

УДК 537.87

ОБ ИНТЕНСИВНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Л.Ш. ГРИГОРЯН, Г.Ф. ХАЧАТРЯН, С.Р. АРЗУМАНЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 11 марта 2002 г.)

Рассчитана интенсивность излучения электрона с энергией $1 \leq E_e \leq 5$ МэВ, равномерно вращающегося внутри шара с диэлектрической постоянной $\varepsilon = \varepsilon_0$ и окруженного средой с $\varepsilon = \varepsilon_1$. Показано, что для шара, находящегося в вакууме ($\varepsilon_1 = 1$), излучение может быть очень интенсивным, если удовлетворяется условие Черенкова $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ для электрона внутри шара, а расстояние орбиты электрона от поверхности шара принимает ряд фиксированных значений. Интенсивность излучения не столь велика, когда электрон вращается внутри полости, окруженной диэлектриком ($\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 \neq 1$).

1. Введение

В [1,2] показано, что вещество может оказывать существенное воздействие на излучение релятивистской частицы, вращающейся в постоянном магнитном поле (синхротронное излучение [3,4]). Была рассчитана спектральная интенсивность излучения электрона с энергией $1 \leq E_e \leq 5$ МэВ, равномерно вращающегося в вакууме вокруг шара с диэлектрической проницаемостью $1 < \varepsilon_0 \leq 5$, и показано, что в течение одного оборота электрона на заданной гармонике с номером $k \gg 1$ может испускаться $n_k > k$ квантов электромагнитного поля (расчеты проводились в области $1 \leq k \leq 50$). При отсутствии шара или при вращении электрона в бесконечной и однородной среде с той же диэлектрической проницаемостью испускается $n_k \approx 2\pi e^2 / \hbar c \approx 0,05$ квантов электромагнитного поля. Столь значительное отличие в интенсивности излучения имеет место, когда орбита электрона расположена на определенном расстоянии от поверхности шара и когда скорость электрона $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ (условие Черенкова).

Позднее в [5,6] были начаты аналогичные исследования для сложной среды, обладающей цилиндрической симметрией. В [5] была рассчитана интенсивность излучения заряда, равномерно вращающегося вокруг диэлектрического цилиндра, погруженного в однородную среду, и показано, что при выполнении условия Черенкова для вещества ци-

линдра и скорости заряда появляются узкие пики в угловом распределении числа квантов, излученных во внешнее пространство. Затем в работе [6] было исследовано вращение заряда по окружности внутри цилиндрического волновода в плоскости его поперечного сечения в предположении, что последний заполнен однородным диэлектриком. Полученные результаты указывают на значительное увеличение интенсивности излучения вдоль направления оси волновода при определенных значениях отношения радиуса цилиндра к радиусу орбиты заряда, если, конечно, удовлетворяется условие Черенкова для вещества цилиндра и скорости заряда.

Данная статья является продолжением работ [1,2]. Ниже рассчитана интенсивность излучения электрона, равномерно вращающегося внутри шара с $\varepsilon = \varepsilon_0$, окруженного средой с $\varepsilon = \varepsilon_1$. Отличие от [1,2] в том, что электрон вращается не за пределами, а внутри шара: $r_e < r_0$, где r_e — радиус орбиты электрона, а r_0 — радиус шара. Разумеется, вращение заряженной частицы внутри шара тормозится ионизационными потерями. Однако еще в 1940г. Л.И.Мандельштам указал, что на пути частицы можно удалить вещество, создав таким образом пустой канал, окружающий траекторию частицы, и если размеры канала меньше длины излучаемой волны, то канал не изменит интенсивности излучения (см., например, [7]).

Так же, как и в [1,2], для упрощения расчетов предполагается, что электрон вращается в экваториальной плоскости шара, и не учитываются явление дисперсии и эффекты, связанные с поглощением излучения.

