет собой монотонно возрастающий потенциальный барьер. Причем потенциал обращается в нуль в точке $\rho_0 = 2\sqrt[3]{a/a_0}\,a$. Следовательно, в области $0 < \rho \le \rho_0$, при $E_0 < 0$ доминирует кулоновский потенциал, а в области $\rho > \rho_0$ при $E > 0$ – "магнитный". Очевидно, что чем строже выполняется соотношенние (2), тем область действия кулоновского потенциала уменьшается, а область "магнитного" – увеличивается.

Из сказанного следует, что для определения значения раметра a/a_0, когда справедливо (4), необходимо совместно решить уравнения $\lambda = 0$ (см. (5)) и (6). Тогда для основного состояния $(n = 0, m = 0)$, с учетом $B_0^0 = \sqrt{\pi}$ численные решения системы будут: $a/a_0 = 0.35$, $\beta = 1.326$. Это означает, что для основного состояния область применимости формулы (4) определяется соотношением $H > H_0 = 8.13 \cdot e^2 c\mu^2/\hbar^2\chi^2$. Для GaAs $H_0 \approx 20$ кЭ, что попадает в область достаточно умеренных значений магнитного поля (см. [14]).

В общем случае аналитические решения уравнения (6) и соответствующие выражения (5) очень громоздки и поэтому в таблице 1 приведены значения параметров β, λ лишь для основного состояния при разных значениях a/a_0, полученные численным методом.

Табл.1. Численные значения параметров β (β – вариационный параметр, определяющий область локализации $R_0 = a/\beta$) и λ (λ – энергия в единицах $\hbar^2/2\mu a^2$) при разных значениях основного параметра a/a_0.

a/a_0	0.35	0.3	0.25	0.2	0.15	0.1
β	1.316	1.256	1.202	1.153	1.109	1.069
λ	0	0.161	0.315	0.463	0.605	0.741

В случае достаточно сильных магнитных полей, когда выполняется соотношение (2), из (5) и (6) для вариационного параметра β, радиуса локализации R_0 и энергии E_0 в состоянии с квантовыми числами n и m получаются сравнительно простые выражения:

$$\beta(n,m)=1+\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{B_n^{|m|}}{2n+|m|+1}\frac{a}{a_0}\ , \tag{7}$$

$$R_0(n,m)=\frac{a}{\beta(n,m)}=a\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{B_n^{|m|}}{2n+|m|+1}\frac{a}{a_0}\right)0\,, \tag{8}$$

$$E_0(n,m)=\hbar\omega\left(n+\frac{|m|+m}{2}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}B_n^{|m|}\frac{e^2}{\chi a}. \tag{9}$$

Как видно из (8), радиус локализации из-за кулоновского притяжения уменьшается. А из (9) следует, что под уровнями Ландау образуются водородоподобные уровни, энергия которых определяется вторым слагаемым в уравнении (9).

Как видно из формулы (9), при условиях (2) энергия связи водородоподобной системы в магнитном поле намного превышает энергию двумерной водородоподобной системы в отсутствие поля, то есть магнитное поле существенно способствует связыванию зарядов. Этот факт связан с тем, что сильное магнитное поле приводит к эффективному уменьшению области локализации, "сжимая" ее до размера $R_0 \approx a$ (см. (8)). На таких расстояниях энергия кулоновского взаимодействия электрона с центром становится порядка $-e^2/\chi a$ (см. (9)), что, согласно (2), намного больше, чем на расстояниях порядка боровского радиуса a_0. Этот факт в случае сильных полей экспериментально подтвержден в [15].

Рассмотрим некоторые частные случаи формулы (9).

1. Для энергии основного состояния $(n=0,\ m=0)$ получаем

$$E_0(0,0)=\frac{\hbar\omega}{2}-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{e^2}{\chi a}. \tag{10}$$

2. В случае, когда $n=0$, а m – отрицательное целое число, с учетом того, что $B_0^{|m|}=\Gamma(|m|+1/2)/|m|!$, для энергии возбужденных состояний получим:

$$E_0(n,m)=\frac{\hbar\omega}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{\Gamma\left(|m|+\frac{1}{2}\right)}{|m|!}\frac{e^2}{\chi a}.$$

Следовательно, энергия возбужденных состояний зависит от азимутального квантового числа, что свидетельствует о расщеплении вырожденных уровней энергии.

