Известия НАН Армении, Физика, т.38, №1, с.29-35 (2003)

УДК 621.382

К ТЕОРИИ 1/*f*-ФЛУКТУАЦИИ РЕШЕТОЧНОЙ ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В ОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

С.В. МЕЛКОНЯН, Ф.В. ГАСПАРЯН, В.М. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 1 июня 2002 г.)

Исследованы основные особенности флуктуации решеточной подвижности электронов в однородных полупроводниках, обусловленные симметричными флуктуациями функции распределения электронов. На основе развитой нами квазиклассической модели вычислен спектр флуктуации решеточной подвижности электронов, который в широкой области частот имеет вид 1/*f*.

1. Введение

В теории флуктуационных явлений в полупроводниках и металлических пленках большое внимание уделяется флуктуациям подвижности носителей тока [1,2]. Обычно такие флуктуации рассматриваются как источник 1/*f*-флуктуаций тока (или сопротивления). По мнению некоторых авторов, флуктуирует только та часть подвижности, которая обусловлена рассеянием носителей тока на фононах [1-3]. Во многих работах в качестве источника 1/*f*-флуктуаций отмечаются как электрон-фононные (э-ф), так и фонон-фононные (ф-ф) взаимодействия (см., например, [4-8]). Вместе с тем, эти и многие другие исследования не дают прямых доказательств в пользу 1/*f*-флуктуации решеточной подвижности.

2. Флуктуация подвижности

Установим характерные особенности флуктуации подвижности носителей тока, возникающие в объеме однородных полупроводников, исходя из следующих квазиклассических соображений. Как известно, плотность электронного тока **j** определяется как [9]

$$\mathbf{j}(t) = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{BZ}\mathbf{v}_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}(t)d\mathbf{k}\,. \qquad (1)$$

Здесь интегрирование производится в пределах первой зоны Бриллюэна,

$f_{\mathbf{k}}$ – функция распределения (ФР) электронов, $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}$ – скорость, которую имел бы электрон в состоянии с волновым вектором $\mathbf{k}$ в зоне проводимости полупроводника.

Для упрощения анализа рассмотрим только временные флуктуации ФР, предположив, что $f_{\mathbf{k}}$ является координатно-независимой величиной. При слабых электрических полях $f_{\mathbf{k}}$ обычно представляется в виде суммы равновесных ($f_{\mathbf{k}}^0$) и неравновесных составляющих [9] $((e/m_n)\mathbf{E}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})(df_{v\mathbf{k}}^0/d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}))$. Здесь $\mathbf{E}$ – напряженность внешнего электрического поля, $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2/2m_n$ – энергия, $\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})$ – время релаксации, m_n – эффективная масса электрона проводимости. В свою очередь $f_{\mathbf{k}}^0 = \bar{f}_{\mathbf{k}}^0 + \tilde{f}_{\mathbf{k}}^0(t)$. Символами "~" и "–" обозначены, как обычно, флуктуационные и среднестатистические значения данной величины. В общем случае функцию $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^0$ можно представить как сумму симметричных ($\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}$) и асимметричных ($\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a}$) относительно $\mathbf{k}$ составляющих. Тогда из (1) для флуктуации плотности электронного тока $\tilde{\mathbf{j}}$ короткого замыкания ($\tilde{\mathbf{E}} = 0$) имеем выражение, состоящее из 4 интегралов, для сокращения записи представленное в виде

$$\tilde{\mathbf{j}} = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{BZ} d\mathbf{k}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\left[\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s} + \tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a} + \frac{e}{m_n}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})\bar{\mathbf{E}}\frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}}{d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}} + \frac{e}{m_n}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})\bar{\mathbf{E}}\frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a}}{d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}}\right]. \quad (2)$$

Очевидно, что первый и последний интегралы тождественно равны нулю. Поэтому интеграл (2) сводится к

$$\tilde{\mathbf{j}} = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{BZ} d\mathbf{k}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\left[\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a} + \frac{e}{m_n}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})\bar{\mathbf{E}}\frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}}{d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}}\right]. \quad (3)$$

Как видно из ур.(3), равновесные (первый член) и "неравновесные" (второй член) составляющие флуктуации $\tilde{\mathbf{j}}$ определяются, соответственно, асимметричными и симметричными флуктуациями $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^0$.