2. Интенсивность излучения

В [8] выведена формула для интенсивности излучения заряженной частицы, движущейся произвольным образом в сферически-симметричной среде, состоящей из $N \geq 1$ слоев с общим центром и различными диэлектрическими проницаемостями (магнитная проницаемость считалась равной единице). Сначала в [9], а затем в [1,2] она была использована для расчета интенсивности излучения частицы, вращающейся вокруг диэлектрического шара. В случае частицы с зарядом $q = -e$ и скоростью $v = r_e \omega_e$, равномерно вращающейся внутри шара, из формул, введенных в [8], после преобразований следует, что (усредненная по периоду вращения $2\pi/\omega_e$) интенсивность излучения на частоте $\omega = k\omega_e$ определяется выражением

$$I_k = 2 \frac{q^2 \omega_e^2}{c \sqrt{\varepsilon_1}} \sum_{\lambda=0}^{\infty} (|a_{KE}(s)|^2 + |a_{KH}(s)|^2). \quad (1)$$

Как уже отмечалось, ε_1 — диэлектрическая проницаемость среды, окру-

жающей шар,

$$a_{KE}(s) = kb_l(E)P_l^k(0)\sqrt{\frac{(l-k)!}{l(l+1)(2l+1)(l+k)!}}, \quad l = k + 2s,$$

$$a_{KH}(s) = b_l(H)\sqrt{\frac{(2l+1)(l-k)!}{l(l+1)(l+k)!}}\left.\frac{dP_l^k(y)}{dy}\right|_{y=0}, \quad l = k + 2s + 1, \quad (2)$$

– безразмерные величины, описывающие вклады мультиполей электрического $a_{KE}(s)$ и магнитного $a_{KH}(s)$ типов, $P_l^k(y)$ – присоединенные полиномы Лежандра. Фигурирующие в (2) множители $b_l(E)$ и $b_l(H)$ зависят от номера гармоники k , диэлектрической проницаемости шара ε_0 , отношения радиуса шара к радиусу орбиты электрона $x = r_0/r_e$ и ε_1 :

$$b_l(H) = -\frac{1}{x^2}j_l(u_0), \quad u_l = k\frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon_l},$$

$$b_l(E) = (l+1)b_{l-1}(H) - lb_{l+1}(H) + \frac{1}{x^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \cdot [j_{l-1}(xu_0) + j_{l+1}(xu_0)] \times$$

$$\times [j_{l-1}(u_0) + j_{l+1}(u_0)] \frac{l(l+1)u_l h_l^{(1)}(xu_1)}{lz'_{l-1} + (l+1)z'_{l+1}}, \quad (3)$$

где $j_l(y)$ и $h_l^{(1)}(y)$ – сферические функции Бесселя и Ганкеля, соответственно. В (3) введены следующие обозначения:

$$f_l(y) \equiv \frac{f_l(y)}{[j_l(xu_0), h_l^{(1)}(xu_1)]}, \quad [a(xu_1), b(xu_1)] \equiv a \cdot \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial x} \cdot b,$$

$$z_{l'}^I \equiv \frac{u_l j_v(xu_0) h_l^{(1)}(xu_1) / \varepsilon_1 - u_0 j_l(xu_0) h_v^{(1)}(xu_1) / \varepsilon_0}{u_l j_v(xu_0) h_l^{(1)}(xu_1) - u_0 j_l(xu_0) h_v^{(1)}(xu_1)}. \quad (4)$$

В случае однородной среды ($\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = \varepsilon$)

$$b_l(H) = iuj_l(u); \quad u = k\frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon}; \quad b_l(E) = iu(2l+1)[j'_l(u) + \frac{1}{u}j_l(u)], \quad (5)$$

и поэтому (1) не зависит от x . Более того, (1) преобразуется в известную формулу [10-12]

$$I_k = kvq^2 [2J'_{2k}(2k\beta\sqrt{\varepsilon}) + (1 - \frac{1}{\varepsilon\beta^2}) \int_0^{2k\beta\sqrt{\varepsilon}} J_{2k}(y) dy], \quad (6)$$

где $\beta = v/c$, $J_k(y)$ – функция Бесселя целого порядка, а $\varphi'(y) = d\varphi/dy$.

