Известия НАН Армении, Физика, т.38, №1, с.36-42 (2003)

УДК 621.315.592

КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ ШТАРКА В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

В.А. АРУТЮНЯН, Г.Г. СУЛТАНЯН

Гюмрийский образовательный комплекс

Государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 15 апреля 2002 г.)

Рассмотрено влияние поперечного однородного электрического поля на одноэлектронные состояния в квантованном цилиндрическом слое. Предложена физически адекватная модель, позволяющая в рамках теории возмущений аналитически рассчитать величину смещения энергетических уровней носителей заряда в слое. Получена явная зависимость величины штарковского сдвига от напряженности внешнего поля и геометрических размеров образца.

Введение

Наряду со многими низкоразмерными полупроводниками в настоящее время интенсивно исследуются также различные квазиодномерные структуры в виде нанокристаллических аксиально-симметричных слоев (см. напр.,[1-6]). Подобные гетерогенные системы (т.н. “квантовые трубки”) интересны прежде всего тем, что они фактически “синтезируют” в себе одновременно многие свойства как квантовых пленок (КП), так и квантовых нитей (КН), и в силу “комбинирования” уникальных свойств последних могут иметь применение как в “чистом” виде [1-3], так и в качестве составной компоненты слоистых цилиндрических гетероструктур с наноразмерным радиальным периодом [4-6]. В работах [1-3] на примере углеродных квантовых трубок рассмотрен ряд кинетических свойств этих структур, а в [4-6] – собственно стационарные и квазистационарные состояния квазичастиц (электронов, дырок, экситонов) в слоистых цилиндрических наногетероструктурах, а также их взаимодействие с фононами решетки.

В связи со сказанным ясно, что определенный интерес представляет также исследование влияния внешних статических полей на свойства электронной подсистемы подобных структур. В настоящей работе рассмотрена перестройка энергетического спектра носителей заряда в цилиндрическкм слое под действием однородного электрического поля –

в режиме "сильного" квантования, когда толщина слоя L много меньше боровского радиуса трехмерного экситона a_0 :

$$R_2 - R_1 = L << a_0 \ , \tag{1}$$

где R_1, R_2 – соответственно внутренний и внешний радиусы слоя.

Одновременно принимается, что R_1 меняется в пределах

$$L \le R_1 < a_0 \, . \tag{2}$$

Нетрудно видеть, что в противном случае, когда условия (1),(2) не имеют места, задачу в итоге можно свести либо к случаю КП (при $R_1 \ge a_0$), либо к случаю КН (при $R_1 << L$).

1. Электронные состояния и потенциал внешнего поля в слое

1а) Вдоль оси симметрии (в направлении Z) протяженность образца предполагаем бесконечной и остановимся конкретно на поперечном к оси симметрии движении носителей. В силу условия (1) кулоновским взаимодействием между носителями в плоскости ρ, φ можно пренебречь и по аналогии с "обычной" пленкой [7] в радиальном направлении аппроксимировать слой бесконечно глубокой потенциальной ямой:

$$U(r) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad R_1 < \rho < R_2 \, , \\ \infty, & \text{при} \quad \rho \le R_1 \, , \ \rho \ge R_2 \, . \end{cases} \tag{3}$$

Одновременно, в силу того же условия (1), т.е. в силу "тонкости" слоя, орбитальное движение в плоскости ρ, φ можно описать в рамках модели двумерного жесткого ротатора. Действительно, в пределах слоя "центробежная" энергия $U_m(\rho) = \hbar^2 m^2 / 2\mu\rho^2 \ \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ "особенностей" по переменной ρ не имеет и меняется сравнительно мало и поэтому без потери общности ее можно заменить энергией ротационного движения с эффективным радиусом R_0, определяемым следующим условием:

$$\frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu R_0^2} = \frac{1}{2}\left[U_\ell(R_1) + U_\ell(R_2)\right], \quad \text{где} \quad \ell = m - \frac{1}{2} = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \ldots; . \tag{4}$$