Флуктуации $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^0$ и, следовательно, $\tilde{\mathbf{j}}$ в общем случае обусловлены случайным характером процессов межзонных (генерационно-рекомбинационных) и внутризонных рассеяний [4]. Для определенности ниже рассмотрен случай внутризонных рассеяний электронов. Поскольку такие рассеяния не могут изменить полное число электронов проводимости N, то очевидно, что

$$\tilde{N} = \tilde{n}V = \frac{V}{4\pi^3}\int_{BZ} d\mathbf{k}\left[\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s} + \tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a} + \frac{e}{m_n}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})\bar{\mathbf{E}}\frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}}{d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}} + \frac{e}{m_n}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})\bar{\mathbf{E}}\frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a}}{d\mathbf{v}_{\mathbf{k}}}\right] = 0. \quad (4)$$

Здесь V – объем образца, n – концентрация электронов проводимости.

В ур.(4) второй и третий интегралы равны нулю из-за асимметричности подынтегральных функций. Поэтому для выполнения условия $\tilde{N} = 0$ (или $\tilde{n} = 0$) необходимо, чтобы в любой момент времени t сумма

первого и четвертого интегралов равнялась нулю. Вместе с тем, они должны обращаться в нуль каждый в отдельности, поскольку флуктуации $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}$ и $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a}$ являются независимыми событиями.

Подробнее рассмотрим "неравновесную" составляющую флуктуации $\tilde{\mathbf{j}}$. Предположим, что $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0a} = 0$. Поскольку при внутризонных рассеяниях $\tilde{n} = 0$, то флуктуация плотности электронного тока короткого замыкания ($\tilde{\mathbf{E}} = 0$) в простом случае дрейфового приближения можно представить виде

$$\tilde{\mathbf{j}} = e\bar{n}\tilde{\mu}_n\bar{\mathbf{E}}. \qquad (5)$$

Умножив ур.(3) и (5) на $\bar{\mathbf{E}}$, для флуктуации подвижности электронов $\tilde{\mu}_n$ получим

$$\frac{\tilde{\mu}_n}{\bar{\mu}_n} = \int_{BZ} d\mathbf{k}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})[\mathbf{k}\mathbf{E}]^2 \frac{d\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}} \Bigg/ \int_{BZ} d\mathbf{k}\tau(\varepsilon_{\mathbf{k}})[\mathbf{k}\bar{\mathbf{E}}]^2 \frac{d\bar{f}_{\mathbf{k}}^{0}}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}. \qquad (6)$$

Как видно из ур.(6), флуктуации $\tilde{\mu}_n$ обусловлены только симметричными флуктуациями ФР равновесных электронов. При этом, если $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}$ релаксирует по экспоненциальному закону, то спектр флуктуации подвижности должен иметь лоренцеву форму.

3. 1/f-флуктуации решеточной подвижности

Как показывают результаты работ [10,11], особенности затухания флуктуации ФР носителей тока зависят от механизмов их возникновения. Рассмотрение флуктуации решеточной подвижности, например, электронов $\tilde{\mu}_l$, проведем на основе микроскопического механизма, предложенного в [10,11]. Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ в результате случайных ф-ф взаимодействий произошла симметричная флуктуация ФР равновесных фононов. Для взаимодействующей э-ф системы в однородном полупроводнике это возмущение можно представить в виде начальных условий: $\tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0}(t=0) = G_{\mathbf{q}}^{0s}$, $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0}(t=0) = 0$ ($\tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0}$ – флуктуационная составляющая ФР равновесных фононов). Симметричное относительно волнового вектора фононов $\mathbf{q}$ начальное возмущение $G_{\mathbf{q}}^{0s}$ характеризует случайное перераспределение энергии между ветвями или частями ветвей спектра фононов [10].

При обсуждении процессов передачи начального случайного возмущения фононов к электронам нами установлено, что $\tilde{f}_{|\mathbf{k}|>k_0}^{0s}(t) = 0$, в то время как между более длинноволновыми фононами с $|q| \le q_0$ и электронами с $|k| \le k_0$ возникает состояние динамического равновесия[1]. В этой длинноволновой области система взаимосвязанных кинетических

[1] Здесь $k_0 = q_0/2$, а q_0 определяется из условия равенства времен релаксации ф-э ($\tau_{ph,e}(q)$) и ф-ф ($\tau_{ph,ph}(q)$) рассеяний [10].