В последующих численных расчетах по формулам (1), (13) и (14) мы ограничимся суммированием по $s = 1, 2, 3, \dots$ до некоторого наибольшего значения $s_{\max} \gg 1$. Значение $s_{\max}$ будет определяться двумя усло-

виями: во-первых, относительные вклады мультиполей с $s = s_{\max} + 1$ и $s = s_{\max}$ много меньше единицы и, во-вторых, интенсивность излучения мультиполей с $s = s_{\max} + 1$, по крайней мере, на порядок меньше интенсивности излучения мультиполей с $s = s_{\max}$.

3. Результаты численных расчетов

На рис.1 в логарифмическом масштабе приведена зависимость числа квантов электромагнитного поля

$$n_k(x) = \frac{2\pi}{k\hbar\omega_c^2} I_k(x) \quad (7)$$

с частотой $\omega = k\omega_c$, испущенных в течение одного периода вращения электрона, в зависимости от $x = r_0 / r_e$. Энергия электрона $E_e = 2$ МэВ. Значение $k = 26$ выбрано условно (интенсивность излучения электрона I_k максимальна на этой гармонике в случае вращения электрона в пустоте). Пунктирная прямая a соответствует $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1$ (вращение в пустом пространстве [3,4,10,11]), а пунктирная прямая $b - \varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 3$ (вращение в бесконечной сплошной среде, условие Черенкова $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ удовлетворяется [12]). В обоих случаях нет зависимости от x и поэтому соответствующие графики – прямые, параллельные оси абсцисс. Кривая c соответствует случаю $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = 3$ (вращение внутри полости). И, наконец, кривая $d - \varepsilon_0 = 3, \varepsilon_1 = 1$ (вращение электрона внутри шара, окруженного вакуумом). В случаях a и b число испущенных квантов $n_{26} \lesssim e^2 / \hbar c$. Та же ситуация при вращении электрона внутри полости (кривая c). С увеличением x кривая c опускается от точки, близкой к прямой b , до прямой a , осциллируя вокруг нее при $x \rightarrow \infty$. Иная ситуация для электрона, вращающегося внутри шара (кривая d). В этом случае наблюдается ряд узких и аномально высоких пиков (соответствующие значения $n_k(x)$ на несколько порядков больше $e^2 / \hbar c$). Например, для второго пика слева $x_2 = 1,028859362$, а $n_k(x_2) = 619151$. Большинство пиков очень узкие, и поэтому в выбранном масштабе их ширина не наблюдаема [1].

На рис.2 приведена зависимость $n_k(x)$ от номера k излучаемой гармоники для тех же случаев a, b, c и d , что и на рис.1. Для удобства дискретные значения $n_k(x)$, соответствующие целочисленным k , соединены прямыми линиями. Напомним, что в случае кривых a и b нет зависимости от x . В случае кривых c и d значение $x = x_2$ фиксировано. Как видно из приведенных данных, в случае бесконечной сплошной среды (кривая b) имеют место характерные осцилляции [12]. Они имеют место и в случае шара (кривая d). Однако в последнем случае имеется также высокий пик. Он расположен над значением $k = 26$, поскольку выбрано значение $x = x_2 = 1,028859362$. Пик можно “перемещать” вдоль оси абсцисс, меняя значение x .