Сделанное приближение не затрагивает физической сути задачи, однако существенно упрощает все последующие вычисления и позволяет получить конечные результаты в аналитическом виде. Ограничимся рамками двухзонной модели. Для случая простых невырожденных зон (и в приближении изотропной эффективной массы) огибающие волновые функции электрона в полярных координатах (ρ, φ) ищем в виде

$$\Psi_{n,m}(\rho) = \Phi_n(\rho) \cdot \frac{\exp(im\varphi)}{\sqrt{2\pi}} \, . \tag{5}$$

Сделав "стандартную" подстановку

$$\Phi(r)=\frac{\chi(\rho)}{\sqrt{\rho}}\ , \tag{6}$$

в приближении изотропной эффективной массы (μ) приходим к следующему "радиальному" уравнению Шредингера:

$$\frac{\hbar^2}{2\mu}\chi''+E_{n,\ell}\chi-\frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu r^2}\chi=0\ , \tag{7}$$

где $E_{n,\ell}$ – полная энергия движения частицы в плоскости (ρ,φ). Проведя теперь в (7) замену (4) и воспользовавшись граничными условиями

$$\Phi(R_1)=\Phi(R_2)=0\,, \tag{8}$$

для энергии $E_{n,\ell}$ и "радиальной" части огибающей волновой функции поперечного движения электрона получаем:

$$E_{n,\ell}=\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2\mu L^2}+\frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu R_0^2};\quad (n=1,2,3.....) \tag{9}$$

$$\Phi_n(\rho)=\sqrt{\frac{2}{L}}\frac{\sin\frac{\pi n}{L}(\rho-R_1)}{\sqrt{\rho}}\ . \tag{10}$$

Как видим, в рамках предложенной модели энергия поперечного движения частицы представляет собой простую сумму энергий радиального и ротационного движений, а радиальная волновая функция – стоячую волну, начальная фаза которой определяется радиусом слоя R_1.

1б) Если внешнее поле напряженности $\mathbf{F}$ направить вдоль оси X: $\mathbf{F}=\mathbf{F}(F,0,0)$, то для потенциала $\varphi(\rho)$ будем иметь [8]:

$$\varphi(\rho)=\begin{cases}\left(F\rho+\dfrac{A}{\rho}\right)\cos\varphi \quad \text{при} \quad \rho\ge R_2\,,\\ \left(B\rho+\dfrac{C}{\rho}\right)\cos\varphi \quad \text{при} \quad R_1\le\rho\le R_2\,,\\ A\cdot B\rho\cos\varphi \quad \text{при} \quad \rho\le R_1\,.\end{cases} \tag{11}$$

В общем случае, когда диэлектрические проницаемости "ядра" (ε_1), собственно слоя (ε_2) и среды (ε_3) различны, из граничных условий для потенциала получаем следующие значения для постоянных A,B,C:

$$B = F \cdot R_2^2 \frac{2(\varepsilon_{2,1}+1)}{(\varepsilon_{2,3}+1)(\varepsilon_{2,1}+1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3}-1)(\varepsilon_{2,1}-1)R_1^2},$$

$$C = F \cdot R_2^2 \frac{2(\varepsilon_{2,1}-1)R_1^2}{(\varepsilon_{2,3}+1)(\varepsilon_{2,1}+1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3}-1)(\varepsilon_{2,1}-1)R_1^2}, \tag{12}$$

$$A = -F \cdot R_2^2 \frac{(\varepsilon_{2,3}+1)(\varepsilon_{2,1}-1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3}-1)(\varepsilon_{2,1}+1)R_1^2}{(\varepsilon_{2,3}+1)(\varepsilon_{2,1}+1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3}-1)(\varepsilon_{2,1}-1)R_1^2},$$

где $\varepsilon_{2,3} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}$; $\varepsilon_{2,1} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$;

2. Штарковский сдвиг уровней

Внешнее поле можно рассматривать как возмущение в том случае, если будет выполняться условие

$$\frac{qFL}{\varepsilon} << (E_{n,\ell})_{\min}; \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_{2,3}+\varepsilon_{2,1}}{2}, \tag{13}$$

где q – заряд частицы.