уравнений Больцмана для фононов и электронов имеет стационарное решение [10]. В рассматриваемом случае ее можно представить в виде

$$a_{\mathbf{k}}^{s}(t) = \lambda_0 \varepsilon_{\mathbf{k}}, \qquad b_{\mathbf{q}}^{s}(t) = \lambda_0 \hbar\omega_{\mathbf{q}}. \tag{7}$$

Здесь $\omega_{\mathbf{q}} = v_0 q$ – частота, а v_0 – скорость фононов. Коэффициент λ_0 определяется из условия перераспределения начальной флуктуации энергии фононов $\hbar\omega_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}}^{0s}$ между электронами и фононами:

$$\sum_{|q|\le q_0} \hbar\omega_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}}^{0s} = \sum_{|q|\le q_0} \hbar\omega_{\mathbf{q}} \tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0s}(t) + \sum_{|k|\le k_0} \varepsilon_{\mathbf{k}} \tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}(t). \tag{8}$$

Величины $a_{\mathbf{k}}^{s}$ и $b_{\mathbf{q}}^{s}$ характеризуют симметричные части флуктуации ФР электронов и фононов, соответственно, и определяются как

$$f_{\mathbf{k}}^{0} = \bar{f}_{\mathbf{k}}^{0} + \tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s}, \ \tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0s} = -a_{\mathbf{k}}^{s}(t)\frac{d\bar{f}_{\mathbf{k}}^{0}}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}, \ g_{\mathbf{q}}^{0} = \bar{g}_{\mathbf{q}}^{0} + \tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0s}, \ \tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0s} = -b_{\mathbf{q}}^{s}(t)\frac{d\bar{g}_{\mathbf{q}}^{0}}{d\hbar\omega_{\mathbf{q}}}. \tag{9}$$

Для вычисления λ_0 из ур.(8) предположим, что $\bar{f}_{\mathbf{k}}^{0}$ определяется распределением Больцмана, а $\bar{g}_{\mathbf{q}}^{0} \approx k_B T / \hbar\omega_{\mathbf{q}}$. Тогда, в правой стороне ур.(8) переходя от суммирования к интегрированию и используя ур.(7) и (9), получим

$$\lambda_0 = 6\pi^2 \sum_{|q|\le q_0} \hbar\omega_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}}^{0s} \Big/ \left\{ k_B T q_0^3 \left(1 + \frac{3q_0^4}{2^6 7 k_T^4} e^{\frac{F}{k_B T}} \right) \right\} \approx \frac{6\pi^2}{k_B T q_0^3} \sum_{|q|\le q_0} \hbar\omega_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}}^{0s}, \tag{10}$$

где k_T – волновой вектор тепловых электронов, F – уровень Ферми.

Однако вполне корректное решение (7) является физически неприемлемым, так как оно не зависит от времени. Можно предположить, что в общем случае установившееся состояние динамического равновесия (см. ур.(7)) не является строго стационарным, а коэффициент λ_0 все же зависит от времени t. Далее, следуя методике, подробно описанной в работе [11], коэффициент λ_0 заменим новой функцией $\lambda(t)$. Для выявления закона затухания $\lambda(t)$ используем уравнение Фоккера-Планка [11], описывающее процесс диффузии абсолютной величины квазиимпульса фононов в q-пространстве:

$$\frac{d}{dt}(q^2 \tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0s}) = \frac{d}{dq}\left\{ Bq^2 \frac{d\bar{g}_{\mathbf{q}}^{0s}}{dq} - Bq^2 \frac{\tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0s}}{\bar{g}_{\mathbf{q}}^{0}} \frac{d\bar{g}_{\mathbf{q}}^{0}}{dq} \right\}. \tag{11}$$

Здесь B – коэффициент диффузии фононов в импульсном пространстве.

Решая ур.(11) по методике, развитой в [11], получим следующее выражение для Фурье-составляющей $\lambda(\omega)$:

$$\lambda(\omega) = \frac{\lambda_0 q_m}{\sqrt{2\pi i\omega B}} \operatorname{th}\left(q_m \sqrt{\frac{i\omega}{B}} \right). \tag{12}$$

Здесь ω – частота, λ_0 определяется из ур.(10), $i=\sqrt{-1}$, определение волнового вектора q_m дано в [11].