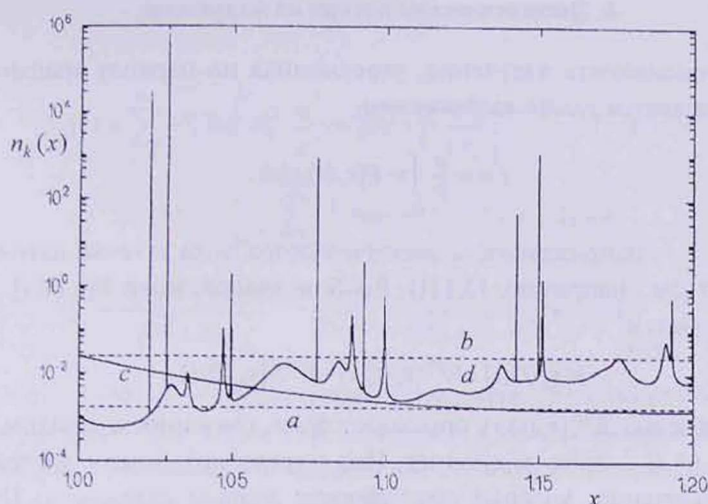


Рис.1. Число квантов электромагнитного поля $n_k(x)$, испущенных в течение одного оборота электрона, в зависимости от $x = r_0/r_e$ (отношение радиуса шара к радиусу орбиты электрона). О прямых a и b см. в тексте. Кривая c соответствует вращению в полости внутри диэлектрика ($\epsilon_1 = 3$), а кривая d — внутри шара ($\epsilon_0 = 3$), окруженного вакуумом ($\epsilon_1 = 1$). Энергия электрона $E_e = 2$ МэВ, номер излучаемой гармоники $k = 26$.

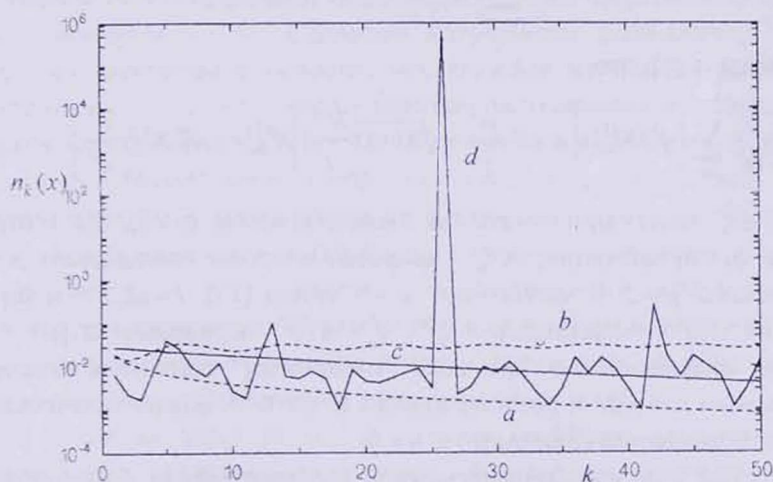


Рис.2. Число испущенных квантов $n_k(x)$ в зависимости от номера излучаемой гармоники k для тех же случаев, что и на рис.1, $x = x_2$.

При других значениях $1 \leq \epsilon_1 < \epsilon_0 \leq 5$, $1 \leq E_e \leq 5$ МэВ и в определенных условиях наблюдается картина, аналогичная той, что и на рис.1 и рис.2.

Численные расчеты дублировались двумя независимыми программами. Одна из них (простая) составлена с помощью Mathematica, а другая (быстродействующая) — на языке Pascal.

4. Энергетические потери на излучение

Интенсивность излучения, усредненная по периоду вращения заряда, определяется также выражением

$$I = -\frac{q}{T} \int_0^T \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}[\mathbf{r}_e(t), t] dt, \quad (8)$$

где $\mathbf{E}[\mathbf{r}_e(t), t]$ — напряженность электрического поля в точке нахождения заряда $\mathbf{r}_e(t)$ (см., например, [3, 11]). Вообще говоря, поле $\mathbf{E}[\mathbf{r}_e(t), t]$ состоит из двух частей

$$\mathbf{E}[\mathbf{r}_e(t), t] = \mathbf{E}^{ch}[\mathbf{r}_e(t), t] + \mathbf{E}^{rad}[\mathbf{r}_e(t), t]. \quad (9)$$

Первое слагаемое $\mathbf{E}^{ch}[\mathbf{r}_e(t), t]$ описывает поле, связанное с зарядом, а второе $\mathbf{E}^{rad}[\mathbf{r}_e(t), t]$ — поле излучения. Нас интересуют потери энергии частицы на излучение, которые описываются вторым слагаемым. Поэтому далее в формуле (8) под $\mathbf{E}$ следует полагать $\mathbf{E}^{rad}$. Отбрасывание $\mathbf{E}^{ch}$ обусловлено тем, что излучение электромагнитного поля движущимися зарядами, вообще говоря, описывается третьим приближением по v/c [11].