Нетрудно видеть, что диагональные элементы оператора возмущения

$$\hat{V} = \left(B\rho + \frac{C}{\rho}\right)\cos\varphi, \tag{14}$$

обращаются в нуль, т.е. линейный Штарк-эффект в системе отсутствует. По орбитальному движению отличными от нуля оказываются только матричные элементы $V_{\ell,\ell\pm1} = 1/2$; для матричных же элементов $V_{n,n'}$, построенных на радиальных волновых функциях из (10), в данном случае имеем:

$$V_{n,n'} = q\frac{L}{\pi^2}\frac{8nn'}{(n^2-n'^2)^2}\left[-B + \frac{C}{R_0^2}\right]; \quad R_0^2 = \frac{2R_1^2R_2^2}{R_1^2+R_2^2}. \tag{15}$$

Специфика вырождения по числу m в спектре (9) приводит к тому, что расщепление энергетического уровня под действием поля (14) происходит только в $2|m|$-м порядке теории возмущений, и поэтому при учете поправки второго порядка $\Delta E_{n,\ell}^{(2)}$ $\left(\Delta E_{n,m}^{(2)}\right)$ удобно проводить расчеты для поправок к состояниями с $|m| = 1$ и $|m| \neq 1$ по отдельности.

а) $|m| = 1$:

$$\Delta E_{n,1}^{(2)} = \frac{1}{4}\sum_{n\neq n'}\frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n',0}^{(0)}} + \frac{1}{4}\sum_{n\neq n'}\frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n'2}^{(0)}} \pm \frac{1}{4}\sum_{n\neq n'}\frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n',0}}, \tag{16}$$

б) $|m| \neq 1$:

$$\Delta E_{n,m}^{(2)} = \frac{1}{4}\sum_{n\neq n'} \frac{\left|V_{n,n'}\right|^2}{E_{n,m}^{(0)} - E_{n',m-1}^{(0)}} + \frac{1}{4}\sum_{n\neq n'} \frac{\left|V_{n,n'}\right|^2}{E_{n,m}^{(0)} - E_{n,m+1}^{(0)}}. \tag{17}$$

Подставляя теперь (15) в (16,17) и ограничиваясь при суммировании по n' [9] первым порядком по малому параметру $\frac{1}{\pi^2\left(n^2 - n'^2\right)} \cdot \frac{L^2}{R_0^2}$, для поправок $\Delta E_{n,m}^{(2)}$ соответственно получаем:

$$\Delta E_{n,1}^{(2)} = \frac{q}{48n^2 E_n}\left[BL - \frac{CL}{R_0^2}\right]^2 \times \begin{cases} \left(\frac{3}{2} f_n + g_n\right) \\ \left(\frac{1}{2} f_n + \frac{3}{2} g_n\right) \end{cases}, \tag{16'}$$

$$\Delta E_{n,m}^{(2)} = \frac{q^2}{48n^2 E_n}\left[BL - \frac{CL}{R_0^2}\right]^2 \cdot (f_n + g_n), \tag{17'}$$

где введены следующие обозначения:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu L^2}; \; f_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{15}{\pi^2 n^2}\right); \; g_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2\pi^2 n^2} - \frac{21}{\pi^4 n^4}\right)\left(\frac{L}{R_0}\right)^2. \tag{18}$$

В частности, для штарковского сдвига энергии основного состояния $(n = 1;\; m = 0)$ будем иметь:

$$\Delta E_{1,0}^{(2)} = \frac{q^2}{48E_1}\left[BL - \frac{CL}{R_0^2}\right]^2 \cdot (f_1 + g_1). \tag{19}$$

3. Обсуждение результатов

В рамках предложенной модели относительно результатов, полученных в работе, можем заключить следующее:

1. С ростом "радиального" квантового числа сдвиг уровней очень быстро уменьшается, и реально наибольший физический интерес представляет перестройка основного энергетического уровня. Из (18,19) видно, что при $n = 1;\; m = 0$ наряду с сугубо "пленочным штарковским фактором" $f_1 = (1/2)(1 - 15/\pi^2)$ в нашем случае вклад в штарковское смещение вносит также и фактор g_1 и по сравнению с КП [10,11] штарковский сдвиг основного уровня уменьшается именно на величину

$$g_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2\pi^2} - \frac{21}{\pi^4}\right)\left(\frac{L}{R_0}\right)^2.$$

Подобное уменьшение сдвига обусловлено тем, что энергия, получаемая частицей от внешнего поля, расходуется не только на возмущение "радиального" движения, но также и на сообщение частице определенной “центробежной” энергии. Так что в присутствии внешнего поля состояния с нулевым значением орбитального числа во всяком случае будут отсутствовать.