Совокупность ур.(7), (9), (10) и (12) описывает закон затухания флуктуации $G_{\mathbf{q}}^{0s}$, возникшей в момент времени $t=0$. Естественно, такие флуктуации возникают постоянно и в другие моменты времени. Как известно [12], в таких случаях необходимо построить новый случайный процесс $G_{\mathbf{q}}(t)$ как суперпозицию таких единичных событий. В итоге, для спектра флуктуации решеточной подвижности электронов $S_{\mu_l}(\omega)$ имеем

$$\frac{S_{\mu_l}(\omega)}{(\overline{\mu}_l)^2}=\frac{9\pi^3\hbar^8 q_m^2 q_0}{(8m_n)^4(k_BT)^6 B}\frac{1}{\omega}\left|\mathrm{th}\left(q_m\sqrt{\frac{i\omega}{B}}\right)\right|^2\sum_{\substack{|q|\le q_0\\ |q_1|\le q_0}}\hbar\omega_{\mathbf{q}}\hbar\omega_{\mathbf{q}_1}\overline{G_{\mathbf{q}}(\omega)G_{\mathbf{q}_1}^{*}(\omega)}. \quad (13)$$

Здесь суммирования проводятся по векторам $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}_1$ в области $|q|\le q_0$ и $|q_1|\le q_0$, соответственно. Знак "*" означает комплексно-сопряженную величину.

Используя известное упрощенное выражение для спектральной плотности источников флуктуации ФР фононов $\overline{G_{\mathbf{q}}(\omega)G_{\mathbf{q}_1}^{*}(\omega)}$ [11] и переходя от суммирования к интегрированию, из ур.(13) получим выражение для $S_{\mu_l}(\omega)$ в явном виде, которое можно представить в виде формулы Хуга $S_{\mu_l}(\omega)=2\pi\alpha_l\overline{\mu}_l^{\,2}/N\omega$ с соответствующим параметром Хуга:

$$\alpha_l=\frac{72q_0^5q_m^2\overline{n}}{(16m_nk_BT/\hbar^2)^4(l+3)B\tau_{ph,ph}(q_0)}\left|\mathrm{th}\left(q_m\sqrt{\frac{i\omega}{B}}\right)\right|^2. \quad (14)$$

Показатель l в зависимости $\tau_{ph,hp}\sim q^{-l}$ характеризует механизм ф-ф рассеяний.

В общем случае параметр α_l помимо частоты ω зависит также от механизма рассеяния и диффузии фононов.

4. Заключение

Из ур.(5) следует, что спектр флуктуации плотности тока S_J определяется флуктуациями подвижности как $S_J=(e\overline{n}\overline{E})^2S_\mu$. Ур.(6) показывает, что флуктуация подвижности обусловлена симметричной частью флуктуации ФР носителей тока. Из (14) следует, что с уменьшением частоты спектр флуктуации решеточной подвижности электронов увеличивается и стремится к постоянному значению. В области $\omega>\omega_0$ $(\omega_0=B/q_m^2)$, $\left|\mathrm{th}(q_m\sqrt{i\omega/B})\right|^2\approx 1$, параметр α_l является частотно-независимой величиной, а $S_{\mu_l}\sim 1/\omega$. Отметим, что закон $1/\omega$ имеет место в области частот $\omega_0<\omega<\omega_1$, где $\omega_1=\min(1/\tau_{ph,e},1/\tau_{e.ph})$. Время установления динамического равновесия между более длинноволновыми

фононами и электронами определяет величину верхнего частотного предела ω_1. За время $t \sim \max(\tau_{ph,e};\tau_{e,ph})$ устанавливается динамическое равновесие [10]. При этом процесс установления протекает по обычному экспоненциальному закону, т.е. во временном интервале $0 \le t \le \max(\tau_{ph,e};\tau_{e,ph})$ флуктуации $\tilde{g}_{\mathbf{q}}^{0}$ и $\tilde{f}_{\mathbf{k}}^{0}$, соответственно, уменьшаются и увеличиваются по экспоненциальным законам. Из теории флуктуации хорошо известно, что частотная зависимость спектральной плотности экспоненциально изменяющейся величины описывается законом ω^{-2}. Таким образом, закон $1/\omega$ имеет место в ограниченной области частот $\omega_0 \le \omega \le \omega_1$, а вне этого интервала $S_{\mu_l}(\omega) \approx \text{const}$ при $\omega < \omega_0$ и $S_{\mu_l}(\omega) \sim \omega^{-2}$ при $\omega > \omega_1$ (см. рис.1).