3. При больших m, учитывая, что $B_0^{|m|} = \Gamma(|m|+1/2)/|m|! \approx \sqrt{2/m}$, для энергии получается следующее выражение:

$$E_0(n,m) = \frac{\hbar\omega_H}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{e^2}{\chi a}\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

В этом случае с увеличением m расстояние между энергетическими уровнями постепенно уменьшается (квазидискретный спектр), а энергия водородоподобной системы стремится к $\hbar\omega/2$.

В заключение отметим, что формулу (10) для энергии основного состояния можно получить, используя стандартную теорию возмущений для невырожденных состояний. Однако изложенный вариационный метод более предпочтителен по следующим соображениям. При применении стандартной теории возмущений неизбежно возникают трудности вычислительного характера. Это связано с тем, что уже поправка первого приближения волновой функции основного состояния представляет бесконечную сумму, которая плохо сходится из-за эквидистантности энергетического спектра невозмущенной системы. Еще более громоздкие выражения возникают при исследовании вырожденных возбужденных состояний (см., например, [16]).

ЛИТЕРАТУРА

1. **V.V.Mitin, V.A.Kochelap, M.A.Struscio**. Quantum Heterostructures. Microelectronics and Optoelectronics. Cambridge University Press, 1999.
2. **W.Gladue, V.Borge**. Quantum semiconductor structures (Fundamentals and Applications). Academic Press, San Diego, N.Y., Boston, London, Sydney, Tokio, Toronto, 1993.
3. Semiconductor Interfaces, MIcrostructures and Devices, Properties and Applications. Ed. by Z.C.Feng. Institute of Physics, Bristol and Philadelfia, 1993.
4. **А.Я.Шик**. ФТП, **29**, 1345 (1995).
5. **T.Ando, A.Fauler, F.Stern**. Rev. Mod. Phys., **54**, 437 (1982).
6. **С.Л.Арутюнян, Э.М.Казарян**. ФТП, **9**, 2214 (1975).
7. **Л.В.Келдыш**. Письма в ЖЭТФ, **29**, 716 (1979).
8. **Б.П.Захарченя, Р.П.Сейсян**. УФН, **97**, 137 (1969).
9. **Р.П.Сейсян**. Спектроскопия диамагнитных экситонов, М., Наука, 1984.
10. **R.J.Elliot, R.Loudon**. J. Phys. Chem. Solids, **21**, 382 (1961).
11. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика. М, Наука, 1974.
12. Справочник по специальным функциям, под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М., Наука, 1979.
13. **Б.И.Шкловский**. ЖЭТФ, **61**, 2033 (1971).
14. **Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос**. Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979.
15. **В.Д.Кулаковский, Л.В.Кулик, А.Л.Яблонский, А.Б.Дябеко, Н.А.Гипус, С.Г.Тихадеев, А.Форхел**. ФТТ, **40**, 806 (1998).
16. **Ф.М.Морс, Г.Фешбах**. Методы теоретической физики. М., 1960.

ՋՐԱԾՆԱՆՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԲԱՐԱԿ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ ՈՒԺԵՂ ԼԱՅՆԱԿԱՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ս.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված են ջրածնանման համակարգերի առանձնահատկությունները բարակ չափայնորեն քվանտացված կիսահաղորդչային թաղանթում ուժեղ լայնական մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում: Մեկ վարիացիոն պարամետրի օգնությամբ (որը բնութագրում է տեղայնացման չափը) որոշված են ինչպես հիմնական, այնպես էլ գրգռված վիճակների էներգիական սպեկտրը և ալիքային ֆունկցիաները:

FEATURES OF HYDROGEN-LIKE SYSTEMS IN THIN SEMICONDUCTOR FILMS IN THE PRESENCE OF STRONG TRANSVERSE MAGNETIC FIELD

S.L. HAROUTUNIAN

The hydrogen-like systems in thin size-quantized semiconductor films in the presense of a strong transverse magnetic field are studied. By means of one variation parameter (which describes the localization radius) the energy spectrum and wave functions for the ground and excited states of hydrogen-like systems are determined.