2. Внешнее поле снимает двукратное вырождение по орбитальному числу только для состояний с $|m|=1$, расщепляя этот уровень на два подуровня (16′).

3. Для уровней с $|m|\neq 1$ внешнее поле приводит не к расщеплению, а только к сдвигу энергетических уровней. В рамках сделанных приближений величина штарковского сдвига для этих уровней не зависит от m и вырождение по орбитальному числу сохраняется и в присутствии поля (исключая, естественно, случай $m=0$).

4. Величина штарковского расщепления (сдвига) в большой степени зависит не только от величины внешнего поля, но и от геометрических размеров образца. Эта зависимость обусловлена, с одной стороны, пространственной ограниченностью движения носителей заряда в пределах слоя, а с другой стороны, степенью “цилиндричности” слоя по отношению к плоско-параллельной пленке, определяемой в нашем случае отношением $\lambda=L/R_0$. В предельном случае $\lambda\to 0$ выражения (16′–19) переходят в выражения, аналогичные результатам для Штарк-эффекта в “обычной” квантованной пленке [10,11]:

$$\Delta E_{1,0}^{(2)}\cong\frac{1}{2}\left(\frac{qFL}{\varepsilon}\right)^2\cdot\frac{1}{48E_1}\left(1-\frac{15}{\pi^2}\right).$$

5. Как и в случае КП [10,11], размерный Штарк-эффект в слое также характеризуется квадратичной зависимостью от напряженности внешнего поля.

6. Существенная зависимость величины штарковского смещения не только от напряженности внешнего поля, но также от толщины и радиуса слоя, дает возможность путем варьирования величины поля и геометрических размеров образца добиться желаемого и регулируемого изменения параметров слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.Roche** et al. Phys. Rev. B, **64**, 121401 (R) (2001).
2. **S.Ijima**. Nature (London), **354**, 56 (1991).
3. **T.W.Ebessen** et al. Nature (London), **382**, 54 (1996).
4. **Н.В.Ткач, И.В.Пронишин, А.М.Маханец**. ФТТ, **40**, 557 (1998).
5. **N.Tkach**. Journ. of Phys. Stud., **3**, 377, 1999.
6. **Н.В.Ткач, В.А.Головацкий**. ФТТ, **43**, 350 (2001).
7. **Б.А.Тавгер, В.Я.Демиховский**. УФН, **96**, 61, (1968).
8. **В.Смайт**. Электростатика и электродинамика. М., ИЛ, 1954.
9. **А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Маричев**. Интегралы и ряды, М., Наука, (1981).
10. **D.A.B. Miller** et. al. Phys. Rev B, **32**, 1043 (1985).
11. **T.Lukes, G.A.Ringwood**. Physica, **84 A**, 421 (1976).

ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՇՏԱՐԿ ԷՖԵԿՏԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՒՄ

Վ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ.Գ. ՍՈՒԼԹԱՆՅԱՆ

Դիտարկված են լիցքակիրների վիճակները քվանտացված գլանային շերտում: Անալիտիկ տեսքով ստացված են արտահայտություններ էներգիական մակարդակների և էլեկտրոնային ալիքային ֆունկցիաների համար: Հաշվարկված է շտարկյան շեղումը և ստացված է նրա չափի կախումը արտաքին դաշտի լարվածությունից և նմուշի երկրաչափական չափսերից:

QUANUM-SIZE STARK-EFFEKT IN A SEMICONDUCTOR CYLINDRICAL LAYER

V.A. HAROUTYUNIAN, H.G. SULTANIAN

The states of charge carriers in a quantum cylindrical layer are considered. The energy spectrum and wave functions for one-electron states are derived in analytical form. The expressions for the Stark shift of energy levels and its dependence on the external field strength and geometrical parametres of layer are obtained.