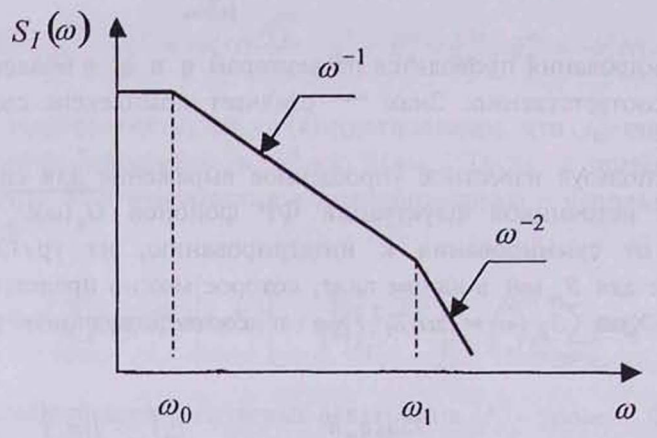

Рис.1. Качественная частотная зависимость спектра шума.

Величина q_0 и коэффициент диффузии B, определяющие характерную частоту ω_0, зависят от n и T. Например, для n-Si при комнатных температурах $\omega_0 \sim 10^{-11} - 10^{-10}$ с$^{-1}$. Поэтому для выявления зависимости $\alpha_l(n,T)$ и определения численного значения α_l необходимо, исходя из особенностей данного полупроводникового образца, конкретизировать механизм как ф-ф рассеяний (величину l), так и механизм диффузии фононов (величину B).

Данная работа выполнена в рамках гранта МНТЦ А-322.

ЛИТЕРАТУРА

1. **F.N.Hooge.** Physica, **B162**, 343 (1990).
2. **G.M.Milburn, He Bi Sun.** Contemp. Phys., **39**, N1, 17 (1998).
3. **A.Masoero, M.Mihaila, A.Stepanescu.** Proc. of Annual Semicond. Conf. (CAS), Synthesis of the activity, Annual report 92, Torino, p.78, 1993.
4. **С.В.Мелконян.** Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 142 (2001).
5. **S.V.Melkonyan, F.V.Gasparyan, V.M.Aroutiounian, H.V.Asriyan.** J. Mod. Phys., **12**, 1245 (1998).
6. **A.J.Nan Kamenade, P.Herre, L.K.J.Vandamme.** Electron. Lett., **30**, 1338 (1994).

7. **X.Y.Chen, F.N.Hooge, R.Leys.** Solid-State Electron., **41**, 1269 (1997).
8. **T.Musha, G.Borbely.** Jap. J. Appl. Phys., **31**, L370 (1992).
9. **И.М.Дыкман, П.М.Томчук.** Явления переноса флуктуации в полупроводниках. Киев, Наукова Думка, 1981.
10. **S.V.Melkonyan, V.M.Aroutiounian, F.V.Gasparyan, C.E.Korman.** Journal of Fluctuation and Noise Letters, (2002) (submitted).
11. **S.V.Melkonyan, V.M.Aroutiounian, F.V.Gasparyan, C.E.Korman.** Journal of Fluctuation and Noise Letters, (2002) (submitted).
12. **А.Ван дер Зил.** Флуктуационные явления в полупроводниках. М., ИЛ, 1961.

ՀԱՄԱՍԵՌ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ ՀՈՍԱՆՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՑԱՆՑԱՅԻՆ ՇԱՐԺՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ 1/f ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՑԻԱՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՇՈՒՐՋ

Ս.Վ. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ, Ֆ.Վ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Վ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված են համասեռ կիսահաղորդիչներում էլեկտրոնների ցանցային շարժունակության ֆլուկտուացիաների հիմնական առանձնահատկությունները: Ցույց է տրված, որ դրանք պայմանավորված են էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիայի սիմետրիկ ֆլուկտուացիաներով: Առաջադրված քվազիդասական մոդելի հիման վրա հաշվված է էլեկտրոնների ցանցային շարժունակության ֆլուկտուացիաների սպեկտրը, որը հաճախությունների լայն տիրույթում ունի 1/f տեսքը:

ON THE THEORY OF 1/f FLUCTUATIONS OF THE LATTICE MOBILITY OF CURRENT CARRIERS IN HOMOGENEOUS SEMICONDUCTORS

S.V. MELKONYAN, F.V. GASPARYAN, V.M. AROUTIOUNIAN

The main peculiarities of electron's lattice mobility fluctuations in homogeneous semiconductors are studied. It is shown that mobility fluctuations are conditioned by the symmetric part of the electron distribution function fluctuation. The electron's lattice mobility fluctuation spectrum, which in the wide frequency range has the 1/f form, is calculated based on the suggested quasiclassical model.