Разлагая в ряд Фурье напряженность электромагнитного поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, n\omega_e) \exp(-in\omega_e t), \quad (10)$$

можно показать [8], что

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i\epsilon}{\omega\epsilon} \sum_{lm} \left\{ q^{lm} \mathbf{X}_{lm}^{(1)} + \left[\epsilon A_2^{lm} \frac{\omega^2}{c^2} + \sqrt{l(l+1)} \frac{b^{lm}}{r} \right] \mathbf{X}_{lm}^{(2)} + \epsilon A_3^{lm} \mathbf{X}_{lm}^{(3)} \frac{\omega^2}{c^2} \right\}. \quad (11)$$

В (11) $\omega = n\omega_e$ может принимать как положительные ($n > 0$), так и отрицательные ($n < 0$) значения; $\mathbf{X}_{lm}^{(\mu)}$ — шаровые векторы продольного $\mu = 1$, электрического $\mu = 2$ и магнитного $\mu = 3$ типов [13], $l = 1, 2, 3, \dots$ и $|m| \leq l$ (выражения для коэффициентов q^{lm} , A_μ^{lm} и b^{lm} приведены в [8]). Согласно (10), не зависящая от времени, "постоянная" часть поля описывается слагаемым с $n = 0$, и поэтому замена $\mathbf{E}$ на $\mathbf{E}^{rad}$ («перенормировка») означает отбрасывание слагаемого с $n = 0$.

Перейдя в (8) к новой переменной интегрирования $d\varphi = \omega_e dt$ (начало сферической системы координат r, θ, φ расположено в центре шара), находим

$$I = -\frac{q}{\omega_e T} \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}^{rad} d\varphi, \quad (12)$$

где $\mathbf{r}_e(t) = (r_e, \pi/2, \omega_e t)$ — радиус-вектор частицы (электрон), вращающейся внутри шара в его экваториальной плоскости. После подстановки соответствующих выражений в (12) приходим к следующей формуле для интенсивности излучения электрона на частоте $\omega = k\omega_e$:

$$I_k = 2qr_e c [U_2(k) + U_3(k)], \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (13)$$

где

$$U_2(k) = \sum_{s=0}^{\infty} \gamma_2^{lk} \operatorname{Re} \left[A_2^{lk} \frac{\omega^2}{c^2} + \sqrt{l(l+1)} \frac{b^{lk}}{\varepsilon r_e} \right], \quad l = k + 2s,$$

$$U_3(k) = -\frac{\omega^2}{kc^2} \sum_{s=0}^{\infty} \gamma_3^{lk} \operatorname{Re}(iA_3^{lk}), \quad l = k + 2s + 1, \quad (14)$$

$$\gamma_2^{lk} = \frac{Y_{lk}(\pi/2, 0)}{\sqrt{l(l+1)}}, \quad \gamma_3^{lk} = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \frac{d}{d\theta} Y_{lk}(\theta, 0) \Big|_{\theta=\pi/2},$$

и, наконец, $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ – сферические гармоники. Результаты численных расчетов по формулам (13) и (14) совпадают с аналогичными результатами предыдущего раздела, что косвенным образом подтверждает корректность наших выкладок.

5. Выводы

Рассчитана интенсивность излучения электрона с энергией $1 \leq E_e \leq 5$ МэВ, равномерно вращающегося внутри шара с $\varepsilon = \varepsilon_0$, окруженного средой $\varepsilon = \varepsilon_1$. Вещество считается прозрачным, а $1 \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon_1 \leq 5$ (дисперсия не учитывается). Численные расчеты проводились для гармоник с номером $k \leq 50$. Согласно полученным результатам, в случае вращения электрона в полости, находящейся внутри бесконечного диэлектрика ($\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 \neq 1$), число квантов, испущенных в течение одного оборота электрона $n_k \leq e^2 / \hbar c$. Такая же ситуация наблюдается и в случае вращения в бесконечной однородной среде с $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \neq 1$ или в пустом пространстве ($\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1$). Иная ситуация при $\varepsilon_0 > \varepsilon_1 \geq 1$. Например, в случае $\varepsilon_0 = 3$, $\varepsilon_1 = 1$ и $E_e = 2$ МэВ на гармониках с номером $k \gg 1$ может испускаться $n_k \gg e^2 / \hbar c$ квантов электромагнитного поля в течение одного оборота электрона. Столь сильное излучение возможно при определенных значениях отношения радиуса шара к радиусу орбиты электрона и когда удовлетворяется условие Черенкова $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$.

Пики на рис.1 узкие, и поэтому малейшее изменение орбиты вращающейся частицы (из-за потерь энергии на излучение и других причин) приведет к уменьшению интенсивности излучения. Потери можно восполнить электрическим полем, ускоряющим частицу [1], однако перспективнее выбрать другую траекторию частицы и изменить геометрию диэлектрика. Усложнение расчетов можно скомпенсировать существенным упрощением экспериментальной установки по наблюдению обсуждаемого явления интенсивного излучения.

Авторы признательны академику А.Р.Мкртчяну за постоянный интерес к работе, а также А.А.Сааряну и А.С.Котанджян за детальные обсуждения.

Работа выполнена в рамках гранта 1361 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян. Известия НАН Армении, Физика, 33, 267 (1998); cond-mat/0001322, 2000.
2. L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, S.R.Arzumanyan. Proceedings of LS-8, Greifswald, Germany, 30.08-03.09, 1998, p.396.
3. А.А.Соколов, И.М.Тернов. Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
4. И.М.Тернов. УФН, 165, 429 (1995).
5. А.С.Котанджян, Г.Ф.Хачатрян, А.В.Петросян, А.А.Саарян. Изв. НАН Армении, Физика, 35, 115 (2000).
6. А.С.Котанджян, А.А.Саарян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 310 (2001).
7. Б.М.Болотовский. Свечение Вавилова-Черенкова. М., Наука, 1964.
8. С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян. Изв. НАН Армении, Физика, 30, 99 (1995).
9. С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, Х.В.Котанджян. Изв. НАН Армении, Физика, 30, 106 (1995).
10. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1969.
11. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Наука, 1973.
12. В.П.Зрелов. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М., Атомиздат, 1968.
13. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Квантовая электродинамика. М., Наука, 1980.

ԳԻՒԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԳՆԴԻ ՆԵՐՍՈՒՄ ՊՏՏՎՈՂ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Լ.Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Հ.Ֆ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս.Ր. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ

Հաշվարկված է $\varepsilon = \varepsilon_1$ դիէլեկտրական թափանցելիությամբ միջավայրում գտնվող $\varepsilon = \varepsilon_0$ դիէլեկտրական թափանցելիությամբ գնդի ներսում հավասարաչափ պտտվող $1 \leq E_e \leq 5$ ՄէՎ էներգիայով էլեկտրոնի ճառագայթման ինտենսիվությունը: Վակուումում գտնվող գնդի դեպքում ($\varepsilon_1 = 1$) ցույց է տրված, որ հնարավոր է չափազանց ինտենսիվ ճառագայթում, երբ գնդի ներսում էլեկտրոնի համար բավարարվում է Չերենկովի պայմանը՝ $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ և էլեկտրոնի ուղեծրի հեռավորությունը գնդի մակերևույթից ընդունում է որոշակի արժեքներ: Գառազայթման ինտենսիվությունը մնաճաչափ մեծ չէ, երբ էլեկտրոնը պտտվում է դիէլեկտրիկի ներսում գտնվող գնդածն խոռոչում ($\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 \neq 1$):

ON THE INTENSIVE RADIATION FROM AN ELECTRON ROTATING IN A DIELECTRIC SPHERE

L.SH. GRIGORYAN, H.F. KHACHATRYAN, S.R. ARZUMANYAN

The intensity of radiation from an electron with the energy $1 \leq E_e \leq 5$ MeV at uniform rotation in a sphere with the permittivity $\varepsilon = \varepsilon_0$ immersed in a medium with $\varepsilon = \varepsilon_1$ is calculated. For the case of a sphere in vacuum ($\varepsilon_1 = 1$) the radiation is shown to be highly intensive, when the Cherenkov condition $v > c/\sqrt{\varepsilon_0}$ for an electron in the sphere is satisfied and the distance between the orbit of an electron and the surface of the sphere takes some specific values. When an electron rotates inside a cavity surrounded by a dielectric medium ($\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 \neq 1$), the intensity of radiation is not so high.